

1 Pracovní úkoly

1. Změřte závislost indexu lomu vzduchu na tlaku $n(p)$. celé měření zopakujte nejméně třikrát.
2. Závislost $n(p)$ zpracujte graficky již v praktiku. Graf je povinnou součástí zápisu měření.
3. Proveďte lineární regresi závislosti $n(p)$, stanovte chybu parametrů získaných lineární regresi.
4. Sestrojte graf závislosti vlnové délky sodíkové čáry na indexu lomu vzduchu $\lambda(n)$.
5. Porovnáním tabelovaného n_{15,p_0} a změřeného n_{t,p_0} stanovte teplotu laboratoře (včetně chyby).

2 Teoretický úvod

2.1 Index lomu a vlnová délka

Index lomu n je definován vztahem

$$n = \frac{c}{v}, \quad (1)$$

v němž vystupuje rychlost světla ve vakuu c a rychlost světla v ve zkoumané látce. Z definice je patrné, že index lomu nabývá hodnot 1 (v případě vakua) a vyšších. [1]

Vlnovou délku světla lze zapsat pomocí frekvence f a rychlosti v šíření světla daným prostředím jako

$$\lambda = vf. \quad (2)$$

Kombinací vztahů (1) a (2) lze zapsat vlnovou délku λ světla v látce jako

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (3)$$

kde λ_0 je vlnová délka použitého světla ve vakuu a n je index lomu zkoumaného prostředí. [1]

2.2 Index lomu vzduchu

Index lomu vzduchu je závislý na tlaku a teplotě. Při použití světla o vlnové délce λ a pro prostředí s tlakem p a teplotou t (ve °C) je index lomu vzduchu $n_{t,p}$ dán vztahem

$$n_{t,p} - 1 = (n_{15,p_0} - 1) \frac{(1 + 15\gamma)p}{(1 + \gamma t)p_0}, \quad (4)$$

kde vystupuje tabelovaná hodnota n_{15,p_0} , součinitel objemové roztažnosti γ (pro vzduch $3670 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) a tlak p_0 . [3]

2.3 Měřicí aparatura - Jaminův interferometr

Pro měření změny indexu lomu vzduchu na jeho tlaku by použit tzv. *Jaminův interferometr*, jehož schéma je znázorněno na Fig 1. Ze zdroje S vychází světelný paprsek, který se po dopadu na skleněnou destičku P_1 částečně odrazí a částečně se lomí. Lomený paprsek se odráží od zadní pokovené stěny skleněné desky a lomí se zpět do vzduchu. Tímto mechanismem vznikají dva rovnoběžné koherentní svazky. Každý ze svazku poté prochází jednou z trubic (T_1 , či T_2), které jsou stejně dlouhé. Následně oba svazky dopadají na skleněnou desku P_2 . Odražená část paprsku $1''$ a lomená část paprsku $1'$ se následně scházejí, interferují a dopadají do dalekohledu. Po dobu experimentu je trubice T_2 uzavřena, kdežto trubice T_1 je napojena na vývěvu a ventil umožňující připouštění zkoumaného plynu. Zároveň je k trubici T_1 připojen manometr, tak aby bylo možné sledovat tlak plynu uvnitř, který je regulován odčerpáváním vývěvou, či dopouštěním skrze ventil. Následně lze index lomu v trubici T_1 určit jako

$$n = n_0 + \frac{k\lambda}{l}, \quad (5)$$

kde n_0 je index lomu v trubici T_1 před počátkem měření, k počet prošlých interferenčních proužků, λ vlnová délka použitého světla a l délka trubic (obě jsou stejně dlouhé). [1]

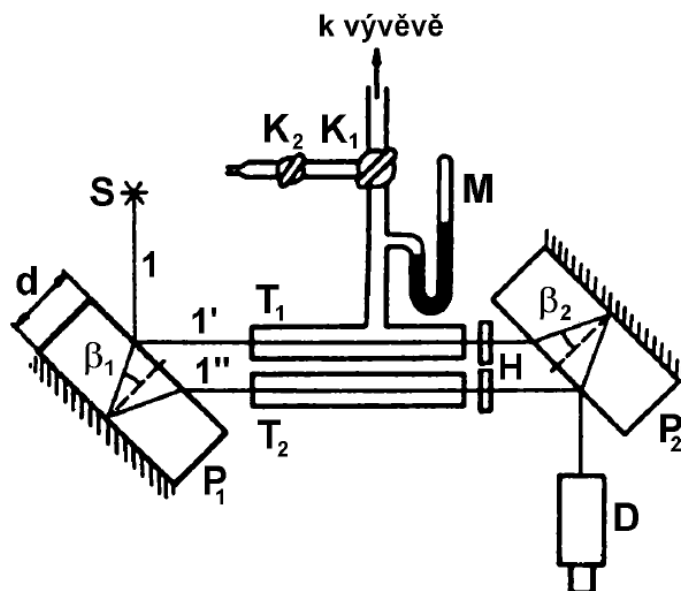


Figure 1: Schéma Jaminova interferometru použitého při experimentu. Převzato z [2].

Veličina	Hodnota	Popis
λ	589,3 nm	Vlnová délka použitého světla (zdroj sodíková výbojka) ve vzduchu.
n_0	1	Index lomu vakua.
l	50 cm	Délka trubic v Jaminově interferometru (chyba určení neznámá).

Tabulka 1: Potřebné parametry aparatury a konstanty.

Jako zdroj světla v Jaminově interferometru sloužila sodíková výbojka SOX35. Tlak v trubici T_1 byl určován pomocí tlakoměru DVR2 s přesností (za konstantní teplot) ± 1 hPa. Další parametry experimentu a potřebné konstanty jsou uvedeny v tabulce č.1

3 Výsledky měření

3.1 Podmínky v laboratoři

Teplota na počátku měření: $24,0 \pm 0,5$ °C

Teplota na konci měření: $24,5 \pm 0,5$ °C

Tlak vzduchu: 973 ± 1 hPa

3.2 Závislost indexu lomu n vzduchu na tlaku p

Měření byla prováděna pomocí Jaminova interferometru a to celkem pětkrát. Nejprve byl vždy z trubice T_1 vyčerpán vzduch, až hodnota tlaku dosáhla 0 hPa. Následně byl za stálého pozorování interferenčního obrazce pomalou přípoštěn vzduch do trubice. Jakmile bylo napočítáno 10 interferenčních proužků prošlých záměrným křížem dalekohledu, bylo zastavenou napouštění vzduchu a opsána hodnota tlaku v trubici. Po těchto krocích o deseti proužcích bylo postupováno dokud se pohyb proužků nezastavil, tzn. dokud nebylo dosaženo okolního tlaku. Celý postup byl pětkrát opakován, přičemž první měření *Sada 1* byla vyloučena ze zpracování z důvodu hrubé chyby - na přiloženém grafu z praktika je patrné, že zatímco ostatní datové sady se velmi dobře shodují, sada 1 trpí hrubou chybou měření.

Z počtu odečtených interferenčních proužků bylo možné díky (5) a hodnot z tabulky č.1 vypočítat index lomu n pro daný tlak. Změřené hodnoty tlaku p a jeho chyby, příslušný počet interferenčních proužků k i vypočtené hodnoty indexu lomu jsou zaneseny v tabulce č.2.

Hodnoty z tabulky č.2 byly využity k sestrojení grafu závislosti indexu lomu zmenšeného o jedna $n-1$ na tlaku p - viz Fig 2. Data jsou téměř shodná a proto byla z důvodu přehlednosti rozdělena do čtyř různých grafů (všechny datové sady v jednom grafu jsou zaneseny na přiloženém grafu z praktika). Každá z naměřených závislostí byla proložena lineárním fitem, tedy dle rovnice (5), jejíž absolutní členy byl položen rovno jedné. Získané hodnoty směrnic (včetně chyb) jsou zaneseny v tabulce č. 3.

3.3 Závislost vlnové délky λ na indexu lomu n a závislost n na teplotě t

Dle vztahu (3) byla nejprve zjištěna vlnová délka λ_0 použitého světla ve vzduchu, přičemž hodnota vlnové délky λ ve vzduchu byla vzata z tabulky č.1 a za index lomu byl vzat aritmetický průměr zjištěných indexů lomu pro tlak v aparatuře shodný s tlakem v laboratoři. Chyb zjištěné λ_0 byla vypočtena jako dle zákona o přenosu chyb, zde tedy jako součin chyby určení indexu lomu (směrodatná odchylka průměrovaných hodnot) a hodnoty vlnové délky λ . Za pomocí λ_0 pak byla dopočítána závislost λ na n - viz tabulka č.4 a graf Fig 3. Chyba určení vlnové délky λ byla spočtena dle zákona o přenosu chyb, tedy jako chyba určení vlnové délky ve vakuu $\delta\lambda_0$ dělená hodnotou indexu lomu n .

Teplota v laboratoři byla určena dle vztahu (4), kde vystupuje tlak v laboratoři p , tabelovaná hodnota $p_0 = 101,325$ kPa, součinitel objemové roztažnosti γ uvedený výše a tabelovaná hodnota odhadnutá z [3] $(n_{15,p_0}-1) = (277,2 \pm 0,3) 10^{-6}$ a zjištěná průměrná hodnota $(n_{t,p}-1) = (255,7 \pm 1,5)10^{-6}$. Po dosazení:

$$t = (25,26 \pm 0,98)^\circ\text{C}$$

Pro výpočet chyby teploty byl použit zákon opět zákon o přenosu chyb.

4 Diskuze

Měření závislosti indexu lomu vzduchu n na jeho tlaku p (viz Fig 2) ukázalo, že index lomu vzduchu za atmosférického tlaku se od indexu lomu vakua liší v řádu 10^{-6} . Zároveň je dobře patrné, že se jedná opravdu o lineární závislost, přičemž index lomu roste jen velmi pomalu - viz směrnice fitovaných lineárních závislostí v tabulce č.3.

Výpočet závislosti vlnové délky λ na indexu lomu prostředí n dal očekávanou závislost a sice, že s rostoucím indexem lomu se vlnová délka zmenšuje (viz Fig 3). Zkracování vlnové délky je dáno tím, že frekvence záření se při průchodu do jiného prostředí nemění, ovšem mění se optická hustota prostředí reprezentovaná indexem lomu. Tedy celkově dostáváme vzorec (3) vysvětlující chování vlnové délky v závislosti na n .

Teplota v laboratoři zjištěná pomocí (4) se v rámci experimentální chyby shoduje s teplotou změřenou pomocí teploměru po konci měření. Od teploty zjištěné na počátku měření se liší více, ovšem pokud vezmeme v úvahu chybu odečtení teploty z teploměru a jejího určení výpočtem, tak v rámci těchto chyb se teploty shodují.

5 Závěr

V první části experimentu byla pomocí Jaminova interferometru zjišťována závislost indexu lomu vzduchu n na jeho tlaku p . Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce č.2 a graficky zpracované na grafu Fig 2 a proložené lineárními, získané koeficienty jsou uvedeny v tabulce č.3. Zjištěná závislost odpovídá teoretickému trendu, tedy s rostoucím tlakem roste i index lomu vzduchu.

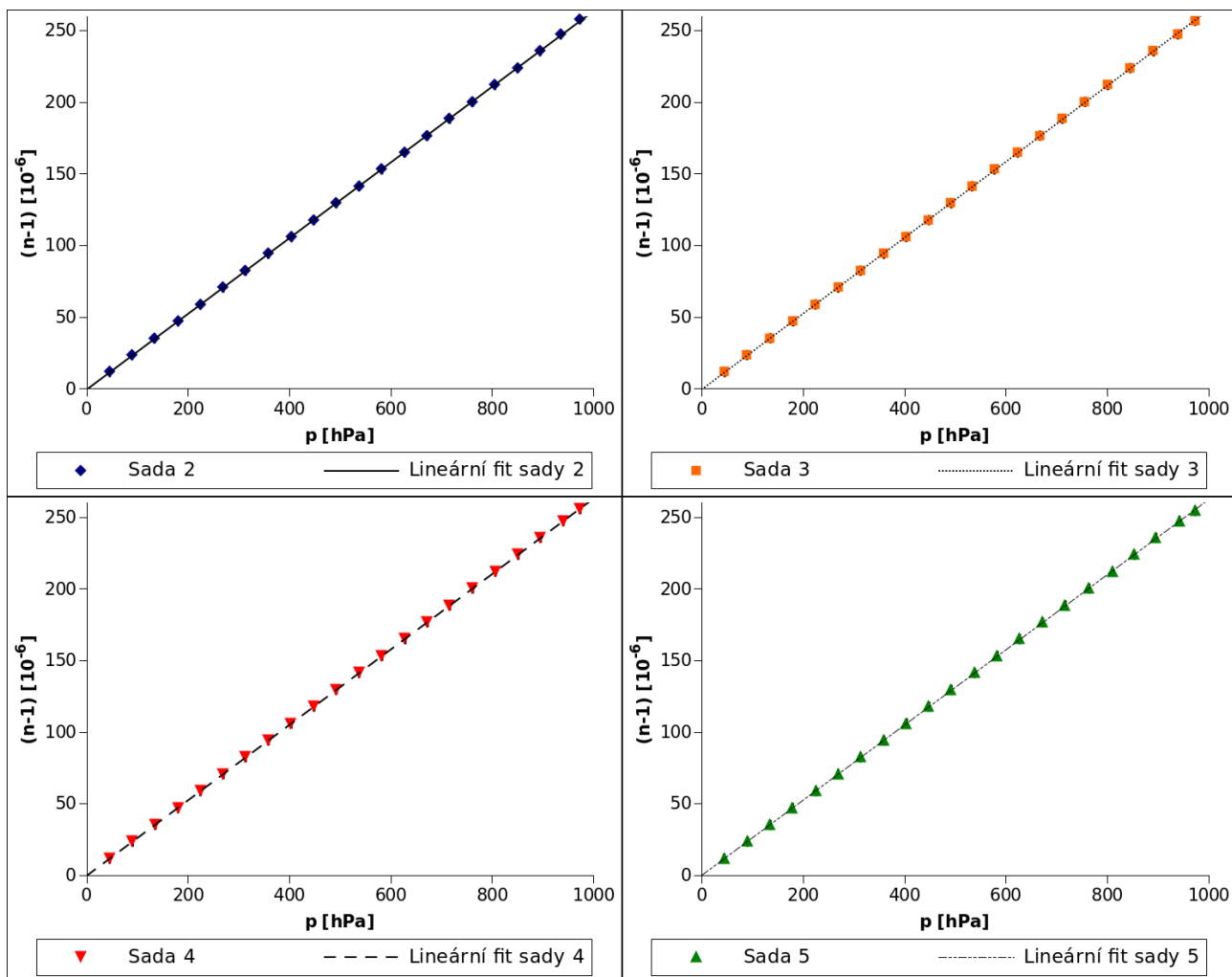


Figure 2: Zjištěná závislost indexu lomu vzduchu zmenšeného o jedna $(n-1)$ na tlaku p . Data jsou vynesena včetně chyby měření tlaku p , která je ovšem velmi malá.

V druhé části experimentu byla vypočtena závislost vlnové délky λ použitého světla na indexu lomu vzduchu n - viz tabulka č.4. Tato závislost byla zpracována také graficky - viz Fig 3. Následně byla za pomoci vzorce (4) popisujícího závislost indexu lomu vzduchu na teplotě a tlaku stanovena teplota v laboratoři. Takto získaná teplota poměrně dobře odpovídá reálné teplotě v laboratoři měřené teploměrem.

6 Literatura

1. Petr Malý; Optika; Karolinum; Praha 2008
2. Text z webových stránek fyzikálního praktika *Pokyny k měření*:
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_319.pdf (7.3.2018)
3. J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch; Fyzikální a matematické tabulky;SNTL; Praha, 1980

Sada 2				Sada 3			
k	p [hPa]	(n-1) [10 ⁻⁶]	δp [hPa]	k	p [hPa]	(n-1) [10 ⁻⁶]	δp [hPa]
10	45	11,79	1	10	45	11,79	1
20	89	23,57	1	20	89	23,57	1
30	134	35,36	1	30	135	35,36	1
40	180	47,14	1	40	180	47,14	1
50	224	58,93	1	50	224	58,93	1
60	269	70,72	1	60	269	70,72	1
70	313	82,50	1	70	313	82,50	1
80	358	94,29	1	80	359	94,29	1
90	404	106,07	1	90	403	106,07	1
100	448	117,86	1	100	448	117,86	1
110	492	129,65	1	110	492	129,65	1
120	537	141,43	1	120	533	141,43	1
130	582	153,22	1	130	577	153,22	1
140	627	165,00	1	140	623	165,00	1
150	672	176,79	1	150	667	176,79	1
160	716	188,58	1	160	711	188,58	1
170	761	200,36	1	170	756	200,36	1
180	805	212,15	1	180	801	212,15	1
190	850	223,93	1	190	845	223,93	1
200	894	235,72	1	200	891	235,72	1
210	935	247,51	1	210	939	247,51	1
219	973	258,11	1	218	973	256,93	1

Sada 4				Sada 5			
k	p [hPa]	(n-1) [10 ⁻⁶]	δp [hPa]	k	p [hPa]	(n-1) [10 ⁻⁶]	δp [hPa]
10	45	11,79	1	10	44	11,79	1
20	90	23,57	1	20	90	23,57	1
30	135	35,36	1	30	135	35,36	1
40	180	47,14	1	40	179	47,14	1
50	224	58,93	1	50	225	58,93	1
60	269	70,72	1	60	269	70,72	1
70	313	82,50	1	70	313	82,50	1
80	358	94,29	1	80	359	94,29	1
90	403	106,07	1	90	404	106,07	1
100	448	117,86	1	100	448	117,86	1
110	492	129,65	1	110	492	129,65	1
120	537	141,43	1	120	538	141,43	1
130	582	153,22	1	130	583	153,22	1
140	628	165,00	1	140	627	165,00	1
150	672	176,79	1	150	672	176,79	1
160	716	188,58	1	160	717	188,58	1
170	761	200,36	1	170	764	200,36	1
180	806	212,15	1	180	810	212,15	1
190	851	223,93	1	190	853	223,93	1
200	895	235,72	1	200	896	235,72	1
210	940	247,51	1	210	942	247,51	1
217	973	255,76	1	216	973	254,58	1

Tabulka 2: Změřené hodnoty závislosti tlaku (včetně chyby) na počtu interferenčních kroužků k a vypočtené hodnoty indexu lomu zmenšeného o jednotku $(n-1)$.

Měření	Hodnota směrnice získané přímky [hPa ⁻¹]
Sada 2	$(263,75 \pm 0,17) 10^{-9}$
Sada 3	$(264,46 \pm 0,17) 10^{-9}$
Sada 4	$(2631,77 \pm 0,50) 10^{-10}$
Sada 4	$(262,62 \pm 0,12) 10^{-9}$

Tabulka 3: Získané koeficienty lineárního fitu s absolutním členem rovnajícím se jedné.

k	p [hPa]	(n-1) [10 ⁻⁶]	λ [nm]	δp [hPa]	δλ [nm]
10	45	11,79	589,4441	1	0,0009
20	90	23,57	589,4372	1	0,0009
30	135	35,36	589,4302	1	0,0009
40	180	47,14	589,4233	1	0,0009
50	224	58,93	589,4163	1	0,0009
60	269	70,72	589,4094	1	0,0009
70	313	82,50	589,4024	1	0,0009
80	358	94,29	589,3955	1	0,0009
90	403	106,07	589,3885	1	0,0009
100	448	117,86	589,3816	1	0,0009
110	492	129,65	589,3747	1	0,0009
120	537	141,43	589,3677	1	0,0009
130	582	153,22	589,3608	1	0,0009
140	628	165,00	589,3538	1	0,0009
150	672	176,79	589,3469	1	0,0009
160	716	188,58	589,3399	1	0,0009
170	761	200,36	589,3330	1	0,0009
180	806	212,15	589,3260	1	0,0009
190	851	223,93	589,3191	1	0,0009
200	895	235,72	589,3122	1	0,0009
210	940	247,51	589,3052	1	0,0009
217	973	255,76	589,3003	1	0,0009

Tabulka 4: Vypočtená závislost vlnové délky použitého sodíkového světla na indexu lomu vzduchu. Závislost je simulována na datové sadě č.4.

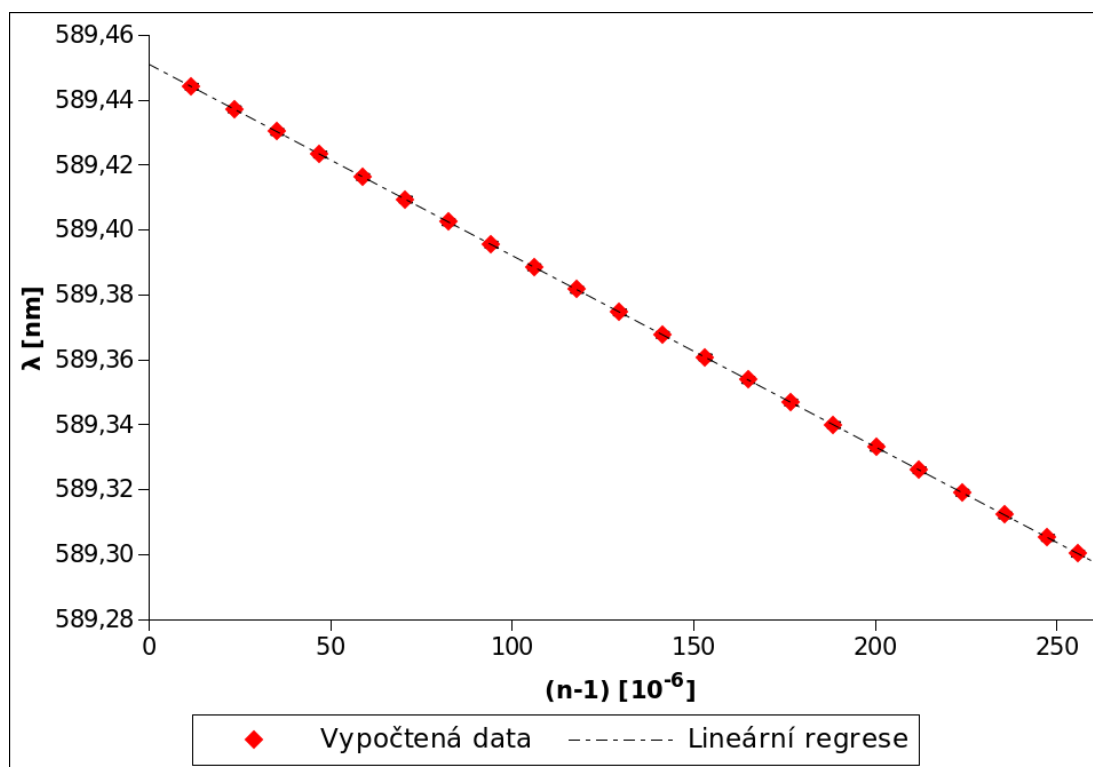


Figure 3: Závislost vlnové délky sodíkové čáry λ na indexu lomu vzduchu zmenšeném o jednotku $(n-1)$. V grafu jsou vyneseny i chyby určení λ . Data jsou proložena lineárním fitem sloužícím jako vodítko pro oko.