Úkoly

1. Seřiďte goniometr.
2. Změřte lámavý úhel skleněného hranolu a proměřte indexy lomu spektra rtuťové výbojky.
3. Změřte lámavý úhel kyvety a proměřte pro přiloženou kapalinu indexy lomu spektra Hg výbojky.
4. Naměřené hodnoty zpracujte graficky do disperzních křivek. Vypočtěte střední disperzi, relativní disperzi a Abbeovo číslo pro změřené materiály.
5. Odvoďte výraz pro chybu nepřímého měření indexu lomu. Spočtěte její velikost a diskutujte, kolik desetinných míst indexu lomu tato metoda zaručuje.

Teorie

Fraunhoferova metoda využívá k měření indexu lomu vlastností trojbokého hranolu vyrobeného z měřeného materiálu. Necháme-li procházet hranolem monochromatické světlo známé vlnové délky, bude se určitým způsobem lámat. Nejnižší disperzi bude mít při takovém úhlu dopadu δ_{min}, kdy paprsek prochází hranolem kolmo k ose lámavého úhlu ϕ. Ten vypočteme podle vztahu

$$\phi = |180^\circ - |\alpha_1 - \alpha_2|| \tag{1}$$

kde α_i jsou úhly odečtené na goniomteru při nastavení dalekohledu kolmo ke stěnám hranolu.

Deviační úhel δ_{min} poznáme na goniometru tak, že při otáčení hranolem se budou paprsky lámat méně, až se dostaneme na hledaný minimální deviační úhel, kde se začnou s dalším otáčením lámat více (při δ_{min} se lámání „zastaví“). Pro změření δ_{min} se na goniometru používá symetrické uspořádání viz. [1], pro které platí vztah

$$\delta_{min} = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{2} \tag{2}$$

kde β_i jsou úhly na goniometru naměřené symetricky.

Se znalostí úhlů δ_{min} a ϕ pak lze vypočítat index lomu N podle vztahu

$$N = \frac{\sin \frac{\delta_{min} + \phi}{2}}{\sin \phi/2} \tag{3}$$

Závislost indexu lomu N na vlnové délce λ lze popsat vztahem, který využijeme na fitování naměřených a vypočtených hodnot

$$N = N_0 + \frac{a}{\lambda + \lambda_0} \tag{4}$$

kde N_0, a a λ_0 jsou konstanty vlastní danému materiálu.

Střední disperse Δ, relativní disperse δ a Abbeovo číslo γ jsou definované vztahy:

$$\Delta = N_F - N_C\,; \qquad \delta = \frac{\Delta}{N_D - 1}\,; \qquad \gamma = 1/\delta \tag{5}$$

kde $N_{F,D,C}$ jsou indexy lomu daného prostředí pro vlnové délky $\lambda_F = 486,1$ nm, $\lambda_D = 589,3$ nm a $\lambda_C = 656,3$ nm.

Chybu nepřímého měření lze vypočítat podle vztahu z [2]

$$\sigma_A^2 = \sum_{i=1}^{n} (\partial_{x_i} A)^2 \cdot \sigma_{x_i} \tag{6}$$

Jeho aplikací na rovnost 3 získáváme vztah pro výpočet chyby nepřímého měření indexu lomu materiálu Fraunhoferovou metodou

$$\sigma_N^2 = \left(\frac{\cos\frac{\delta_{min}+\phi}{2}}{2\sin\phi/2} \cdot \sigma_{\delta_{min}} \right)^2 + \left(\frac{\sin\delta_{min}/2}{2\sin^2\phi/2} \cdot \sigma_\phi \right)^2 \tag{7}$$

Měření

Zkontrolovali jsme ovládací prvky goniometru a zkalibrovali jsme jej. Poté jsme začali měřit s hranoly. Podle pokynů v [1] jsme umístili hranol na stolek goniometru a změřili lámavý úhel. Naměřili jsme

$$\text{Hranol}: \quad \alpha_1 = 223,9156^\circ\,; \qquad \alpha_2 = 103,8889^\circ\,; \quad \phi = 59,973^\circ$$

$$\text{Kyveta}: \quad \alpha_1 = 223,4483^\circ\,; \qquad \alpha_2 = 103,2289^\circ\,; \quad \phi = 59,781^\circ$$

Poté jsme přistoupili k měření minimálního deviačního úhlu δ_{min}. Uspořádání experimentu jsme volili podle [1], kde je dobře popsáno. Výsledky měření jsou v tabulce 1.

Vypočtené indexy lomu (viz. tabulka 1) jsme fitovali v programu GNUplot funkcí podle vztahu 4. Grafické znázornění závislosti indexu lomu na vlnové délce je na obrázku 1, konstanty ze vztahu vyšly

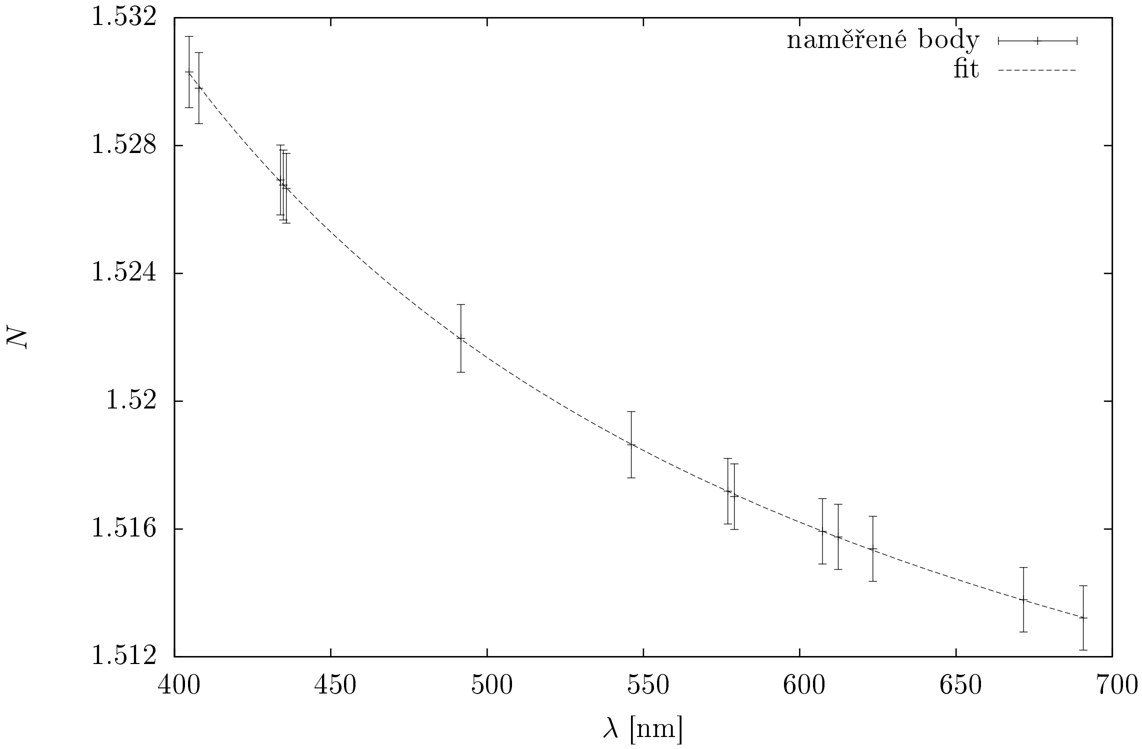
$$\text{Hranol}: \quad N_0 = (1,4989 \pm 0,0002)\,; \quad \lambda_0 = (-164 \pm 4)\text{nm}\,; \quad a = (7,6 \pm 0,2)\text{nm}$$

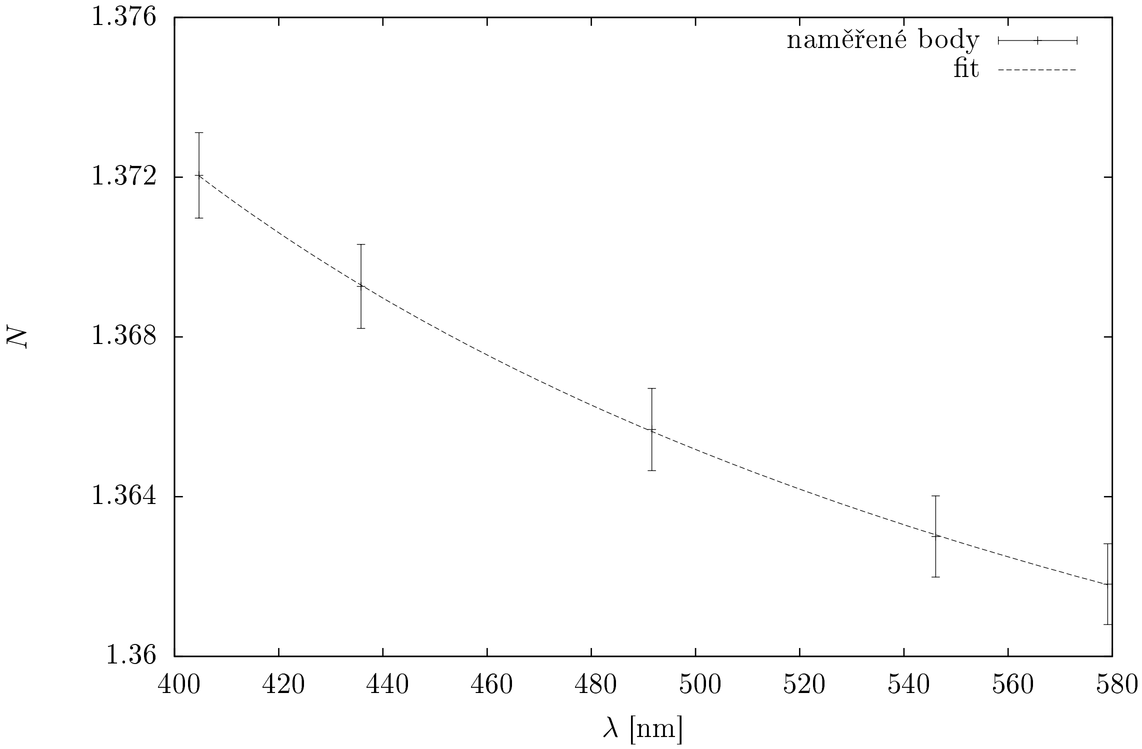
$$\text{Kyveta}: \quad N_0 = (1,3467 \pm 0,0009)\,; \quad \lambda_0 = (-147 \pm 15)\text{nm}\,; \quad a = (6,5 \pm 0,6)\text{nm}$$

Ze stejného vztahu jsme se znalostí těchto konstant nyní schopni vypočíst indexy lomu pro význačné vlnové délky a konstanty Δ, δ a γ ze vztahů 5

$$\text{Hranol:} \quad N_F = 1,5225 \pm 0,0007\,; \quad N_D = 1,5168 \pm 0,0005\,; \quad N_C = 1,5143 \pm 0,0005$$
$$\Delta = 0,008 \pm 0,001\,; \quad \delta = 0,016 \pm 0,002\,; \quad \gamma = 63 \pm 16$$

$$\text{Kyveta:} \quad N_F = 1,366 \pm 0,002\,; \quad N_D = 1,361 \pm 0,002\,; \quad N_C = 1,359 \pm 0,002$$
$$\Delta = 0,006 \pm 0,003\,; \quad \delta = 0,018 \pm 0,009\,; \quad \gamma = 56 \pm 55$$





Obrázek 1: grafy závislostí indexu lomu na vlnové délce pro hranol (výše) a kapalinu (níže)

Diskuse

Přesnost měření s goniometrem odhadujeme na 7 úhlových vteřin. Od toho se pak odvíjí přesnost celého experimentu. Indexy lomů pak určíme na 4 desetinná místa.

Měření s kyvetou však bylo obtížnější a chyby měření jsme úměrně tomu nadsadili. Nejen, že nepřesnost opracování stěn kyvety může vychýlit výsledky, ale i samotné odečítání bylo spíše odhadování, protože spektrum výbojky bylo po průchodu kyvetou značně rozmazané. Z toho důvodu nebylo možné naměřit více hodnot pro určení výsledných konstant pro kapalinu.

Abbeova konstanta je z tohoto experimentu určena pouze s řádovou přesností, pro její přesnější zjištění bychom nejspíše museli volit jiné uspořádání.

V průběhu měření i zpracování jsme nezjistili žádné výrazné vlivy, které by vkládaly do výsledcích chybu. Z grafů na obrázku 1 je vidět, že fitovaná závislost dobře kopíruje naměřená data.

Závěr

Fraunhoferovou metodou jsme měřili lámavé úhly hranolu a kyvety a indexy lomu materiálu hranolu a kapaliny (číslo 2 v praktiku) v kyvetě pro spektrum rtuťové výbojky. Výsledky měření jsou v tabulce 1 a na obrázku 1.

Pro materiál hranolu i kapalinu v kyvetě jsme vypočetli střední disperzi Δ, relativní disperzi δ a Abbeovo číslo γ

$$\text{Hranol}: \quad \Delta = 0,008 \pm 0,001\,; \quad \delta = 0,016 \pm 0,002\,; \quad \gamma = 63 \pm 16$$

$$\text{Kyveta}: \quad \Delta = 0,006 \pm 0,003\,; \quad \delta = 0,018 \pm 0,009\,; \quad \gamma = 56 \pm 55$$

Literatura

[1] text k úlohám z praktika 3, http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani_f3.htm

[2] Jiří Englich: Úvod do praktické fyziky I, matfyzpress, Praha 2006

Tabulka 1: měření s goniometrem

Hranol $\phi = (59,973 \pm 0,004)°$

λ [nm]	β_1 [°]	β_2 [°]	δ_{min} [°]	N	σ_N
690,7	202,06	125,45	38,31	1,513	0,001
671,6	202,11	125,40	38,36	1,514	0,001
623,4	202,23	125,24	38,50	1,515	0,001
612,3	202,28	125,23	38,53	1,516	0,001
607,3	202,30	125,21	38,54	1,516	0,001
579,1	202,39	125,11	38,64	1,517	0,001
577	202,41	125,10	38,65	1,517	0,001
546,1	202,52	124,96	38,78	1,519	0,001
491,6	202,82	124,67	39,07	1,522	0,001
435,8	203,23	124,25	39,49	1,527	0,001
434,8	203,26	124,26	39,50	1,527	0,001
433,9	203,27	124,24	39,51	1,527	0,001
407,8	203,53	124,00	39,77	1,530	0,001
404,7	203,55	123,92	39,81	1,530	0,001

Kyveta (kapalina 2) $\phi = (59,781 \pm 0,004)°$

λ [nm]	β_1 [°]	β_2 [°]	δ_{min} [°]	N	σ_N
579,1	189,55	137,93	25,81	1,362	0,001
546,1	189,65	137,83	25,91	1,363	0,001
491,6	189,86	137,62	26,12	1,366	0,001
435,8	190,13	137,33	26,40	1,369	0,001
404,7	190,36	137,13	26,62	1,372	0,001