

## Pracovní úkol

1. Seřídte goniometr.
2. Změřte lámavý úhel skleněného hranolu a proměřte indexy lomu čar spektra rtuťové výbojky.
3. Změřte lámavý úhel kvarty a proměřte pro přiloženou kapalinu indexy lomu čar spektra rtuťové výbojky.
4. Naměřené hodnoty zpracujte graficky do disperzních křivek. Vypočtete střední disperzi, relativní disperzi a Abbeovo číslo pro změřené materiály.
5. Odvoďte výraz pro chybu nepřímého měření indexu lomu. Spočtete její velikost a diskutujte, kolik desetinných míst indexu lomu tato metoda zaručuje.

## Teorie

Pro měření indexu lomu Fraunhoferovou metodou se užívá trojboký hranol vyrobený z měřeného materiálu. hranolem necháme procházet světlo s čárovým spektrem (v našem případě rtuťové výbojky). Nalezneme nejmenší odchylku vstupního a výstupního paprsku  $\delta_{min}$ . Index lomu materiálu je pak dán vztahem [1]:

$$N = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (1)$$

kde  $\varphi$  je lámavý úhel hranolu, který svírají dvě stěny, na kterých se láme procházející světlo. Pro různé vlnové délky se úhel minimální deviace  $\delta_{min}$  liší díky disperzní charakteristice materiálu.

Lámavý úhel  $\varphi$  vypočteme z úhlů  $\alpha_1, \alpha_2$ , což jsou úhly naměřené při kolmém nastavení dalekohledu k lámavým stěnám [1]:  $\varphi = |180^\circ - |\alpha_1 - \alpha_2||$  (2)

Deviační úhel naměříme při dvou zrcadlově symetrických nastaveních goniometru. Měříme úhel  $\beta$  v bodě, kdy při otáčení hranolem dojde k extrému pohybu výstupního paprsku. Pro minimální deviační úhel pak platí [1]:  $\delta_{min} = \frac{|\beta_1 - \beta_2|}{2}$  (3)

Disperze popisuje závislost indexu lomu na vlnové délce. Platí vztah [1]:

$$N = N_0 + \frac{a}{\lambda + \lambda_0} \quad (4)$$

kde  $N_0, a, \lambda_0$  jsou konstanty. Pro jejich stanovení je třeba změřit index lomu aspoň pro tři různé vlnové délky.

Pro charakteristiku materiálu se často používá index lomu při některých významných vlnových délkách  $\lambda_F = 486,1$  nm,  $\lambda_D = 589,3$  nm,  $\lambda_C = 656,3$  nm. Dále můžeme použít definitoricky zavedené vztahy [1]:

a) střední disperze  $\Delta = N_F - N_C$  (5)

b) relativní disperze  $\delta = \frac{\Delta}{N_D - 1}$  (6)

c) Abbeovo číslo  $\gamma = \frac{1}{\delta}$  (7)

Pro určení chyby nepřímého měření použijeme kvadratického zákona pro přenos chyb [2]:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \sigma(x_i)^2} \quad (8)$$

Pro náš případ je odchylka:

$$\sigma N = \sqrt{\frac{[\cos((\delta_{min} + \varphi)/2)]^2}{4 \cdot [\sin(\frac{\varphi}{2})]^2} \cdot (\sigma \delta_{min})^2 + \frac{[\sin(\frac{\delta_{min}}{2})]^2}{4 \cdot [\sin(\frac{\varphi}{2})]^4} \cdot (\sigma \varphi)^2} \quad (9)$$

Obobně podle vztahu (8) vypočteme chybu měření střední a relativní disperze a také Abbeova čísla.

## Výsledky měření

Proměřovala jsem dva vzorky – skleněný hranol a kapalinu č.2.

Před samotným měřením bylo nutné seřídít stolek goniometru do roviny rovnoběžné s optickou osou dalekohledu. To jsme provedli aretačními šrouby goniometru.

### Skleněný hranol

Na stolek položila hranol podle obr.1.3.-4 v [1].

Proměřila jsem lámavý úhel:  $\alpha_1=278^\circ51'52''$

$\alpha_2=158^\circ51'59''$

Pomocí vztahu (2) jsem určila lámavý úhel:  $\varphi=59^\circ39'57''$

Deviační úhel  $\delta_{\min}$  jsem určila z naměřených úhlů  $\beta$  pomocí vztahu (3). Vlnovou délku jsem určila ze vztahu (1) a chybu daného měření ze vztahu (8).

**Tabulka I – Závislost indexu lomu hranolu na vlnové délce**

$\lambda$ [nm]	$\beta_1$	$\beta_2$	$\delta_{\min}$	N	$\sigma N$
690,7	125° 38' 40''	202° 41' 38''	38° 31' 29''	1,5333	0,0002
671,6	125° 36' 37''	202° 43' 42''	38° 33' 33''	1,5337	0,0002
579,1	125° 29' 44''	202° 50' 16''	38° 40' 16''	1,5350	0,0003
577,0	125° 28' 34''	202° 51' 02''	38° 41' 14''	1,5352	0,0003
546,1	125° 21' 04''	202° 59' 06''	38° 49' 01''	1,5367	0,0003
491,6	125° 05' 22''	203° 14' 21''	39° 04' 30''	1,5397	0,0004
	125° 04' 00''	203° 16' 11''	39° 06' 06''	1,5400	0,0004
435,8	124° 38' 43''	203° 41' 18''	39° 31' 18''	1,5448	0,0004
407,8	124° 21' 28''	203° 58' 21''	39° 48' 27''	1,5481	0,0005
404,7	124° 19' 40''	204° 00' 04''	39° 59' 12''	1,5501	0,0005

### Kapalina v kyvetě

$\alpha_1=88^\circ00'02''$

$\alpha_2=207^\circ45'24''$

Pomocí vztahu (2) jsem určila lámavý úhel:  $\varphi=60^\circ14'38''$

**Tabulka II – Závislost indexu kapaliny č.2 hranolu na vlnové délce**

$\lambda$ [nm]	$\beta_1$	$\beta_2$	$\delta_{\min}$	N	$\sigma N$
690,7	138° 04' 02''	190° 16' 13''	26° 06' 06''	1,3634	0,0007
671,6	138° 02' 40''	190° 17' 36''	26° 07' 28''	1,3637	0,0006
579,1	137° 57' 56''	190° 22' 18''	26° 12' 11''	1,3647	0,0006
577,0	137° 57' 15''	190° 22' 46''	26° 12' 46''	1,3648	0,0005
546,1	137° 51' 58''	190° 28' 06''	26° 18' 04''	1,3659	0,0005
491,6	137° 41' 30''	190° 38' 36''	26° 28' 33''	1,3681	0,0005
	137° 40' 09''	190° 39' 52''	26° 29' 52''	1,3684	0,0004
435,8	137° 23' 00''	190° 57' 12''	26° 47' 06''	1,3720	0,0004
407,8	137° 11' 32''	191° 09' 33''	26° 59' 01''	1,3745	0,0003
404,7	137° 10' 10''	191° 10' 44''	27° 00' 17''	1,3748	0,0003

Vypočítané hodnoty jsem nafitovala programem Gnuplot. Který vypočetl výsledné konstanty ve vztahu (4):

a) skleněný hranol:

$$N_0 = (1,52688 \pm 0,00137)$$

$$a = (2,44057 \pm 0,5438) \text{ nm}$$

$$\lambda_0 = (-296,997 \pm 18,45) \text{ nm}$$

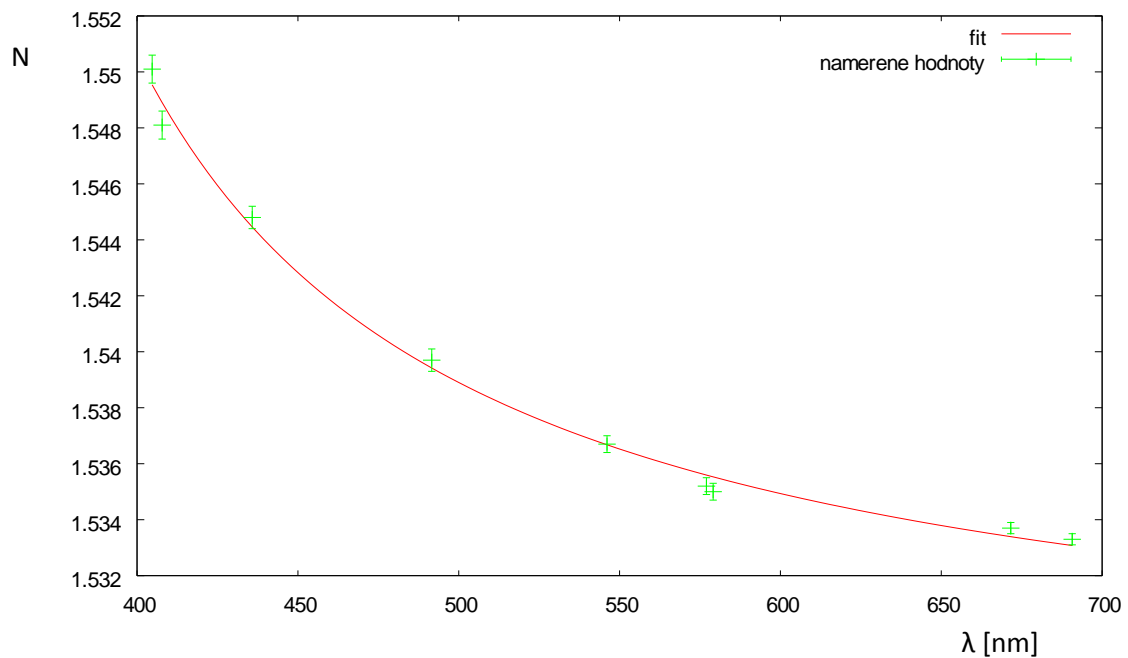
b) kyveta s kapalinou č.2:

$$N_0 = (1,35805 \pm 0,0009388)$$

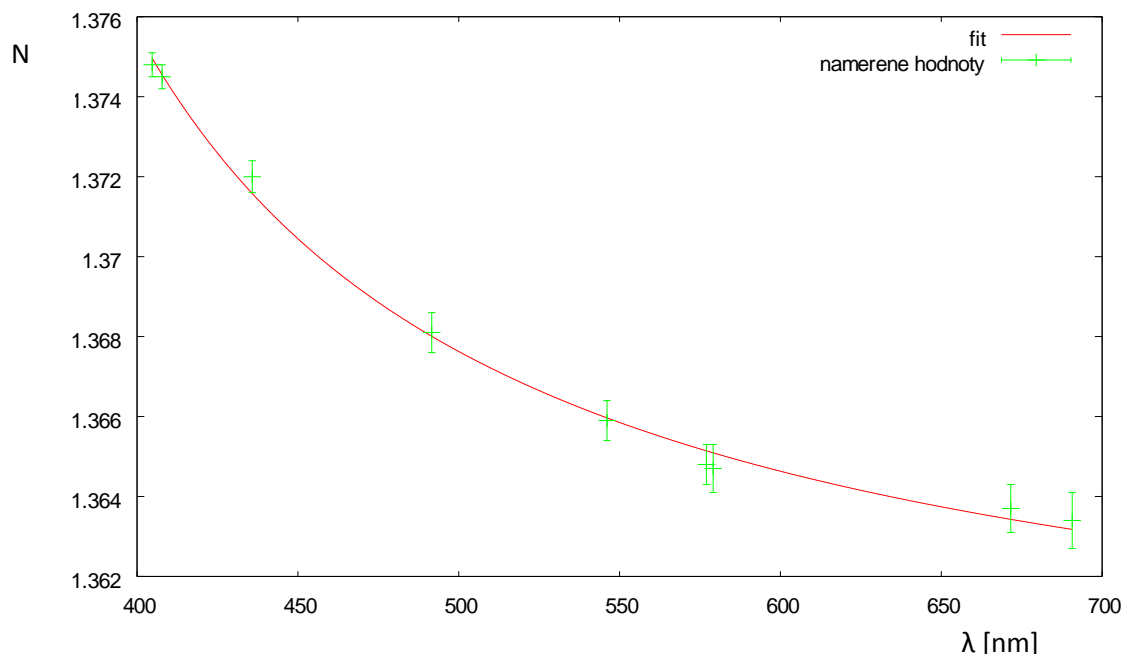
$$a = (2,1037 \pm 0,4094) \text{ nm}$$

$$\lambda_0 = (-280,284 \pm 18,19) \text{ nm}$$

**Graf I – Závislost indexu lomu hranolu na vlnové délce světla**



**Graf II – Závislost indexu lomu kapaliny č.2 na vlnové délce světla**



Se znalostí konstant ze vztahu (4) jsem vypočetla indexy lomu pro význačné vlnové délky.

**pro skleněný hranol:**  $N_F = (1,5398 \pm 0,002)\text{nm}$

$N_D = (1,5352 \pm 0,001)\text{nm}$

$N_C = (1,5337 \pm 0,001)\text{nm}$

**pro kapalinu v kyvetě:**  $N_F = (1,3683 \pm 0,004)\text{nm}$

$N_D = (1,3649 \pm 0,003)\text{nm}$

$N_C = (1,3636 \pm 0,003)\text{nm}$

Tyto hodnoty jsem pak použila do vztahů (5), (6) a (7) a získala hodnoty střední a relativní disperze a také Abbeovo číslo.

**pro skleněný hranol:**  $\Delta = (0,006 \pm 0,002)$

$\delta = (0,011 \pm 0,004)$

$\gamma = (87,5 \pm 305)$

**pro kapalinu v kyvetě:**  $\Delta=(0,005 \pm 0,005)$   
 $\delta=(0,013 \pm 0,013)$   
 $\gamma=(78,9 \pm 77)$

#### Diskuze

Před začátkem měření jsem seřizovala goniometr, což byla nejtěžší část celé úlohy. Avšak stejně se mi nepodařilo seřadit goniometr přesně tak, aby byly stěny hranolu zcela kolmé na optickou osu dalekohledu. Myslím si, že tato skutečnost hrála velkou roli v celkové chybě měřených veličin. Chybu měření lámavého úhlu odhaduji na dvě úhlové vteřiny. Chyba měření deviačních úhlů je mnohanásobně vyšší. Nebylo možné přesně určit místo, kde je maximum výchylky spektrálního obrazce při otáčení stolkem s hranolem (resp. kyvetou). Chyba měření deviačního úhlu kapaliny v kyvetě je však ještě větší, neboť měřím soustavu kapalina-sklo.

Odečet spektrálních čar u hranolu i kapaliny byl při dobrém zaostření zhruba stejně čitelný.

Chybu hodnot indexu lomu pro různé spektrální čáry jsem určila z kvadratického zákona o hromadění chyb, tedy podle vzorce (9).

Proměřila jsem index lomu skleněného hranolu (resp. kapaliny v kyvetě) pro deset různých spektrálních čar rtuťové výbojky (viz tabulky I a II). Tyto hodnoty jsem zanesla do grafů I a II a fitovala fci ze vztahu (4) pomocí programu Gnuplot. Ten také určil hodnoty konstant  $N_0$ ,  $a$ ,  $\lambda$  v tomto vztahu. Gnuplot však nezohlední chyby fitovaných veličin, proto se mohlo tímto fitem zanést další zkreslení, avšak tato chyba je řádově menší než statistická chyba těchto veličin.

Dosazením získaných konstant do vztahu (4) jsem určila pro tři význačné (tzv. Fraunhoferovy) spektrální čáry  $N_C$ ,  $N_D$ ,  $N_F$ . U kapaliny jsem tyto hodnoty porovнала s tabulkovými [3] a určila, že měřená kapalina je ethanol.

Hodnoty  $N_C$ ,  $N_D$ ,  $N_F$  jsem dále použila ve vztazích (5), (6) a (7) k určení charakteristik materiálu. Chyby těchto statistik jsem vypočetla podle vztahu (8). Zaskočila mě tak velká nepřesnost. U střední i relativní disperze je možno s jistotou určit pouze její řád. Hodnota Abbeova čísla je obzvlášť u hranolu nepoužitelná, protože chyba je víc než trojnásobek vypočítané hodnoty. Odečítáme totiž dvě velmi blízká čísla, takže relativní chyba rozdílu se prudce zvyší.

#### Závěr

V tomto pracovním úkolu jsem se seznámila s principem práce s goniometrem a také s Fraunhoferovou metodou měření indexu lomu látky.

Naměřila jsem velikost lámavého úhlu skleněného hranolu -  $\varphi=59^{\circ}39'57''$   
a kyvetu s kapalinou č.2 -  $\varphi=60^{\circ}14'38''$ .

Dále jsem proměřila indexy lomu čar spektry rtuťové výbojky pro skleněný hranol a kyvetu s kapalinou. Podrobnější výsledky jsou zapsány v tabulce I a II. Naměřené hodnoty jsem zpracovala graficky. Dané disperzní křivky jsou zaneseny v grafech I a II.

Určila jsem také střední disperzi  $\Delta$ , relativní disperzi  $\delta$  a Abbeovo číslo  $\gamma$

pro skleněný hranol:  $\Delta=(0,006 \pm 0,002)$   
 $\delta= (0,011 \pm 0,004)$   
 $\gamma= (87,5 \pm 305)$

pro kapalinu v kyvetě:  $\Delta=(0,005 \pm 0,005)$   
 $\delta=(0,013 \pm 0,013)$   
 $\gamma=(78,9 \pm 77)$

Podle hodnot indexu lomu kapaliny pro tři Fraunhoferovy spektrální čáry označené C,D,F jsem z tabulek určila, že daná kapalina je ethanol.

#### Použitá literatura

- [1] I. Pelant a kolektiv – Fyzikální praktikum III, Optika; matfyzpress; 2005  
[2] J.Čížek – <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/index.htm> , Praha 2008