

### Pracovní úkol

1. Z přiložených objektivů vyberte dva, použijte je jako lupy a změřte jejich zvětšení a zorná pole přímou metodou.
2. Změřte zvětšení a zorná pole mikroskopu pro všechny možné kombinace objektivů a okulárů. Naměřené výsledky srovnajte s výsledky získanými v předchozím bodě a rovněž s hodnotami zvětšení udávanými výrobcem. Určete čísla zorného pole okulárů.
3. Diskutujte vztah mezi číselnou aperturou mikroskopu, zorným polem mikroskopu a jeho rozlišovací schopností.
4. U všech měření odhadněte maximální chyby.

Polarizačním mikroskopem studujte vlastnosti dvojlomných látek:

1. Změřte specifickou stáčívost křemene pro vybrané vlnové délky.
2. Určete relativní chybu předchozího měření.
3. Užitím čtvrtvlnné destičky rozhodněte, je-li islandský vápenec kladný či záporný krystal. Totéž rozhodněte pro vzorek křemene.

### Teorie

Výraz pro zvětšení lupy je [1]:  $Z = \frac{u'}{u}$  (1)

kde  $u'$  je úhel, pod kterým vidíme předmět o velikosti  $y$ ,  $u$  je úhel, pod kterým vidíme tento předmět v konvenční zrakové vzdálenosti  $\delta = 25\text{cm}$ .

Platí [1]:  $u = \arctg\left(\frac{y}{\delta}\right) \cong \frac{y}{\delta}$  (2)

Zorné pole mikroskopu je průměr největšího kruhu v obrazivé rovině, který lze přístrojem najednou zorazit. Tuto veličinu měříme v metrech.

Jako lupu lze užít také spojnu soustavu s malou ohniskovou vzdáleností  $f$ , pokud umístíme předmět do její předmětové ohniskové vzdálenosti.

Pro velikost obrazu  $y'$  platí [1]:  $y' = \frac{y(f-a')}{f}$  (3)

Tento obraz vzniká ve vzdálenosti  $|a'|$  před hlavní obrazovou rovinou  $h'$ .

Pro zvětšení lupy dostaneme z (1), (2) a (3) vztah:

$$Z = \frac{\delta}{f} + \frac{\left(1 - \frac{\delta}{f}\right)\delta}{\delta_1} \quad (4)$$

kde  $\delta_1$  je vzdálenost obrazu od oka.

Tento vztah můžeme dále zjednodušit, pokud je oko těsně přiblíženo k lupě a pozorujeme tak okem akomodovaným na nekonečno, pak  $\delta_1 \rightarrow \infty$ . Pro zvětšení lupy pak ze (4) plyne:

$$Z = \frac{\delta}{f} \quad (5)$$

**Mikroskop** tvoří dvě spojné soustavy – objektiv a okulár. Předmět je umístěn nedaleko před předmětovou ohniskovou rovinou objektivu. Ten vytvoří skutečný převrácený obraz se zvětšením  $\beta$ . Tento obraz pozorujeme lupou – okulárem se zvětšením  $Z_0$ . Zvětšení mikroskopu pak je [1]:

$$Z = \beta Z_0 \quad (6)$$

Dále platí [1]:  $\beta = \frac{\Delta}{f_1}$  (7)

kde  $\Delta$  je optický interval, což je vzdálenost přední ohniskové roviny okuláru od zadní ohniskové roviny objektivu.

Ze vztahů (6) a (7) dostaneme celkové zvětšení mikroskopu.

$$Z = \frac{\Delta \delta}{f_1 f_2} \quad (8)$$

kde  $f_1$  a  $f_2$  jsou ohniskové vzdálenosti objektivu a okuláru.

Číslo zorného pole okuláru  $d_z$  je průměr clony zorného pole v mm, pokud je tato clona před všemi čočkami okuláru. Jinak je nutné zobrazit clonu zorného pole všemi čočkami okuláru před ní a  $d_z$  je pak průměr výsledného obrazu.

Zorné pole mikroskopu je dáno [1]:

$$\rho_m = \frac{d_z}{\beta} \quad (9)$$

Polovina úhlu, který svírají krajní paprsky svazku vymezeného aperturní clonou je aperturní úhel  $u$ . Rozlišovací schopnost mikroskopu nám nedovolí rozlišit při použití světla o vlnové délce  $\lambda$  dva body bližší než [1]:  $\varepsilon = 0,61 \frac{\lambda}{N \sin u}$  (10)

kde  $N$  je index lomu prostředí před objektivem. Veličina  $A=N \cdot \sin u$  je tzv. číselná apertura.

**Polarizační mikroskop** má oproti obyčejnému navíc polarizátor, který umožní vzorek osvětlovat polarizovaným světlem, a analyzátor. Tyto dva prvky jdou otáčet kolem svislé osy a tím lze natáčet jejich polarizační rovinu.

Pokud používáme slabé objektivy s malou numerickou aperturou, je zobrazení realizováno pouze paprsky málo odkloněnými od optické osy. Lze tedy uvažovat, že vzorkem prochází pouze rovnoběžné paprsky. Tomuto říkáme ortoskopické uspořádání.

Konoskopické uspořádání je pro pozorování interferenčních jevů, které nastanou při průchodu sbíhavého svazku polarizovaného světla anizotropním prostředím. Tato dvě uspořádání měníme výsuvným objektivem umístěným v tubusu mikroskopu.

Měření měrné stáčivosti se provádí v ortoskopickém uspořádání. Nejprve nastavíme polarizátor a analyzátor tak, aby byly zkřížené polarizační roviny, tedy máme tmavé pole. Po vložení vzorku natočíme analyzátořem o úhel  $\alpha$  tak, abychom znovu dosáhli zkřížení polarizačních rovin. Měrná stáčivost je pak [1]:

$$\rho = \frac{\alpha}{d} \quad (11)$$

kde  $d$  je tloušťka vzorku.

Pokud měříme v konoskopickém uspořádání, necháme procházet sbíhavý svazek paprsků dvojlomným materiálem. Pozorujeme pak charakteristické interferenční obrazce. Objeví se tmavší a světlejší oblasti dvou typů. Tmavé proužky se nazývají inkolory a odpovídají paprskům s kmitoměry ležícími ve skřížených rovinách polarizátoru a analyzátoru. Dohromady vytvoří tmavý kříž. Světlé soustředné kružnice jsou nazývané izochromáty. Jejich poloměr závisí na vlnové délce světla.

Po vložení čtvrtvlnné destičky se obrazec změní. Světlo polarizované jedním směrem se v ní šíří pomaleji než světlo polarizované kolmým směrem. Pokud nastavíme obrazec tak, aby směr, ve kterém se destičkou šíří světlo pomaleji, půlil úhel mezi inkolory. Po vložení destičky se roztáhnou izochromáty v kvadrantech obsahujících osu rovnoběžnou s kmitosměrem „pomaleho“ paprsku. Tak poznáme, zda jde o záporný, či kladný krystal.

### Výsledky měření

#### Zvětšení objektivů

Pro měření zvětšení objektivů jsem si vybrala objektiv 10 a 3. Vložila jsem objektiv do stojánku, 25 cm nad podložkou. Dívala jsem se do objektivu svislým směrem dolů. Do ohniskové roviny jsem umístila jemnou stupnici s nejmenším dílkem 0,1mm. Ve vzdálenosti 25 cm jsem pak druhým okem pozorovala obyčejnou stupnici. Porovnávala jsem vzdálenosti viděné na obou stupnicích. Protože měřím v konenční zrakové vzdálenosti 25 cm, lze ve vztahu (1) nahradit úhly  $u, u'$  za velikosti  $y, y'$ .

#### **Tabulka I – Zvětšení pro objektivy 3 a 10.**

$y'$ [mm]	10	15	20	25	30	35	40
$y_3$ [mm]	1,4	2,0	2,7	3,4	4,1	4,6	5,3
$y_{10}$ [mm]	0,7	1,1	2,4	1,8	2,2	2,6	2,9

Chybu jednoho měření  $y$  uvažuji  $\pm 0,2$  mm. Chyba  $Z$  je chybou lineární regrese společně s chybou měření. Ze vztahu (1) tedy dostáváme:

$$Z_3 = (7 \pm 2)$$

$$Z_{10}=(14 \pm 3)$$

Velikost zorného pole jsem určila přímo z počtu dílků jemní stupnice, které byly vidět, aniž by se muselo naklonit hlavou. Chyba veličiny je dána jako polovina nejmenšího díku stupnice.

$$\rho_3=(18,0 \pm 0,5)\text{mm}$$

$$\rho_{10}=(4,8 \pm 0,5)\text{mm}$$

### **Zvětšení mikroskopu**

Zvětšení mikroskopu jsem měřila pro všechny kombinace objektiv (3, 5, 6, 10) a okulár (6, 8, 15). Do mikroskopu jsem jako vzorek použila jemně dělenou stupnici. Na stujánku vedle mikroskopu jsem měla stupnici v cm. její obraz se zrcátkem přenášel nad mikroskop, kde byl umístěn hranol, který stáčel tento obraz. Jedním okem jsem tak mohla pozorovat skrz hranol klasicky dělenou stupnici a jemnou stupnici v mikroskopu. Opět jsem porovnávala velikosti dílků na stupnicích.

Při měření s objektivem 3 se stalo, že jsem měřila s klasickou stupnicí ve vzdálenosti  $\delta$  ne 25cm, ale  $\delta'=(41 \pm 1)\text{cm}$ . Proto je nutné výsledné hodnoty podle vztahu (1) vynásobit korekční konstantou  $\delta/\delta'=(0,61 \pm 0,2)$ .

**Tabulka II – zvětšení pro objektiv 3, okulár 6 a 8, vzdál. $\delta=(41 \pm 1)\text{cm}$**

$y'$ [mm]	10	15	20	25	30	40	50
$y_{OK6}$ [mm]	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	-	-
$y_{OK8}$ [mm]	0,30	-	0,60	-	0,80	1,10	1,40

**Tabulka III – zvětšení pro objektiv 3, okulár 10**

$y'$ [mm]	10	20	30	40	50
$y_{OK15}$ [mm]	0,20	4,50	6,50	9,00	1,15

Chybu jednoho měření u okuláru 3 uvažuji  $\pm 0,05\text{mm}$ , což je polovina nejmenšího díku jemně stupnice.

**Tabulka IV – zvětšení pro objektiv 5, okulár 6,8,10**

$y'$ [mm]	10	20	30	40	50	60
$y_{OK6}$ [mm]	0,30	0,60	0,90	1,20	1,50	1,80
$y_{OK8}$ [mm]	0,20	0,40	0,63	0,85	1,05	1,25
$y_{OK15}$ [mm]	0,10	0,20	0,32	0,45	0,58	0,70

**Tabulka V – zvětšení pro objektiv 6, okulár 6,8,10**

$y'$ [mm]	10	20	30	40	50	60
$y_{OK6}$ [mm]	0,30	0,58	0,85	1,15	1,40	1,70
$y_{OK8}$ [mm]	0,15	0,45	0,55	0,72	0,95	1,10
$y_{OK15}$ [mm]	0,10	0,20	0,32	0,45	0,58	0,70

**Tabulka VI – zvětšení pro objektiv 10, okulár 6,8,10**

$y'$ [mm]	10	20	30	40	50	60
$y_{OK6}$ [mm]	0,15	0,32	0,50	0,68	0,85	1,03
$y_{OK8}$ [mm]	0,10	0,22	0,35	0,47	0,58	0,70
$y_{OK15}$ [mm]	0,03	0,11	0,18	0,25	0,41	0,48

Chybu jednoho měření pro okuláry 5, 6 a 10 uvažuji  $\pm 0,03\text{mm}$ . Je to méně než polovina jednoho díku stupnice, protože zvětšení bylo takové, že se dala odhadnout přibližná hodnota dalšího desetinného místa.

Ze vztahu (1) jsem po korekci na správnou vzdálenost  $\delta$  u prvních dvou měření určila zvětšení  $Z$ .

Nejprve jsem odhadla chybu jednotlivých měření a pak dále podle vztahu (1) jsem určila hodnotu zvětšení pro každé jednotlivé měření a určila chybu každého z nich. Ze získaných hodnot jsem aritmetickým průměrem dostala výslednou veličinu. Výsledná chyba je tedy chybou tohoto aritmetického průměru ([2],seminar8).

U prvních dvou měření jsem do výsledné chyby zahrнула také chybu korekčního faktoru.

**Tabulka VII – zvětšení Z mikroskopu pro všechny kombinace okulárů a objektivů**

objektiv okulár	3	5	6	10
6	15 ± 2	33 ± 2	35 ± 2	61 ± 8
8	22 ± 4	48 ± 3	55 ± 16	89 ± 14
15	46 ± 6	92 ± 16	92 ± 16	151 ± 54

**Tabulka VIII – zvětšení Z mikroskopu – hodnoty udávané od výrobce**

objektiv okulár	3	5	6	10
6	18	30	36	60
8	24	40	48	80
15	45	75	90	150

Pro všechny kombinace objektivů a okulárů jsem také změřila zorné pole. Chybu jednoho měření uvažuji ±0,5mm, což je polovina nejmenšího délku stupnice.

**Tabulka IX – zorná pole  $\rho_m$  [mm] mikroskopu pro všechny kombinace okulárů a objektivů**

objektiv okulár	3	5	6	10
6	7,3	3,8	3,6	2,2
8	6,7	3,5	3,3	2,0
15	5,5	2,8	2,7	1,6

Dále jsem z těchto naměřených hodnot s využitím hodnot zvětšení objektivů udávaných výrobcem určila podle vztahu (9) čísla zorného pole mikroskopu pro všechny kombinace objektivů a okulárů. Chyba je vypočítaná ze zákona o přenosu chyb ([2],seminar8).

**Tabulka X – čísla zorného pole  $d_z$  [mm] pro všechny kombinace okulárů a objektivů**

objektiv okulár	3	5	6	10
6	21,9 ± 0,2	19,0 ± 0,3	21,6 ± 0,3	22,0 ± 0,5
8	20,1 ± 0,2	17,5 ± 0,3	19,8 ± 0,3	20,0 ± 0,5
15	16,5 ± 0,2	14,0 ± 0,3	16,2 ± 0,3	16,0 ± 0,5

**Specifická stáčivost křemene**

Měřila jsem specifickou stáčivost křemene na polarizačním mikroskopu. Toto měření se provádí v ortoskopckém uspořádání.

Nastavila jsem výchozí polohu polarizátoru na 0°. Analyzátor jsem otočila o úhel  $\alpha_0$  do polohy zkřížení polarizačních rovin. Vložila jsem vzorek a otočila analyzátozem opět do polohy zkřížení rovin a odečetla úhel. Výsledný úhel stočení je  $\alpha_1 - \alpha_0 = \alpha$ .

Světlo jsem polarizovala pomocí barevných destiček, které propustí jednu vlnovou délku světla, položených mezi vzorkem a zdrojem světla.

Tloušťka měřeného vzorku je  $d = 1\text{mm}$ .

**Tabulka XI – měrná stáčivost křemene pro vybrané vlnové délky světla**

$\lambda$ [nm]	$\alpha_0$ [°]	$\alpha$ [°]	$\rho$ [°·mm <sup>-1</sup> ]
450	5,2	147,0 – 180	33 ± 1
540	5,7	153,1 – 180	27 ± 1
600	5,5	157,8 – 180	22 ± 1

Chyba odečtu ze stupnice je  $\pm 0,05^\circ$ , ale přechod k tmavému poli byl spojitý, a tak nebylo zcela přesné nalezení té maximální polohy. Proto uvažuji chybu jednoho měření  $\pm 1^\circ$ . Dále jsem zjišťovala v klonoskopickém uspořádání, zda je islandský vápenec kladný, nebo záporný krystal. Postupovala jsem podle návodu, který je uveden v teoretické části protokolu. Islandský vápenec je záporný krystal.

### Diskuze

V prvním úkolu jsem měřila zvětšení objektivu použitého jako lupy. Při tomto měření jsem se dopouštěla velké chyby měření. Bylo totiž obtížné sledovat jedním okem stupnici pod lupou a zároveň druhým okem stupnici 25cm od oka. Chybu určení  $y$  uvažuji  $\pm 0,2$ mm. naměřené hodnoty zvětšení objektivů se neshodují se zvětšeními udávanými výrobcem. Je to patrné z důvodu, že objektiv má toto zvětšení pouze v mikroskopu v kombinaci s okulárem.

Zorné pole objektivů jsem určila jako počet dílků jemné stupnice, které byly v objektivu vidět bez naotčení hlavy. Chybu tohoto měření odhaduji na  $\pm 0,5$ mm.

Dále jsem měřila zvětšení mikroskopu pro 12 různých kombinací objektivů a okulárů. U prvních dvou kombinací jsem udělala chybu ve vzdálenosti předmětu od oka, která byla  $\delta' = (41 \pm 1)$ cm. Z tohoto důvodu bylo nutné výsledky vynásobit korekčním faktorem  $\delta/\delta'$ , kde  $\delta = 25$ cm. Tento faktor mi vnesl do výsledné hodnoty zvětšení chybu navíc. Nejprve jsem spočítala pro každé měření jeho chybu a poté výslednou chybu jako odchylku aritmetického průměru, kde každý člen tohoto průměru má jinou dílčí chybu. Výsledky jsou uvedeny v Tabulce VII. Mnou naměřené hodnoty se dobře shodují se zvětšeními udávanými výrobcem, které jsou uvedeny v Tabulce VIII. Je vidět, že vypočítaná chyba je ve většině případů dostačující. Pouze při měření s objektivem 5 se mírně oddalují od hodnot udávaných výrobcem. Nejnepřesnější bylo vždy první měření v sérii, tedy když jsem odečítala z jemné stupnice pod mikroskopem, čemu odpovídá 10 mm nezvětšených. U měření kombinace objektiv 10, okulár 15 mi tato hodnota úplně vybočovala, a tak jsem ji do celkového výsledku nezapočítala.

Zorné pole mikroskopu jsem určovala stejným způsobem jako v prvním úkolu. Chybu opět uvažuji jako polovinu nejmenšího dílku, tedy  $\pm 0,5$ mm. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v Tabulce IX. Za pomoci těchto hodnot jsem dále určovala čísla zorného pole mikroskopu. Tato veličina nezískává žádnou další chybu při výpočtu, neboť jsem použila hodnoty zvětšení objektivů, které uvádí výrobce. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v Tabulce X.

Další částí praktika byla práce s polarizačním mikroskopem. Při měření stáčivosti křemene jsem určovala, při jakém úhlu natočení analyzátoru mikroskopem prochází nejmenší jas. Určení této hodnoty jsem zpřesnila tím, že jsem měnila intenzitu přicházejícího světla, aby šlo lépe určit, kdy je pole nejtmaší. Proto tuto chybu uvažuji pouze  $\pm 1^\circ$ . V Tabulce XI jsou uvedeny hodnoty naměřených úhlů natočení analyzátoru. Stupnice analyzátoru byla pouze do  $180^\circ$  a točila jsem jí na stranu, kdy jsem opsala téměř celý tento úhel než jsem dospěla ke kýženému ztmavení pole. Proto od naměřených hodnot odečítám oněch  $180^\circ$ , abych dostala výsledný úhel natočení.

V posledním úkolu jsem určovala zápornost, či kladnost krystalu islandského vápence. Toto měření nemá žádnou chybu, neboť jde pouze o analýzu interferenčního obrazce v mikroskopu.

### Závěr

V tomto praktiku jsem se seznámila s metodami určování zvětšení mikroskopu a lupy. Dále jsem zkusila práci s moderním polarizačním mikroskopem.

V prvním úkolu jsem naměřila zvětšení objektivu 3:  $Z_3=(7 \pm 2)$   
a objektivu 10:  $Z_{10}=(14 \pm 3)$ .

Dále jsem změřila pro tyto dva objektiv velikost jejich zorného pole:  $\rho_3=(18,0 \pm 0,5)\text{mm}$   
 $\rho_{10}=(4,8 \pm 0,5)\text{mm}$

Změřila jsem zvětšení, zorná pole a čísla zorného pole mikroskopu pro všechny kombinace objektivů 3, 5, 6 a 10 a okulárů 6, 8 a 15. Naměřené hodnoty jsou shrnuty v tabulkách VII, IX a X.

Polarizačním mikroskopem jsem změřila specifickou stáčivost křemene pro 3 vybrané vlnové délky:

$$\rho_{450}=(33 \pm 1)^\circ \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\rho_{540}=(27 \pm 1)^\circ \cdot \text{mm}^{-1}$$

$$\rho_{600}=(22 \pm 1)^\circ \cdot \text{mm}^{-1}$$

Za pomoci polarizačního mikroskopu jsem také určila, že islandský vápenec je záporný krystal.

### Použitá literatura

- [1] I. Pelant a kolektiv – Fyzikální praktikum III, Optika; matfyzpress; 2005
- [2] J.Čížek – <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/index.htm> , Praha 2008