

1 Pracovní úkoly

1. Ze zadané hustoty krystalu fluoridu lithného určete vzdálenost d hlavních atomových rovin.
2. Proměřte úhlovou závislost intenzity difraktovaného rentgenového záření při pevné orientaci krystalu.
3. Proměřte spektrum rentgenového záření při konstantním anodovém napětí rentgenky $U_a = 20$ kV.
4. Z mezní hodnoty energie spojitého spektra určete Planckovu konstantu, porovnejte s tabelovanou hodnotou. Určete vlnové délky čar K_α , K_β (porovnejte s tabelovanými hodnotami), spočítejte jejich vlnočty a odpovídající energetické rozdíly vyjádřete v keV. Určete konstanty stínění.

2 Teoretický úvod

Pro tvorbu rentgenového záření se obvykle používají rentgenky, kde dochází k urychlení elektronů uvolněných z katody, která je žhavená elektrickým proudem, anodovým napětím U_a o velikosti desítek až stovek kV. V místě dopadu elektronu se pak uvolňuje rentgenové záření. Spektrum toho záření je ovlivněno zejména dvěma mechanismy jeho vzniku. Jednak dochází k tvorbě spojitého spektra, které odpovídá brzděnému záření a pak charakteristické záření, které odpovídá přeskokům elektronů mezi jednotlivými orbitaly v atomovém obalu.

Brzděné záření je vzniká brzděním elektronu v elektrickém poli elektronů látky anody. Jak již bylo zmíněno, tak je spojitě s tím, že na krátkovlnné straně je relativně ostrá hranice, kde intenzita klesá k nule a směrem k ještě kratším vlnovým délkám odpovídajícím vyšším energiím záření je nulová. Tato mezní vlnová délka λ_m , kdy dojde k poklesu detekovaného rentgenového záření na úroveň pozadí odpovídá situaci, kdy elektron ztratí všechnu svou energii ve prospěch jednoho fotonu

$$h\nu_m = \frac{hc}{\lambda_m} = eU_a \quad \Rightarrow \quad \lambda_m = \frac{hc}{eU_a}, \quad (1)$$

kde e je náboj elektronu, h je Planckova konstanta, c je rychlost světla a ν_m je frekvence světla. Pokud ovšem vlnovou délku záření známe, pak můžeme určit měřením hodnotu Planckovy konstanty

$$h = \frac{eU_a\lambda_m}{c}. \quad (2)$$

Čárové, neboli diskrétní, spektrum je pak vytvářeno přeskoky elektronu mezi energetickými hladinami atomového obalu. Toto se děje nejčastěji kvůli tomu, že byl elektron z nízkého orbitalu vyražen (excitován, či přímo úplně opustil atom fotoefektem) a pak dochází k postupným poklesům elektronů, které v obalu zůstaly na nižší hladiny. Přechody mezi energetickými hladinami se označují podle toho, na kterou slupku elektron dopadá (K, L, M...), o kolik hladin popadl (α - o jednu, β - o dvě...) a navíc se ještě rozlišují podle magnetického čísla, ale v rámci našeho experimentálního uspořádání nebude možné rozlišit spektrální čáry takto jemně.

Vztah pro vlnočty ν_{12} spektrální čáry odpovídající přeskoku z hladiny m na n vycházející z Bohrova modelu atomu je

$$\nu_{mn} = R(Z - s)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3)$$

kde Z je atomové číslo prvku v anodě, R je Rydbergova konstanta ($R = 1,0973731 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$) a s je stínící konstanta. Stínící konstanta reprezentuje fyzikálně vliv náboje ostatních elektronů, které odstíňují pole jádra - s se zvětšuje směrem od jádra.

Použijeme-li jednoduchou představu, že k difrakci dochází odrazem rovinné vlny od soustavy rovnoběžných rovin (do kterých jsou atomy v krystalu uspořádány), pak pokud dopadající i difragovaný paprsek svírají s atomovými rovinami stejný úhel θ , musí být splněna Braggova podmínka, aby došlo k difrakci

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (4)$$

kde d je vzdálenost atomových rovin krystalu a k je řád interference (celé číslo; v našem uspořádání $k = 1$).

3 Měření

3.1 Výpočet vzdálenosti atomových rovin krystalu

Prvním úkolem je výpočet vzdálenosti d hlavních rovin krystalu. Krystaly látky použité pro experiment (LiF) tvoří kubickou plošně-centrovanou mřížku. Počet částic v jednotkové krychli krystalu je

$$N_c = \frac{mN_A}{M} = \frac{\rho V N_A}{M}, \quad (5)$$

kde $\rho = 2601 \text{ kg m}^{-3}$ je hustota krystalu, N_A je Avogadrovo číslo a M je průměrná molární hmotnost Li a F (které jsou zastoupeny v krystalu ve stejném počtu) $M = \frac{M_{\text{Li}} + M_{\text{F}}}{2}$, kde dle [2] $M_{\text{Li}} = 6,941 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$, $M_{\text{F}} = 18,9984 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$. Na jedné hraně jednotkové krychle je počet částic

$$N_1 = \left(\frac{mN_A}{M} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (6)$$

z čehož pak plyne vzdálenost meziatomových rovin

$$d = \left(\frac{M}{\rho N_A} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (7)$$

Výsledná hodnota je pak $d = 2,0231 \cdot 10^{10} \text{ m}$.

3.2 Výsledky měření

Měření bylo provedeno na školním přístroji Phywe a jako detektor posloužil Geiger-Müllerův čítač. Měření probíhala s napětím $U_a = 20 \text{ kV}$, pokud není uvedeno jinak.

Nejprve byla proměřena závislost počtu detekovaných fotonů při fixním úhlu natočení krystalu $\theta = (14,0 \pm 0,5)^\circ$. Úhel natočení detektoru φ vůči původnímu směru rentgenového paprsku byl měněn mezi 10° a 50° . Naměřené hodnoty jsou v tabulce č. 1 a graficky zpracovány v obrázku č. 1.

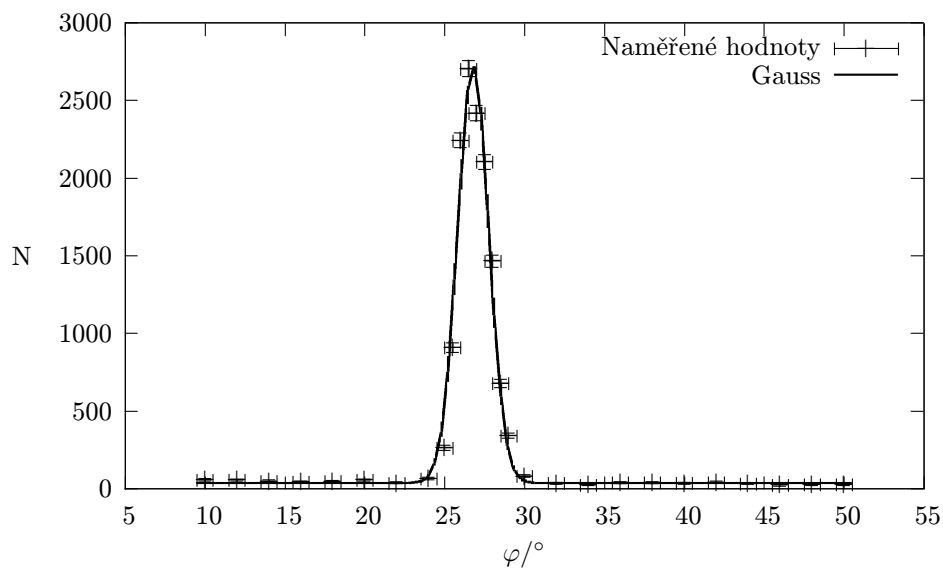
Chyba měření úhlu natočení krystalu i detektoru je odhadnuta na $0,5^\circ$, protože stupnice byla dělená po jednom úhlovém stupni. Sice jsem se snažil o co nejpřesnější nastavení úhlu, ale přesto myslím, že dosažená přesnost nemohla být větší a to i kvůli tomu, že detektor není dokonale uchycený a nemíří přesně ideálně po úhlem, který je nastavený, na místo vzorku, kam dopadá rentgenový paprsek, což jsem si ověřil ověřujícími měřeními.

Doba každého měření byla 40 s, protože je to doba, za kterou detektor zadetekuje již relativně velký počet částic a chyba měření je úměrná \sqrt{N} a relativní chyba měření je pak $\frac{1}{\sqrt{N}}$.

Z fitu prvního měření s fixním vzorkem pomocí programu gnuplot jsem určil maximum intenzity na úhlu $\varphi = (26,8 \pm 0,5)^\circ$, což by ukazovalo na systematickou chybu měření úhlu díky nedokonalé nastavené aparatuře. Proto jsem provedl ještě jedno další měření před začátkem měření dalšího úkolu, které je pro $\theta = (22,0 \pm 0,5)^\circ$ a je v tabulce 2, a pak po změření dalšího úkolu, které je pro $\theta = (22,5 \pm 0,5)^\circ$ a je v tabulce 3. U prvního z těchto dvou měření se zdá, že by korekce

Tabulka 1: Měření s fixním nastavením vzorku na $\theta = (14,0 \pm 0,5)^\circ$

$\varphi/^\circ$	N	$\varphi/^\circ$	N	$\varphi/^\circ$	N
10,0	59	26,0	2243	34,0	26
12,0	56	26,5	2704	36,0	40
14,0	51	27,0	2420	38,0	40
16,0	44	27,5	2104	40,0	37
18,0	48	28,0	1465	42,0	43
20,0	56	28,5	679	44,0	33
22,0	39	29,0	342	46,0	23
24,0	67	30,0	82	48,0	27
25,0	263	32,0	36	50,0	27
25,5	909				

Obrázek 1: Graf měření s fixním nastavením vzorku na $\theta = (14,0 \pm 0,5)^\circ$ proložený Gaussovou funkcí

Tabulka 2: Zjišťování úhlového posunu

$\varphi/^\circ$	N
42,0	884
43,0	940
44,0	1770
45,0	2348
45,5	557

Tabulka 3: Zjišťování úhlového posunu II

$\varphi/^\circ$	N
42,0	206
43,0	609
44,0	1061
44,5	3573
45,0	8062
45,5	5556
46,0	771
47,0	46

měla být opačným směrem, než která by vyplývala z měření prvního úkolu, kdežto u druhého se zdá, že korekce není potřeba. Právě proto jsem se rozhodl neprovádět žádnou korekci na určený úhel, protože nejspíše by byla potřeba korekce závislá na úhlu natočení vzorku i detektoru, což není reálně provést, pokud by se nepovedly další stovky měření či by se zmapovala co nejpřesněji geometrie uspořádání úlohy.

Dalším úkolem bylo změřit spektrum pomocí nastavení $\varphi = 2\theta$. Naměřené hodnoty pro jednotlivé úhly jsou v tabulce 4, kde jsou i další měření (ale pouze hodnot v okolí hrany pro výpočet Planckovy konstanty) pro napětí 15 kV a 10 kV. V grafu 2 je vynesena závislost počtu detekovaných částic na úhlu θ , v grafu 3 je pak závislost na vlnové délce. V grafu 4 jsou pak naměřené hodnoty kolem oblasti hrany pro jiná napětí.

Výsledné hodnoty pro pozici hran jsou

$$\lambda_{20\text{kV}} = (0,059 \pm 0,003) \text{ nm},$$

$$\lambda_{15\text{kV}} = (0,080 \pm 0,003) \text{ nm},$$

$$\lambda_{10\text{kV}} = (0,118 \pm 0,003) \text{ nm},$$

čemuž odpovídají hodnoty Planckovy konstanty

$$h_{20\text{kV}} = (6,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-34} \text{ Js},$$

$$h_{15\text{kV}} = (6,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-34} \text{ Js},$$

$$h_{10\text{kV}} = (6,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-34} \text{ Js},$$

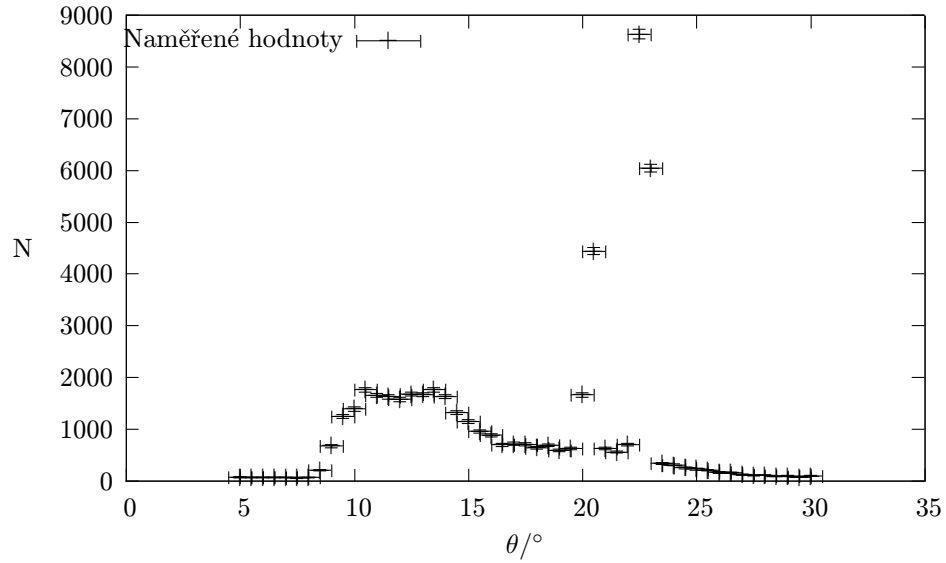
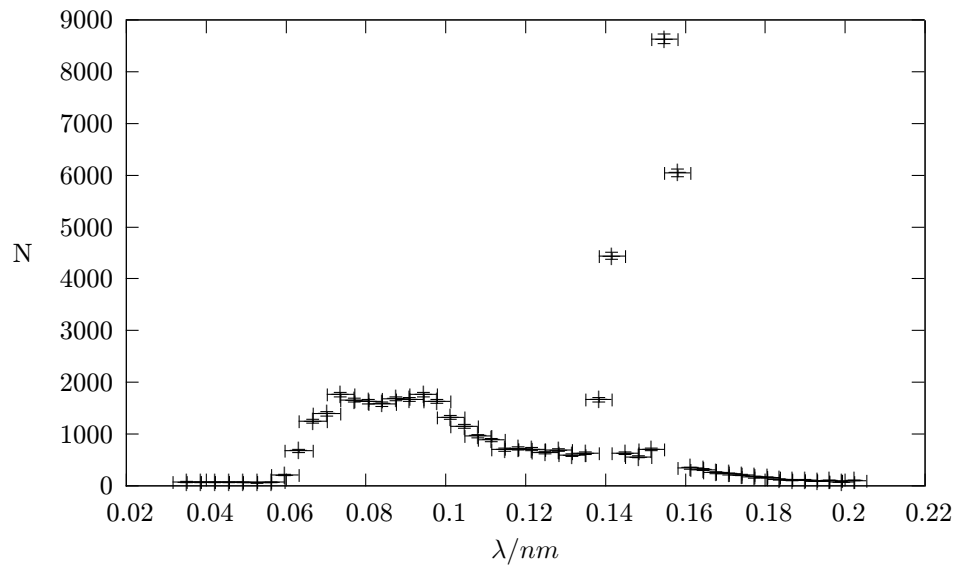
což odpovídá tabelované hodnotě $h_{tab} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ dle [2] v rámci vysoké chyby měření způsobené nepřesným odečítáním úhlů.

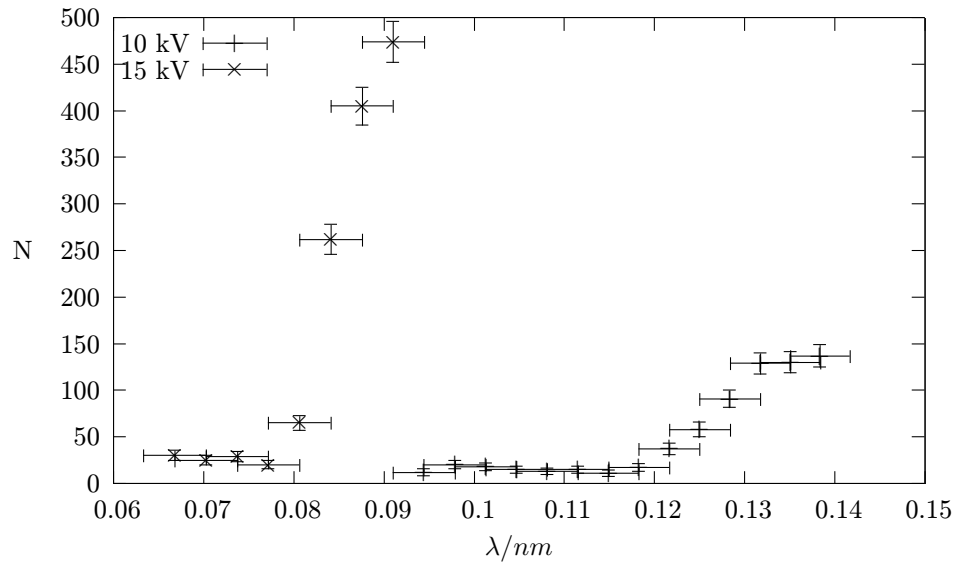
Polohy píků odpovídající spektrálním čárám K_α a K_β jsou

$$\lambda_{K_\alpha} = (0,156 \pm 0,003) \text{ nm},$$

Tabulka 4: Měření s proměnným nastavením úhlu vzorku i detektoru ($2\theta = \varphi$)

$U_a = 20 \text{ kV}$		$U_a = 20 \text{ kV}$		$U_a = 15 \text{ kV}$		$U_a = 10 \text{ kV}$	
$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N	$\theta/^\circ$	N
5,0	72	18,0	645	9,5	30	13,5	12
5,5	69	18,5	691	10,0	25	14,0	20
6,0	68	19,0	599	10,5	29	14,5	18
6,5	70	19,5	632	11,0	20	15,0	15
7,0	68	20,0	1664	11,5	65	15,5	13
7,5	60	20,5	4442	12,0	262	16,0	15
8,0	68	21,0	629	12,5	405	16,5	11
8,5	206	21,5	562	13,0	474	17,0	17
9,0	674	22,0	708			17,5	37
9,5	1253	22,5	8632			18,0	58
10,0	1391	23,0	6045			18,5	91
10,5	1765	23,5	342			19,0	129
11,0	1659	24,0	311			19,5	130
11,5	1628	24,5	257			20,0	137
12,0	1578	25,0	231				
12,5	1683	25,5	214				
13,0	1667	26,0	167				
13,5	1764	26,5	165				
14,0	1633	27,0	126				
14,5	1321	27,5	112				
15,0	1152	28,0	116				
15,5	962	28,5	92				
16,0	889	29,0	104				
16,5	700	29,5	78				
17,0	723	30,0	105				
17,5	709						

Obrázek 2: Graf měření s měněným nastavením vzorku na $2\theta = \varphi$ Obrázek 3: Graf měření s měněným nastavením vzorku na $2\theta = \varphi$



Obrázek 4: Graf měření s měněným nastavením vzorku na $2\theta = \varphi$ pro jiné hodnoty napětí na rentgence

$$\lambda_{K_\beta} = (0,140 \pm 0,003) \text{ nm},$$

tabelované hodnoty jsou

$$\lambda_{K_\alpha, tab} = 0,154 \text{ nm},$$

$$\lambda_{K_\beta, tab} = 0,139 \text{ nm},$$

vlnočty

$$\nu_{12} = 6,5 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1},$$

$$\nu_{13} = 7,1 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1},$$

stínící konstanty

$$s_{K_\alpha} = 0,9 \pm 0,2$$

$$s_{K_\beta} = 2,0 \pm 0,2$$

a odpovídající energie fotonů je

$$E_{K_\alpha} = (7,9 \pm 0,2) \text{ nm},$$

$$E_{K_\beta} = (8,9 \pm 0,2) \text{ nm}.$$

4 Diskuse

Největším zdrojem chyby v měření je určování úhlu, které je jednak prováděno pomocí stupnice, která má dílky po 1° , a navíc není detektor přesně dokonale nastavený tak, jak by mělo odpovídat úhlu natočení na stupnici. Pokusil jsem se určit korekci pomocí proměření alespoň dvou úhlu θ , ale vzhledem k tomu, že je korekce silně netriviální (vyplývající z geometrie úlohy) a závislá na úhlu θ , tak jsem žádnou korekci na určení úhlu neprovedl. V rámci chyby měření ovšem odpovídá úhel $\varphi = (26,8 \pm 0,5)^\circ$ dvojnásobku úhlu $\theta = (14,0 \pm 0,5)^\circ$.

Z naměřených hodnot v druhém úkolu je vidět, že "pozadí" v detektorové oblasti je z velké míry určeno rozptylovými procesy rentgenového záření, protože závisí na napětí na rentgence (střední hodnota počtu detekovaných částic v oblasti před hranou ve spektru). Jedná se nejspíše o z velké části o Comptonův rozptyl.

Planckova konstanta v rámci chyby měření odpovídá tabelované hodnotě.

5 Závěr

Určil jsem meziatomovou vzdálenost rovin krystalu jako $d = 2,0231 \cdot 10^{10}$ m.

Změřil jsem úhlovou závislost intenzity difraktovaného rentgenového záření při pevné orientaci krystalu a výsledky jsem graficky zpracoval.

Proměřil jsem spektrum rentgenového záření. Z poloh hran ve spektru jsem určil Planckovu konstantu jako $h = (6,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-34}$ Js.

Naměřené energie fotonů v oblasti přechodů K_α a K_β jsou $E_{K_\alpha} = (7,9 \pm 0,2)$ nm, a $E_{K_\beta} = (8,9 \pm 0,2)$ nm.

6 Literatura

- [1] **Studijní text k fyzikálnímu praktiku**
Studium spektra rentgenového záření
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_313.pdf
- [2] *J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky*
SNTL, Praha 1980