Vojtěch Hrubý Úloha 10

Pracovní úkol

1. Vyneste do grafu disperzní relaci měřicího hranolu GoF3 pomocí údajů v tabulce 1.2.2
2. Stanovte disperzní relaci optických skel, jejich střední disperzi, relativní střední disperzi a Abbeovo číslo. Podle přiloženého výpisu z katalogu optických skel proveďte identifikaci vzorků. Disperzní relaci vyneste do grafu.
3. Stanovte teplotní závislost indexu lomu pro zadanou kapalinu pro tři různé vlnové délky v teplotním intervalu 20°C–50°C. Zpracujte naměřené závislosti do grafu.
4. Spočtěte chybu nepřímého měření indexů lomu pevných látek a kapalin a to obecně i numericky. V úkolu 2 spočtěte chybu nepřímého měření střední disperze, relativní střední disperze a Abbeova čísla.

Teoretická část

Měření provádíme Pulfrichovým refraktometrem. Světlo nejprve vstupuje pod přibližně pravým úhlem do pravoúhlého vzorku tak, že se láme pod mezním úhlem do měřicího hranolu a vystupuje z něj pod úhlem γ proti styčné ploše vzorku a hranolu. Ze zákona lomu lze odvodit vztah pro index lomu vzorku

$$N_2 = \sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}, \tag{1}$$

kde N_1 je index lomu měřicího hranolu. Chyba měření je podle [1]

$$\Delta N_2 = \frac{\sqrt{N_1^2 \Delta N_1^2 + \sin^2\gamma \Delta\gamma^2}}{\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}}. \tag{2}$$

Při měření indexu lomu kapaliny používáme V-hranol. Index lomu kapaliny je podle zákona lomu

$$N_2 = \sqrt{N_1^2 - \cos\gamma\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}}, \tag{3}$$

kde N_1 je index lomu V-hranolu. Chyba tohoto měření je

$$\Delta N_2 = \frac{\sqrt{\left(N_1 - \frac{\cos\gamma}{\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}}\right)^2 \Delta N_1^2 + \left(\sin\gamma\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma} + \frac{\cos\gamma\sin\gamma}{\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}}\right)^2 \Delta\gamma^2}}{\sqrt{N_1^2 - \cos\gamma\sqrt{N_1^2 - \cos^2\gamma}}}. \tag{4}$$

Disperze je závislá na vlnové délce světla přibližně podle vztahu

$$N = N_0 + \frac{a}{\lambda + \lambda_0}, \tag{5}$$

kde N_0, a a λ_0 jsou konstanty.

Pro charakteristiku materiálu často používáme index lomu při některých významných vlnových délkách označených písmeny. Dále můžeme charakterizovat materiál pomocí následujících definitoricky zavedených vztahů:

a) Střední disperze

$$\Delta = N_{\mathrm{F}} - N_{\mathrm{C}}, \qquad \Delta\Delta = \Delta N_{\mathrm{F}} + \Delta N_{\mathrm{C}} \tag{6),(7}$$

b) Relativní disperze

$$\delta = \frac{\Delta}{N_{\mathrm{D}} - 1}, \qquad \Delta\delta = \delta \cdot \left(\frac{\Delta\Delta}{\Delta} + \frac{\Delta N_{\mathrm{D}}}{N_{\mathrm{D}} - 1} \right) \tag{8),(9}$$

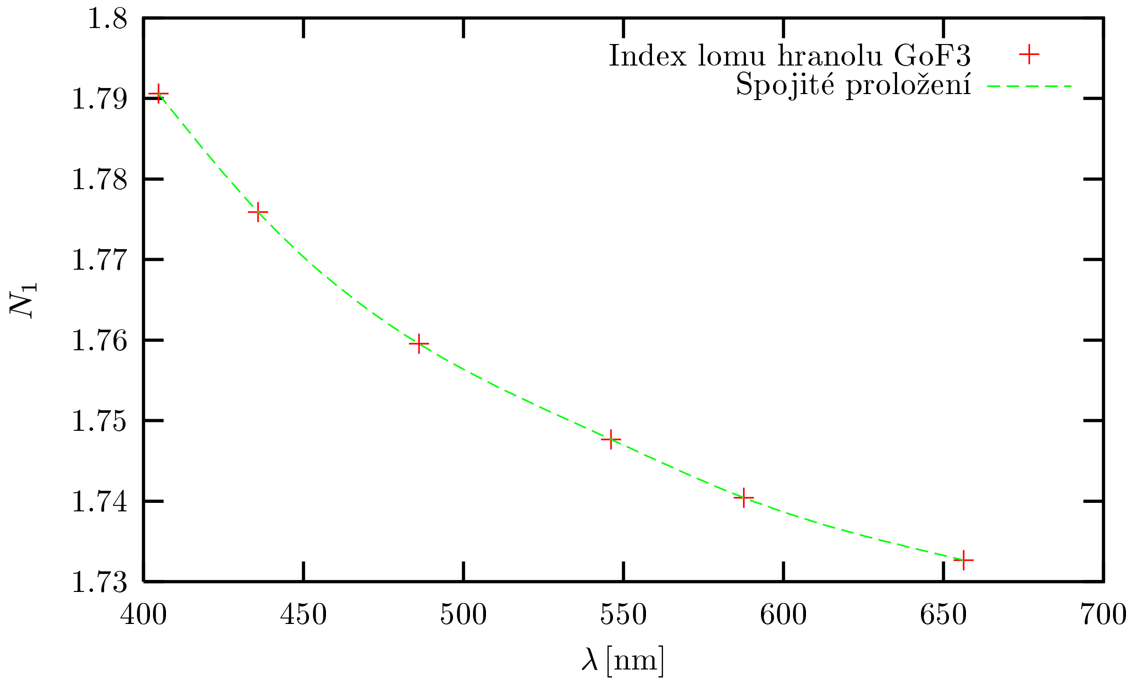
c) Abbeovo číslo

$$\gamma = \frac{1}{\delta}, \qquad \Delta\gamma = \gamma \cdot \frac{\Delta\delta}{\delta}. \tag{10),(11}$$

Střední a relativní disperze se může počítat i z jiných čar. Které čáry jsou použity, je uvedeno v příslušných tabulkách.

Měření

Teplota místnosti byla 24.0°C. Nejprve jsem pomocí Pulfrichova refraktometru s měřicím hranolem GoF3 změřil disperzní relaci hranolů 5 a 1. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulkách 1 a 3. Chybu odečítání úhlu jsem zvolil $0.1'$. Je to sice více, než polovina nejmešího dílku stupnice, ale chtěl jsem tím zohlednit nepřesnost při nastavování dalekohledu do polohy, která odpovídá meznímu úhlu. Index lomu měřicího hranolu je korigována na teplotu prostředí. V tabulkách 2 a 4 jsou srovnány výsledky disperzních charakteristik s tabulkovými hodnotami v [3]. Některé čáry nebylo možné proměřit kvůli nefunkčnosti příslušné lampy. V tomto případě chybí údaj o úhlu a hodnota indexu lomu je určena z proložení křivkou.



Graf 1.: Disperzní relace měřicího hranolu GoF3 při teplotě 20.0°C

Čára	λ [nm]	γ	N_{1t}	N_2
h	404.7	$46°09.25'$	1.79054 ± 0.00001	1.6511 ± 0.0007
g	435.8	$47°31.50'$	1.77585 ± 0.00001	1.6425 ± 0.0007
F	486.1		1.75949 ± 0.00001	1.6331 ± 0.0006
e	546.1	$50°03.88'$	1.74761 ± 0.00001	1.6254 ± 0.0008
	577.0	$50°27.73'$	1.74209 ± 0.00001	1.6216 ± 0.0008
	579.1	$50°29.33'$	1.74179 ± 0.00001	1.6214 ± 0.0008
d	587.6	$50°35.22'$	1.74036 ± 0.00001	1.6204 ± 0.0008
C	656.3		1.73262 ± 0.00001	1.6154 ± 0.0008

Tabulka 1.: Disperzní relace hranolu 5 při teplotě 24.0°C

	Naměřená hodnota	Tabulková hodnota
F-C	0.0177 ± 0.0014	0.01706
F-d	0.0127 ± 0.0014	0.01206
F-e	0.0077 ± 0.0014	0.00800
g-F	0.0093 ± 0.0013	0.00997
d-C	0.0050 ± 0.0016	0.00500
(F-d)/(F-C)	0.72 ± 0.14	0.707
(F-e)/(F-C)	0.43 ± 0.13	0.469
(g-F)/(F-C)	0.53 ± 0.17	0.584
(d-C)/(F-C)	0.28 ± 0.13	0.293
(d-1)/(F-C)	35.0 ± 2.8	36.3

Tabulka 2.: Střední disperze, relativní disperze a Abbeovo číslo hranolu 5 při teplotě 24.0°C

Čára	λ [nm]	γ	N_{1t}	N_2
h	404.7	$21°49.45'$	1.79053 ± 0.00001	1.5311 ± 0.0004
g	435.8	$25°05.28'$	1.77584 ± 0.00001	1.5275 ± 0.0005
F	486.1		1.75948 ± 0.00001	1.5240 ± 0.0005
e	546.1	$30°30.07'$	1.74760 ± 0.00001	1.5204 ± 0.0006
	577.0	$31°18.66'$	1.74209 ± 0.00001	1.5182 ± 0.0006
	579.1	$31°21.48'$	1.74179 ± 0.00001	1.5181 ± 0.0006
d	587.6	$31°33.35'$	1.74035 ± 0.00001	1.5175 ± 0.0006
C	656.3		1.73261 ± 0.00001	1.5147 ± 0.0006

Tabulka 3.: Disperzní relace hranolu 1 při teplotě 24.0°C

Teplotní závislost indexu lomu kapaliny číslo 1 jsem měřil pomocí přiloženého V-hranolu VoF4. Pomocí termostatu jsem velmi pomalu zvyšoval teplotu kapaliny a V-hranolu tak, aby se teplota dobře ustálila. Chyba odečtu teploty byla 0.5°C. Chybu odečtu úhlu jsem zvolil $1'$ z důvodu zhoršené čitelnosti čar kvůli nehomogenitám v kapalině. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulkách 5 až 7.

V grafech 1 až 4 uvádím všechny požadované závislosti. Spojitá proložení jsou shrnuta v tabulkách 8 a 9.

Materiály zkoumaných látek jsem určil pomocí tabulek [2] a [3] následovně: Hranol 5 sklo F2, hranol 1 sklo BK7 a kapalina 1 je líh (čára e $N = 1.3633$, g $N = 1.3698$

	Naměřená hodnota	Tabulková hodnota
F-C	0.0093 ± 0.0011	0.00806
F-d	0.0065 ± 0.0011	0.00558
F-e	0.0036 ± 0.0011	0.00367
g-F	0.0036 ± 0.0010	0.00432
d-C	0.0028 ± 0.0012	0.00248
(F-d)/(F-C)	0.70 ± 0.20	0.692
(F-e)/(F-C)	0.38 ± 0.18	0.471
(g-F)/(F-C)	0.38 ± 0.22	0.589
(d-C)/(F-C)	0.30 ± 0.21	0.292
(d-1)/(F-C)	55.4 ± 6.5	64

Tabulka 4.: Střední disperze, relativní disperze a Abbeovo číslo hranolu 1 při teplotě 24.0°C

t [°C]	γ	N_{1t}	N_2
24.0	$35°56.97'$	1.77620	1.369 ± 0.015
31.0	$35°38.62'$	1.77628	1.368 ± 0.015
35.0	$35°11.21'$	1.77632	1.366 ± 0.015
40.0	$34°41.00'$	1.77638	1.364 ± 0.015
45.0	$34°03.03'$	1.77644	1.362 ± 0.014
50.0	$33°29.68'$	1.77649	1.359 ± 0.014

Tabulka 5.: Teplotní závislost indexu lomu kapaliny 1 pro čáru g

t [°C]	γ	N_{1t}	N_2
24.0	$40°37.09'$	1.74724	1.363 ± 0.016
31.0	$40°17.27'$	1.74730	1.362 ± 0.016
35.0	$39°54.52'$	1.74733	1.360 ± 0.016
40.0	$39°31.31'$	1.74737	1.358 ± 0.016
45.0	$38°57.35'$	1.74741	1.355 ± 0.016
50.0	$38°33.15'$	1.74745	1.353 ± 0.016

Tabulka 6.: Teplotní závislost indexu lomu kapaliny 1 pro čáru e

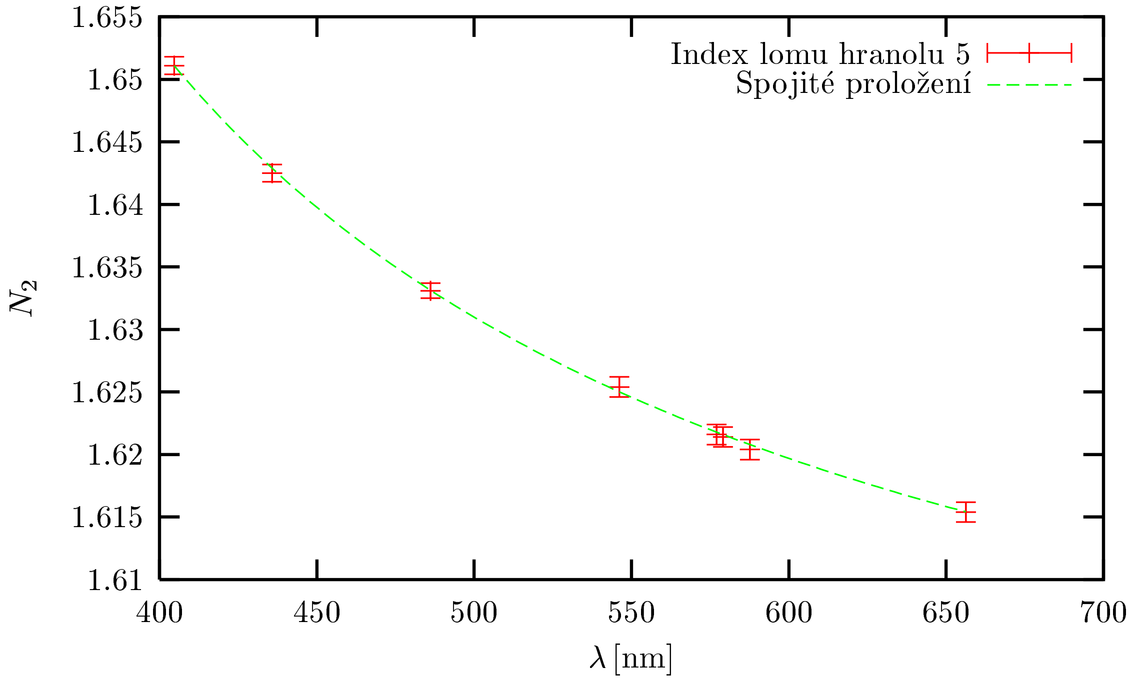
t [°C]	γ	N_{1t}	N_2
24.0	$41°19.10'$	1.72473	1.345 ± 0.017
31.0	$40°57.10'$	1.72478	1.343 ± 0.017
35.0	$40°34.55'$	1.72482	1.341 ± 0.016
40.0	$40°13.05'$	1.72485	1.339 ± 0.016
45.0	$39°31.02'$	1.72489	1.336 ± 0.016
50.0	$39°17.82'$	1.72493	1.335 ± 0.016

Tabulka 7.: Teplotní závislost indexu lomu kapaliny 1 pro čáru 577.0 nm

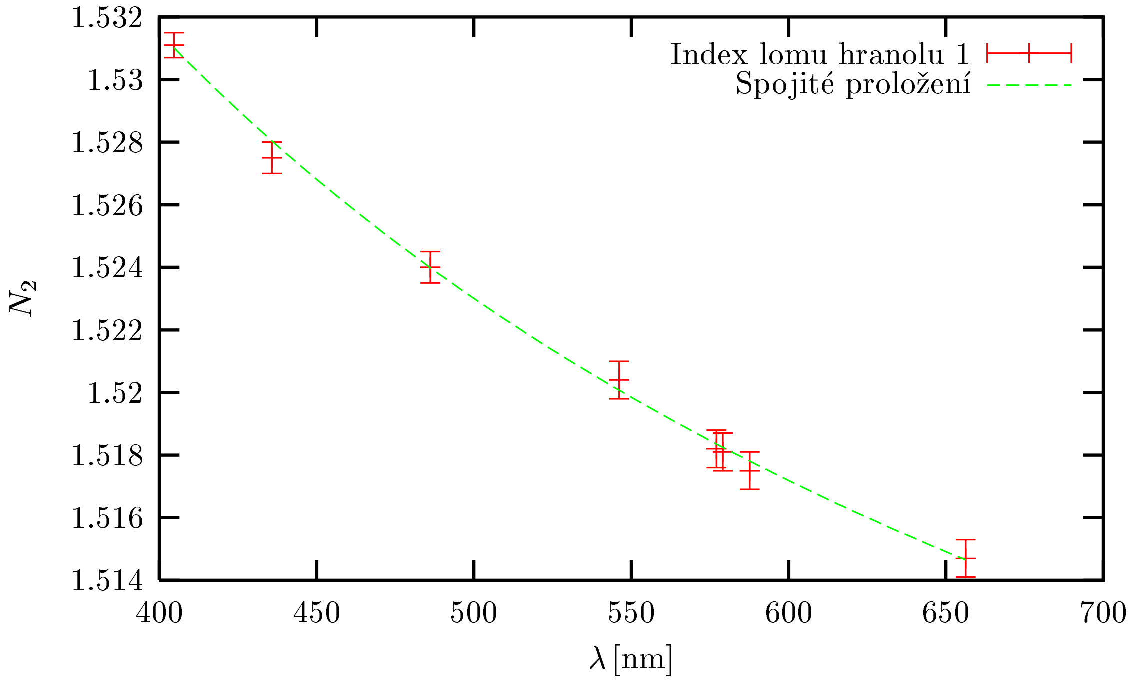
podle [2]) vše při teplotě 20.0°C.

Diskuse

Pohlédneme-li na srovnání výsledků s tabulkovými hodnotami, ukáže se, že většina hod-



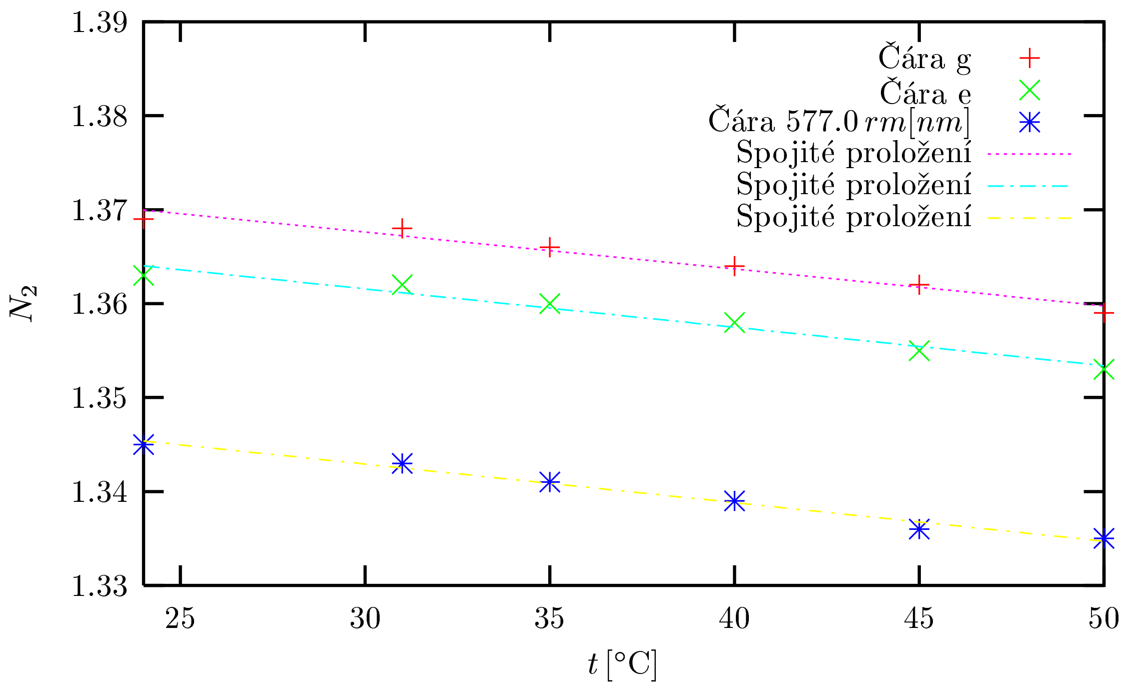
Graf 2.: Disperzní relace měřicího hranolu 5 při teplotě 24.0°C



Graf 3.: Disperzní relace měřicího hranolu 1 při teplotě 24.0°C

not se v rámci chyby shoduje. Velmi obtížnou částí bylo stanovení chyby měření. Chyba vlastního měřícího přístroje byla oproti chybě lidské zanedbatelná. Kritickou částí měření bylo nastavování dalekohledu na správný úhel. Hranice čáry nebyla vždy dostatečně ostrá, zvláště pak při měření kapaliny, která pravděpodobně nebyla dostatečně teplotně homogenní, i když jsem zvyšoval teplotu jen pomalu.

Dalším problémem byla nefunkčnost třetího zdroje světla, která zapříčinila, že



Graf 4.: Teplotní závislost indexu lomu kapaliny 1

Hranol 1	$N_2 = 1.486 + 19.75/(\lambda\,[\mathrm{nm}] + 34.80)$
Hranol 5	$N_2 = 1.584 + 15.21/(\lambda\,[\mathrm{nm}] - 179.6)$

Tabulka 8.: Disperzní relace hranolů 1 a 5

Čára g	$N_2 = -0.3915 \cdot 10^{-3} \cdot t\,[°\mathrm{C}] + 1.379$
Čára e	$N_2 = -0.4082 \cdot 10^{-3} \cdot t\,[°\mathrm{C}] + 1.374$
Čára 577.0 nm	$N_2 = -0.4105 \cdot 10^{-3} \cdot t\,[°\mathrm{C}] + 1.355$

Tabulka 9.: Teplotní závislost indexu lomu kapaliny 1

bylo nutné hodnoty indexu lomu pro některé čáry interpolovat z naměřené závislosti. To opět snížilo přesnost měření, i když menším dílem, než výše uvedené důvody.

Další možnou chybou mohl být vliv imerzní kapaliny, i když neočekávám, že by měla dostatečně velkou velikost, aby zásadním způsobem ovlivnila měření.

Nezanedbatelný je také fakt, že tabulkové hodnoty jsou uváděny pro jinou teplotu, než za které bylo měření provedeno. Na druhou stranu byl tento rozdíl jen čtyři stupně Celsia, takže opět neočekávám razantní vliv na srovnávání. Měření teplotní závislosti prokázalo, že závislost indexu lomu na teplotě není výrazná, i když je měřitelná.

Závěr

Měření proběhlo úspěšně, protože se podařilo identifikovat zkoumané materiály při shodě naměřených a tabulkových hodnot kromě malého počtu výsledků. Materiály jsou: hranol 5: sklo F2, hranol 1: sklo BK7 a kapalina 1: líh (ověřeno i alternativním způsobem).

Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.

[2] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.

[3] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření.