# 1 Pracovní úkoly

- 1. Změře ohniskovou vzdálenost tenké ploskovypuklé (plankonvexní) čočky jednak Besselovou metodou, jednak metodou dvojího zvětšení.
- 2. Z následujících možností vyberte jednu:
  - a. Změřte kulovou vadu vyšetřované ploskovypuklé čočky v obou směrech pro dvě vzdálenosti předmětu a = 30 cm, a = 60 cm. Získané výsledky zpracujte do jednoho grafu a diskutujte velikost kulové vady v jednotlivých případech.
  - b. Změřte ohniskovou vzdálenost tenké ploskovypuklé (plankonvexní) čočky Besselovou metodou s modrým, zeleným a červeným filtrem. Vyhodnoť te barevnou vadu vyšetřované čočky, použijte i výsledku z úkolu 1.
- 3. Užitím goniometru určete vzdálenost hlavních rovin čočky měřené v bodě 1 a tlusté ploskovypuklé čočky.
- 4. Na fokometru změřte optickou mohutnost čočky měřené v bodě 1 a výsledek srovnejte s výsledky měření ohniskové vzdálenosti.
- 5. Na základě výsledků získaných v bodech1. a 3. diskutujte, která z uvedených metod měření ohniskové vzdálenosti dle bodu 1. je v uvedeném uspořádání přesnější. Porovnejte relativní chyby měření. Odhadněte, systematickou chybu, které se dopouštíte při měření ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou.
- 6. Ze známé tloušťky tlusté ploskovypuklé čočky a změřené vzdálenosti hlavních rovin určete index lomu skla.

# 2 Teoretický úvod

## 2.1 Ohnisková vzdálenost plankonvexní čočky

Ohniskovou vzdálenost f plankonvexní, čili ploskovypuklé, lze určit dvěma metodami - Besselovou metodou a metodou dvojího zvětšení. V obou těchto metodách se využívá faktu, že za předpokladu D > 4f, kde D je vzdálenost předmětu a obrazu a f je ohnisková vzdálenost čočky, lze při pevné pozici předmětu a obrazu nalézt dvě polohy čočky tak, že se obraz na stínítku jeví ostře. Nákres takovéto situace je na ilustraci - Fig 1. Na ilustraci jsou vyznačeny dvě možné polohy čočky 1 a 2 takové, aby byl obraz Q' předmětu Q zaostřený. Značením  $a'_1$  a  $a'_2$  se pak rozumí vzdálenost čočky v poloze jedna, respektive v poloze dva (na ilustraci čárkovaně), od polohy obrazu. Velikost obrazu Y' se v každé se dvou možných poloh čočky liší. Pro popis změny velikosti obrazu se zavádí *příčné zvětšení Z* definované jako

$$Z = \frac{Y'}{Y},\tag{1}$$

kde vystupuje velikost předmětu Y. [1]

Besseleova metoda určení ohniskové vzdálenosti čočky, dále značena jako  $f_{Bess}$  (myšlena ohnisková vzdálenost, ovšem zjištěná Besselovou metodou), pracuje s rozdíly ve vzdálenostech mezi jednotlivými polohami čoček  $\Delta$  definované jako  $\Delta = a'_1 - a'_2$  a vzdáleností obrazu od předmětu D. Pomocí těchto veličin je možné vypočíst ohniskovou vzdálenost vztahem

$$f_{Bess} = \frac{D^2 - \Delta^2}{4D}.$$
(2)

Metoda dvojího zvětšení pracuje také s rozdílem poloh čoček  $\Delta$ . Druhým potřebným údajem však není vzdálenost D, nýbrž příčná zvětšení  $Z_1$  a  $Z_2$  v jednotlivých polohách čočka. S pomocí těchto údajů lze spočítat ohniskovou vzdálenost jako

$$f_{dvoj} = \frac{|\Delta|}{|Z_2 - Z_1|},$$
(3)



Figure 1: Schématické uspořádání aparatury při měření ohniskové vzdálenosti plankonvexní čočky. Převzato z [1] a upraveno.

kde je symbolem  $f_{dvoj}$ rozuměna ohnisková vzdálenost vypočtená právě metodou dvojího zvětšení.[1]

V optice se pro popis čoček často užívá tzv. *optická mohutnost*  $\varphi$ . Ta je definována s pomocí obrazové ohniskové vzdálenosti f' jako

$$\varphi = \frac{1}{f'},\tag{4}$$

přičemž jednotkou optické mohutnosti je *dioptrie D.* [2]

## 2.2 Hlavní roviny čočky a sférické vady

Hlavními rovinami čočky se rozumí dvě roviny kolmé na optickou osu, které ji protínají ve vzdálenosti, která je rovna ohniskové a je měřena od předmětu a od obrazu - odtud dvě hlavní roviny: předmětová a obrazová. Pokud definujeme vzdálenost těchto dvou hlavních rovin jako  $\delta_{pp}$ , pak lze vypočítat index lomu *n* materiálu, ze kterého je čočka vyrobena, pomocí vztahu

$$n = \frac{d}{d - \delta_{pp}},\tag{5}$$

kde vystupuje tloušťka čočky d. [1]

Pro reálné čočky, tedy čočky o určité tloušťce, platí všechny výše popsané vztahy pouze pro paraxiální paprsky, tedy paprsky blízké optické ose. Jestliže na čočku budou dopadat i neparaxiální paprsky, vzniká v okolí obrazového ohniska tzv. kaustická plocha. Dochází zde k tomu, že paprsky, které dopadly na čočku dále od optické osy, protínají optickou osu před ohniskem - viz schéma Fig 2. Tímto mechanismem vzniká sférická vada  $\Delta a'$  definovaná jako

$$\Delta a' = a'' - a'_p,\tag{6}$$

kde vystupují vzdálenosti a" čočky a místa nejostřejšího obrazu (pro paprsky dopadající na čočky v radiální vzdálenosti s) a vzdálenost  $a'_p$  ohniska od čočky. Sférickou vadu čočky lze také přibližně odhadnou závislostí

$$\Delta a = K s^2,\tag{7}$$

kde K je konstanta a s je radiální vzdálenost dopadu paprsků na čočku měřená od optické osy.[1]

#### 2.3 Měřící aparatura

Při experimentu byly použity dvě čočky. Tenká plankonvexní čočka, označená číslem 5, na níž byla prováděna většina měření a tlustá čočka o zadané tloušťce d = 38 mm.



Figure 2: Schéma sférické vady reálné čočky.

Číslo štěrbiny	1	2	3	4	5	6
$d_2 \; [\mathrm{mm}]$	0	0	10	20	30	40
$d_1 \; [ m mm]$	50	10	20	30	40	50

Tabulka 1: Rozměry otvorů v cloně, které byly při měření k dispozici. Vnější průměr je označen  $d_2$ , vnitřní průměr  $d_1$ . Nulová hodnota vnitřního průměru znamená, že se jednalo o kruhový otvor, nikoliv mezikruží.

Pro měření ohniskové vzdálenosti tenké plankonvexní čočky byla využita aparatura skládající se ze zdroje světla v podobě sodíkové výbojky SOX-E12 a tří prvků umístěných na optické lavici, která byla vybavena metrem pro odečet polohy prvků s přesností  $\pm 1$  mm. Prvním prvkem byl předmět, tedy nitkový kříž uvnitř kruhové štěrbiny. Druhým prvkem byl držák měřené čočky, na kterém byl připevněn také otočný disk s proříznutými clonami tak, aby bylo možné jeho otáčením umisťovat před čočku potřebné clony. V kovovém kotouči byly vyříznuty dvě kruhové štěrbiny - jednak široká pro hrubé zaměření a druhá o malém průměru, aby bylo možné vybrat pouze paraxiální paprsky. Kromě dvou kruhových štěrbin byly v kotouči i čtyři štěrbiny ve tvaru mezikruží, jejichž rozměry (zadané u úlohy) jsou zaneseny v tabulce č.1. Posledním prvkem bylo stínítko opatřené nitkovým křížem a jemným posunem tak, že bylo možné odečítat velikost obrazu na stínítku s přesností  $\pm 0,1$  mm. V případech, kdy byl obraz příliš velký, než aby se dal změřit pomocí posunu stínítka bylo k měření využito pravítka s přesností  $\pm 1$  mm.

Zjišťování vzdálenosti hlavních rovin čoček probíhalo na goniometru skládajícího se z otočeného stolku, dalekohledu a zdroje světla, opět v podobě sodíkové výbojky SOX-E18. Na otočném stolku byl upevněn držák čočky s nímž bylo možno definovaně pojíždět po stolku kupředu a zpět s přesností  $\pm$  0,1 mm.

Měření optické mohutnosti čočky bylo provedeno s pomocí fokometru F-910. Tento přístroj umožňoval určení optické mohutnosti s přesností 0,25 D.

# 3 Výsledky měření

## 3.1 Měření ohniskové vzdálenosti plankonvexní čočky

První část experimentu zahrnovala určení ohniskové vzdálenosti plankonvexní čočky, označené číslem 5. Měření probíhala na optické lavici s pomocí výše popsané aparatury. Poloha předmětu byla po celou dobu neměnná. Poloha stínítka byla vždy upravena do požadované vzdálenosti a následně bylo pohybováno čočkou mezi předmětem a obrazem, doku nebyl nalezen bod, kdy se obraz jevil ostře. Následně byla zapsána vzdálenost čočky od předmětu a změřena velikost obrazu - buď to posuvným mechanismem stínítka a jeho nitkovým křížem či pravítkem, v případě příliš velkého obrazu. Následně byla vyhledána druhá poloha čočky, kdy se obraz jevil ostře, a opět byl proveden zápis hodnot vzdálenosti

$\mathbf{D} \; [\mathrm{mm}]$	<b>a'</b> [mm]	<b>Y'</b> [mm]	$\delta \mathbf{Y}$ ' [mm]
1200	115	93	3
	1072	$0,\!3$	0,1
1000	119	73	3
	869	1,4	0,1
800	124	54	2
	663	2,0	0,1
600	135	34	1
	452	3,1	0,1
550	151	28,2	$_{0,1}$
	396	3,4	0,1
525	146	25,3	0,1
	367	4,1	0,1
500	151	21,5	0,1
	337	4,5	0,1

Tabulka 2: Změřená data závislosti vzdálenosti čoček  $a'_1$  a  $a'_2$  v bodech ostrého obrazu (v uvedeném pořadí vždy pod sebou) a zvětšení obrazu Z na vzdálenosti D stínítka od předmětu.

a velikosti obrazu. Tímto způsobem bylo proměřeno 7 různých vzdáleností obrazu v rozsahu 500 - 1200 mm, měřeno od polohy předmětu. Zjištěné údaje o poloze čočky pro různé polohy stínítka jsou zaneseny s tabulce č.2. V této tabulce se také nachází příslušné hodnoty velikosti obrazu Y' společně s chybami určení  $\delta Y$ , které byly dány přesností odečtu za pomocí posuvného mechanismu stínítka, či odhadem přesností odečtu velikosti stopy pomocí pravítka.

Ze zjištěných údajů, zapsaných v tabulce č.2, byly vypočteny ohniskové vzdálenosti a to dvěma metodami - Besselovou a metodou dvojího zvětšení. Pro výpočet ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou  $f_{Bess}$  bylo použito vztahu (2) a pro výpočet metodou dvojího zvětšení vztahu (3), vypočtené hodnoty byly zaneseny do tabulky č.4. Chyba určení ohniskové vzdálenosti Besselovou metodou  $\delta f_{Bess}$  byla vypočtena dle Gaussova zákona o hromadění chyby - zde tedy

$$\delta f_{Bess} = \sqrt{\left(\frac{\Delta}{2D}\delta\Delta\right)^2 + \left(\frac{D^2 + \Delta^2}{4D^2}\delta D\right)^2},\tag{8}$$

kde vystupuje chyba změření vzdálenosti stínítka od předmětu  $\delta D$  a chyba určení rozdílu vzdáleností čoček (v poloze 1 a 2)  $\delta\Delta$ . Chyba měření vzdálenosti stínítka  $\delta D$  byla určena možnostmi odečtu polohy na pásovém měřidle. Nepřesnost určení rozdílu poloh čoček  $\delta\Delta$  byla vypočtena jako

$$\delta\Delta = \sqrt{(\delta a_1')^2 + (\delta a_2')^2},\tag{9}$$

tedy za pomocí chyby odečtu polohy čočky v poloze 1 a v poloze 2, přičemž pro hodnoty a' větší než 800 mm byla chyba určení odhadnuta, protože malá velikost obrazu znesnadňovala jeho zaostření. Pro a' menší než 800 mm byla chyba nastavení srovnatelná s možnostmi odečtu na pásovém měřidle - všechny odhadované hodnoty chyb zjišťování vzdáleností jsou zaneseny v tabulce č.3. Chyba určení ohniskové vzdálenosti metodou dvojího zvětšení  $\delta f_{dvoj}$  byla určena také podle Gaussova zákona o přenosu chyb a to jako

$$\delta f_{dvoj} = \sqrt{\left(\frac{1}{Z_2 - Z_1}\delta a_1'\right)^2 + \left(\frac{1}{Z_2 - Z_1}\delta a_2'\right)^2 + \left(\frac{2|a_1' - a_2'|}{(Z_2 - Z_1)^2}(\delta Z_1 + \delta Z_2)\right)^2},\tag{10}$$

přičemž chyba zvětšení  $\delta Z$  byla shodná s chybou měření příslušné vzdálenosti  $\delta a'$ .

Součástí experimentu bylo také měření optické mohutnosti čočky za pomocí fokometru F-910. Čočka byla proměřena v obou směrech, přičemž jako *plochý* směr je dále označován takový směr, kdy paprsky

směřující od předmětu dopadají plochou stranu plankonvexní čočky a *vypuklým* směrem se rozumí takový, kdy paprsky od předmětu dopadají na vypouklou stranu čočky. Změřené hodnoty optické mohutnosti  $\varphi$  plankonvexní čočky (označené číslem 5) a z nich dle (4) vypočtená ohnisková vzdálenost  $f_{foko}$  byly zapsány do tabulky č.5. Chyba výpočtu ohniskové vzdálenosti  $\delta f_{foko}$  byla určena jako

$$\delta f_{foko} = \frac{1}{\varphi^2} \delta \varphi, \tag{11}$$

kde vystupuje chyba určení optické mohutnosti  $\delta \varphi$  daná přesností použitého fokometru (viz kapitola 2.3 *Měřící aparatura*).

Do tabulky č.5 byly kromě ohniskové vzdálenosti získané měřením fokometrem zapsány také průměrné hodnoty ohniskových vzdáleností získaných metodou dvojího zvětšení a Besselovou metodou. Kromě samotných hodnot tabulka obsahuje také zjištěnou směrodatnou odchylkou  $\delta_{st}f$  pro data získaná danou metodou.

#### 3.2 Zjišťování sférické vady plankonvexní čočky

Měření kulové vady plankonvexní čočky probíhalo pro oba směry natočení čočky - vypuklý i plochý (viz značení výše). Pro každé natočení čočky bylo prováděno měření s čočkou umístěnou ve vzdáleností 300 mm a 600 mm od předmětu. Pro každou z těchto vzdáleností bylo provedeno měření na čtyřech clonách ve tvaru mezikruží, pomocí nichž bylo možné vybírat jen paprsky dopadající na čočky v určité radiální vzdálenosti s, měřené od středu čočky. Velikost jednotlivých clon je uvedena v tabulce č.1, přičemž pro další výpočty byla radiální vzdálenost paprsků  $s_i$  propouštěných *i-tou* clonou brána hodnota

$$s_i = \frac{d_{i1} + d_{i2}}{2},\tag{12}$$

kde  $d_{i1}$  představuje vnější průměr mezikruží a  $d_{i2}$  vnitřní.

Pro každý směr čočky a vzdálenost čočky od předmětu byla nejprve nastavena clona č.2, tedy clona vybírající paraxiální paprsky a byla nalezena poloha stínítka  $a'_p$  taková, kdy je obraz zaostřen. Následně byly měněny clony číslo 3 až 6 a pro každou z nich byl pohybem stínítka třikrát vyhledána poloha, kde obraz vykazoval nejvyšší míru zaostření. Tato poloha a'' byla zapsána. Ze třech získaných výsledků byl vždy spočítán aritmetický průměr, jako výsledná hodnota a'' a směrodatná odchylka, která však ve všech měřených případech byla menší, než chyba daná přesností odečtu z pásového měřidla a proto bylo dále počítáno s chybou  $\delta a'' = \pm 1 \text{ mm. S využitím vztahu (6) byla vypočtena velikost sférické vady <math>\Delta a'$  pro jednotlivé clony. Chyba určení sférické vady  $\delta \Delta a'$  byla spočtena jako

$$\delta \Delta a' = \sqrt{2} \delta a'',\tag{13}$$

s využitím faktu, že chyba odečtu polohy, kde se obra jeví ostře pro paraxiální paprsky, a chyba polohy místa, kdy se obraz jeví nejostřeji pro neparaxiállní paprsky, byly zjištěny stejné. Zjištěné průměrné hodnoty vzdáleností stínítka (originální hodnoty jsou k nahlédnutí v přiloženém zápisu z měření) a z nich vypočtená velikost kulové vady jsou zaneseny v tabulce č.6. Tyto hodnoty byly také využity pro vykreslení závislosti kulové vady  $\Delta a'$  na radiální vzdálenosti s (od středu čočky) dopadajících paprsků - viz Fig 3. Data byla proložena fitem tvaru odpovídajícího rovnici (7). Získané koeficienty byly zaneseny do tabulky č.7

#### 3.3 Vzdálenost hlavních rovin a index lomu skla

Po proměření ohniskové vzdálenosti a kulové vady plankonvexní čočky bylo přistoupeno k určení vzdáleností hlavních rovin měřené plankonvexní čočky a také tlusté čočky. K tomuto účelu bylo využito splynutí hlavní roviny a uzlového bodu, které při vhodné poloze čočky nastává. Vybraná čočka byla upnuta do úchytu na otočném stolečku goniometru a byla natočena tak, aby rovina čočky byla kolmá na optickou osu soustavy zdroj - čočka - dalekohled. Na výstupu ze zdroje byla umístěna optická

Chyba veličiny	Značka	Hodnota chyby [mm]
Vzdálenost stínítka od předmětu	$\delta D$	1
Vzdálenost čočky od obrazu pro hodnotě větší 800 mm	$\delta a'_{vel}$	2
Vzdálenost čočky od obrazu pro hodnoty menší 800 mm	$\delta a'_{mal}$	1

Tabulka 3: Odhadnuté a vypočtené chyby jednotlivých měřených a počítaných parametrů pro zjišťování ohniskové vzdálenosti čočky. Chyba určení polohy čočky  $\delta a'_{vel}$  je chybou měření a' pro hodnoty větší než 800 mm. Pro menší hodnoty a' platí chyba určení polohy čočky  $\delta a'_{mal}$ .

<b>D</b> [mm]	$f_{Bess} \; [{ m mm}]$	$\delta f_{Bess} \; [{ m mm}]$	$f_{dvoj}$ [mm]	$\delta f_{dvoj} \; [ m mm]$
1200	109,20	0,96	103,24	$0,\!69$
1000	109,38	0,86	104,75	0,91
800	109,21	0,36	103,65	0,84
600	108,13	0,24	102,59	0,73
550	110,22	0,19	98,79	$0,\!17$
525	107,99	0,18	104,25	0,21
500	107,70	0,15	109,41	$0,\!27$

Tabulka 4: Hodnoty ohniskové vzdálenosti měřené plankonvexní čočky vypočtené pomocí Besselovy metody  $f_{Bess}$  a pomocí metody dvojího zvětšení  $f_{dvoj}$ . Hodnoty jsou uvedeny včetně zjištěných chyb  $\delta f_{Bess}$  a  $\delta f_{dvoj}$ .

Směr natočení čočky	$\varphi$ [D]	$\delta arphi ~[{ m D}]$	$f_{foko} \; [{ m mm}]$	$\delta f_{foko} \; [ m mm]$
Vypuklý	$10,\!25$	$0,\!25$	$97,\!5610$	0,0024
Plochý	$9,\!5$	$0,\!25$	$105,\!2632$	0,0028
Metoda měření			$\mathbf{f} \; [\mathrm{mm}]$	$\delta_{st} \mathbf{f} \; [\mathrm{mm}]$
Besseleova metoda			$108,\!83$	0,91
Metoda dvojího zvětšení			103,8	3,1

Tabulka 5: V horní části tabulky je uvedena zjištěná optická mohutnost  $\varphi$  plankonvexní čočky a z ní vypočtená ohnisková vzdálenost  $f_{foko}$ . Ve spodní části tabulky jsou uvedeny průměrné hodnoty ohniskových vzdáleností získaných Besselovou metodou  $f_{Bess}$  a metodou dvojího zvětšení  $f_{dvoj}$  spolu se směrodanými odchylkami.

Plochý směr, vzdálenost čočky 30 cm				
$a'_{p} = (172 \pm 1) \text{ mm}$				
Clona	s [mm]	<b>a</b> " [mm]	$\Delta a' [mm]$	$\delta \Delta a' [\mathrm{mm}]$
1	15	168,3	-3,7	1,4
2	25	161,7	-10,3	1,4
3	35	$154,\!3$	-17,7	1,5
4	45	$137,\!3$	-34,7	4,0
Pl	ochý sm	ěr, vzdále	nost čočky	60 cm
	(	$a'_{p} = (137 \pm 100)$	± 1) mm	
Clona	s [mm]	<b>a</b> " [mm]	$\Delta a' [mm]$	$\delta\Delta a' [\mathrm{mm}]$
1	15	135,7	-1,3	1,4
2	25	131,3	-5,7	1,4
3	35	121,7	-15,3	1,4
4	45	112,3	-24,7	1,5
Vypuklý směr, vzdálenost čočky 30 cm				
	(	$a'_{p} = (162 \pm$	$\pm$ 1) mm	
Clona	$\mathbf{s}$ [mm]	<b>a"</b> [mm]	$\Delta a' [mm]$	$\delta\Delta a' [mm]$
1	15	160 7	1.0	
		100,7	-1,3	1,4
2	25	157,7	-1,3 -4,3	$\frac{1,4}{1,4}$
$\frac{2}{3}$	$\begin{array}{c} 25\\ 35 \end{array}$	$     100,7 \\     157,7 \\     152,3 $	-1,3 -4,3 -9,7	1,4     1,4     1,4     1,4
$ \begin{array}{c} 2\\ 3\\ 4 \end{array} $	$\begin{array}{r} 25\\ 35\\ 45 \end{array}$	$     \begin{array}{r}       100,7 \\       157,7 \\       152,3 \\       143,7 \\     \end{array} $	$ \begin{array}{r} -1,3 \\ -4,3 \\ \hline -9,7 \\ \hline -18,3 \end{array} $	$     \begin{array}{r}       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4     \end{array} $
$ \begin{array}{c} 2\\ 3\\ 4\\ \hline \mathbf{Vy} \end{array} $	25 35 45 puklý sn	100,7 157,7 152,3 143,7 něr, vzdálo	-1,3 -4,3 -9,7 -18,3 enost čočky	1,4 1,4 1,4 1,4 7 <b>30 cm</b>
$ \begin{array}{c} 2\\ 3\\ 4\\ \hline Vy \end{array} $	25 35 45 puklý sn	$     \begin{array}{r}       100,7 \\       157,7 \\       152,3 \\       143,7 \\       něr, vzdále \\       \boldsymbol{\nu_p} = (126 = 126)     \end{array} $	-1,3 -4,3 -9,7 -18,3 enost čočky ± 1) mm	1,4 1,4 1,4 1,4 7 <b>30 cm</b>
2 3 4 Vy	25 35 45 puklý sn s [mm]	$     \begin{array}{r}       100,7 \\       157,7 \\       152,3 \\       143,7 \\       něr, vzdálo \\       a'_{p} = (126 = a'' \ [mm])     \end{array} $	-1,3 -4,3 -9,7 -18,3 enost čočky ± 1) mm ∆a' [mm]	$     \begin{array}{r}       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       \overline{} \ \mathbf{30 \ cm} \\       \delta \Delta \mathbf{a'} \ [mm]     \end{array} $
2 3 4 <b>Vy</b> Clona	25 35 45 puklý sn 5 [mm] 15	$150,7$ $157,7$ $152,3$ $143,7$ <b>něr, vzdále</b> $\mathbf{a''} \text{ [mm]}$ $125,0$	-1,3 -4,3 -9,7 -18,3 enost čočky ± 1) mm ∆a' [mm] -1,0	$     \begin{array}{r}       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       \mathbf{30 \ cm} \\       \delta \Delta \mathbf{a'} \ [mm] \\       1,4 \\       1,4 \\       \hline       1,4 \\       1,4 \\       \hline       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\      $
2 3 4 <b>Vy</b> <b>Clona</b> 1 2	25 35 45 <b>puklý sn</b> 5 [mm] 15 25	$150,7$ $157,7$ $152,3$ $143,7$ <b>něr, vzdále</b> $\mathbf{a''} [mm]$ $125,0$ $123,7$	$ \begin{array}{r} -1,3 \\ -4,3 \\ -9,7 \\ \hline -18,3 \\ \hline enost čočky \\ \pm 1) mm \\ \hline \Delta a' [mm] \\ -1,0 \\ \hline -2,3 \\ \end{array} $	$     \begin{array}{r}       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       7 30 cm \\       \hline       \delta \Delta a' [mm] \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 \\       1,4 $
2 3 4 <b>Vy</b> <b>Clona</b> 1 2 3	25 35 45 <b>puklý sn</b> 5 [mm] 15 25 35	$100,7$ $157,7$ $152,3$ $143,7$ <b>něr, vzdálo <math>\mathbf{a'_p} = (126 = \mathbf{a''} \text{ [mm]})</math> <math display="block">125,0</math> <math display="block">123,7</math> <math display="block">121,0</math></b>	$ \begin{array}{r} -1,3 \\ -4,3 \\ -9,7 \\ -18,3 \\ \hline \\ \textbf{enost čočky} \\ \pm 1) \text{ mm} \\ \hline \\ \Delta a' \text{ [mm]} \\ -1,0 \\ -2,3 \\ -5,0 \\ \end{array} $	$ \begin{array}{c} 1,4 \\ 1,4 \\ 1,4 \\ 1,4 \\ \hline 30 \text{ cm} \\ \hline \delta \Delta a' \text{ [mm]} \\ 1,4 \\ 1,4 \\ 1,4 \\ 1,4 \\ 1,4 \\ \hline \end{array} $

Tabulka 6: Měření závislosti polohy stínítka a", kdy je obraz nejostřejší, na radiální vzdálenosti s paprsků dopadajících na plankonvexní čočku. Ze získaných dat je vypočtena velikost kulové chyby zobrazení čočkou  $\Delta a'$ . Měření byla prováděna pro dva směry průchodu paprsků čočkou a pro dvě vzdálenosti čočky od předmětu.

Měřený případ	$\mathbf{K} [10^{-4} \text{ mm}^{-1}]$
Plochý směr, vzdálenost čočky 600 mm	$-(116,4\pm 6,9)$
Plochý směr, vzdálenost čočky 300 mm	$-(159,9\pm7,3)$
Vypuklý směr, vzdálenost čočky 600 mm	$-(46,1\pm3,0)$
Vypuklý směr, vzdálenost čočky 300 mm	$-(83,1\pm5,2)$

Tabulka 7: Hodnoty koeficientů K získané fitem rovnice (7) na získaná data závislosti sférické vady na radiální vzdálenosti paprsků dopadajících na čočku - viz graf Fig 3.



Figure 3: Závislost velikosti kulové vady  $\Delta a'$  plankonvexní čočky na radiální vzdálenosti s v jaké dopadají paprsky na čočku. Data jsou proložena fitem tvaru (7), získané koeficienty jsou zapsány v tabulce č.7.

Druh čočky	Orientace	$\mathbf{b} \; [\mathrm{mm}]$	$\delta_{pp} \; [{ m mm}]$		
Plankonvexní čočka č.5	1	$26{,}9\pm0{,}5$			
	2	$30{,}4\pm0{,}5$	$3,5\pm0,7$		
Tlustá čočka	1	$19,3\pm0,5$			
	2	$33,0\pm0,5$	$13,7\pm0,7$		
Index lomu i	$1.564 \pm 0.091$				

Tabulka 8: Hodnoty polohy čoček *b* na otočném stolku goniometru pro případ, kdy splývají uzlové body a hlavní roviny. Z hodnot *b* je vypočtena vzdálenost hlavních rovin  $\delta_{pp}$  a v případě tlusté čočky i index lomu *n* skla, ze kterého je vyrobena.

štěrbina, která vytvářela následně pozorovaný obrazec. Pohybem úchytu s čočkou vpřed a vzad byla nalezena taková poloha, kdy při otáčení čočky obraz optické štěrbiny nevykonával v zorném poli žádný pohyb. Po nalezení polohy byla ze stupnice, sloužící k měření posunu úchytu čočky po otočném stolku, odečtena hodnota polohy b. Následně byl celý stolek v goniometru otočen o 180° a celý postup byl zopakován. Hledaná vzdálenost hlavních rovin  $\delta_{pp}$  pak byla vypočtena jako rozdíl hodnot  $b_1$  a  $b_2$ . Získaná data a vypočtené velikosti vzdáleností hlavních rovin  $\delta_{pp}$  pro tenkou plankonvexní i tlustou čočku byly zaneseny do tabulky č. 8. Chyba určení polohy uzlového bodu  $\delta b$  byla odhadnuta na  $\pm 0.5$  mm. Pomocí chyby určení uzlového bodu byla vypočtena chyba určení vzdálenosti hlavních rovin  $\delta_{pp}$ 

$$\delta\delta_{pp} = \sqrt{2}\delta b,\tag{14}$$

vycházející z Gaussova zákona o hromadění chyb s přihlédnutím k tomu, že pro všechny uzlové body je chyba jejich určení shodná.

Po zjištění vzdáleností hlavních rovin tlusté čočky a se znalostí její tloušťky d (viz kapitola 2.3 Měřící aparatura) bylo možné dle (5) vypočítat index lomu n skla, ze kterého byla tlustá čočka vyrobena. Chyba výpočtu indexu  $\delta n$  lomu byla zjištěna dle vztahu

$$\delta n = \frac{2d}{(d - \delta_{pp})^2} \delta \delta_{pp}.$$
(15)

Získaná hodnota indexu lomu a jeho chyby byla zanesena do tabulky č.8

# 4 Diskuze

## 4.1 Ohnisková vzdálenost ploskovypuklé čočky

Všechny tři způsoby měření ohniskové vzdálenosti tenké plankonvexní čočky - fokometr, Besselova metoda a metoda dvojího zvětšení vykazují relativní chyby menší než 3%. Při pohledu do tabulky č.5 je však dobře patrné, že přesnost jednotlivých metod se poměrně liší. Nejvíce se odlišuje přesnost měření fokometrem, která je o dva řády vyšší, nežli přesnost určení f pomocí Besselovy metody a dokonce o tři řády vyšší, nežli při určování metodou dvojího zobrazení. Porovnání přesnosti měření Besselovou metodou a metodou dvojího zvětšení je však poměrně komplikované, jak je vidět při pohledu na vývoj chyb určení f v tabulce č.4.

Z definice metody dvojího zvětšení je dobře patrné, že teoreticky vykazuje vyšší přesnost při větším rozdílu poloh čočky. Avšak v provedeném experimentu se při velkém rozdílu poloh čoček objevují dva zásadní problémy. Prvním z nich je, že při poloze čočky blíže k předmětu je obraz tak velký, že jej nebylo možno změřit pomocí posuvného mechanismu stínítka. Bylo nutné přistoupit k měření pravítkem, která ovšem vykazovala o řád nižší přesnost určení velikosti obrazu. Druhým problémem pak byla velikost obrazu při poloze čočky dále od předmětu. Obraz byl tak malý, že bylo velmi obtížné zjistit, kdy je zaostřený. Tento nedostatek byl kompenzován pozorováním obrazu přes lupu, která byla k úloze přiložena.

Besselova metoda, naproti metodě dvojího zvětšení, vykazuje nejvyšší přesnost při malém rozdílu poloh čoček. Z tohoto důvodu je při takovém uspořádání experimentu, které bylo v praktiku nastaveno, Besselova metoda vhodnější pro přesnější určení ohniskové vzdálenosti čočky.

Problémem celého experimentu ovšem je, že nelze vyloučit systematickou chybu. Způsob uchycení optických prvků na optické lavice totiž umožňuje systematickou chybu ve smyslu nesprávného odečtu polohy prvku - ryska na spodní části stojanu, která ukazuje na pásové měřidlo nemusí být ve stejné vzdálenosti jako optický prvek zasazený ve stojanu. Vzhledem k provedení optických prvků lze dokonce usuzovat, že vychýlení skutečné pozice optického prvku od pozice, kterou ukazovala ryska, v rozmezí 1 - 2 mm bylo poměrně pravděpodobné.

Při srovnání ohniskových vzdáleností získaných pomocí tří různých metod (viz tabulka č.5) je patrné, že ohnisková vzdálenost  $f_{dvoj}$  získaná metodou dvojího zvětšení se v rámci experimentální chyby shoduje s  $f_{foko}$  určenou výpočtem z optické mohutnosti čočky, měřené fokometrem. Hodnota  $f_{Bess}$ získaná Besselovou metodou se od  $f_{foko}$  liší o necelá 4%, což je překvapující, protože Besselova metoda by měla být přesnější, než metoda dvojího zvětšení (viz diskuze výše). Tento rozpor s očekáváním lze vysvětlit právě systematickou chybou popsanou v odstavci výše.

#### 4.2 Kulová vada plankonvexní čočky

Z grafu závislosti kulové vady  $\Delta a'$  na radiální vzdálenosti s paprsků dopadajících na čočku - viz Fig 3, je patrné, že při měření *plochého směru* čočky lze data proložit fitem teoretické závislosti tak, že v rámci chyby měření se s tímto fitem shodují. Pro data naměřená při *vypuklém směru* čočky však již toto možné není a některé z naměřených bodů leží poměrně daleko od fitované závislosti. Při pohledu na relativní chyby koeficientů K získaných fitem je ovšem patrné, že se liší maximálně o necelá 2%. Tedy grafické znázornění studovaného jevu poněkud zkresluje skutečnou situaci.

## 4.3 Vzdálenost hlavních rovin a index lomu

Měření vzdálenosti hlavních rovin, pro obě čočky, sice nedosahovalo přesnosti dané jemností odečtu polohy úchytu čočky, tedy 0,1 mm, ale i přesto dosažená přesnost zajistila výslednou hodnotu indexu lomu n s chybou v řádu setin. Tedy měření tímto způsobem bylo poměrně přesné a výsledný index lomu (viz tabulka č.8) opravdu odpovídá sklu.

## 5 Závěr

V první části experimentu byla zkoumána ohnisková vzdálenost plankonvexní čočky a to měřením na optické lavici, kdy byla využita Besselova metoda a metoda dvojího zvětšení, a měřením s pomocí fokometru. Výsledné hodnoty ohniskové vzdálenosti zjištěné všemi třemi způsoby jsou uvedeny v tabulce č.4. Zjištěné hodnoty se od sebe liší, přičemž rozdíl hodnot získaných měřením na fokometru a metodou dvojího zvětšení se v rámci experimentální chyby shoduje. Ovšem v případě porovnání měření fokometrem a Besselovou metodou už toto neplatí - blíže viz diskuze, kapitola 4.1.

V druhé části experimentu byla zkoumána kulová vada plankonvexní čočky. Získané hodnoty (viz tabulka č.6) zhruba odpovídají očekávanému trendu - viz graf závislosti kulové vady  $\Delta a'$  na radiální vzdálenosti s v níž dopadají paprsky na čočku - tedy Fig1.

Poslední částí měření bylo zjištění vzdálenosti hlavních rovin  $\delta_{pp}$  plankonvexní čočky a tlusté čočky, které bylo provedeno za pomocí goniometru. Získaná data byla v případě tlusté čočky využita ještě pro výpočet indexu lomu *n* materiálu, ze kterého byla vyrobena. Jak velikost  $\delta_{pp}$ , tak index lomu *n* byly zaneseny do tabulky č.8.

# 6 Literatura

- 1. Studijní text fyzikálního praktika MFF UK k úloze č.2 *Měření parametrů zobrazovacích soustav*: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\_media/zadani/texty/txt\_302.pdf (1.4.2018)
- 2. Petr Malý; Optika; Karolinum; Praha 2008