

Zadání

Pracovní úkol

1. Najděte směr snadného průchodu polarizátoru užívaného v aparatuře.
2. Ověřte, že zdroj světla je polarizován kolmo k vodorovné rovině.
3. Na přiložených vzorcích proměřte závislost intenzity odraženého světla na úhlu dopadu pro TE i TM polarizaci.
4. Naměřené výsledky porovnejte s teoretickým průběhem závislosti.
5. Určete indexy lomů měřených vzorků a jejich relativní chybu.

Pomůcky

upravený goniometr pro ověřování Fresnelových vzorců (laser, čtvrtvlnové destičky, polarizátor, fotodioda, voltmetr, držák vzorku), lampa, sklíčko na barevné podložce, vzorky dielektrik o známých indexech lomu

Teoretický úvod¹

Fresnelovy vzorce na rozdíl od zákonů odrazu a lomu pojednávají o intenzitách odraženého a lomeného paprsku na rozhraní dvou průhledných dielektrických prostředí. Udávají, jaká část výkonu dopadajícího světla se odrazí a jaká lomí v závislosti na úhlu dopadu.

Podstatná je polarizace světla dopadajícího na rozhraní. Je-li vektor elektrického pole \vec{E} kolmý na rovinu dopadu, hovoříme o transverzální elektrické polarizaci (značení TE nebo s). Leží-li tento vektor v rovině dopadu, jedná se o transverzální magnetickou polarizaci (značení TM nebo p). Fresnelovy vzorce lze odvodit na základě spojitosti tečných složek vektorů \vec{E} a \vec{H} elektrického a magnetického pole na rozhraní dvou dielektrik. Toto odvození je uvedeno například v [2].

Fresnelovy vzorce pro TE polarizaci potom jsou:

$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{0s}} = \frac{n_1 \cos \alpha_1 - n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_1 + n_2 \cos \alpha_2} \quad (1)$$

$$t_s = \frac{E_{ts}}{E_{0s}} = \frac{2n_1 \cos \alpha_1}{n_1 \cos \alpha_1 + n_2 \cos \alpha_2} \quad (2)$$

A Fresnelovy vzorce pro TM polarizaci:

$$r_p = \frac{E_{rp}}{E_{0p}} = \frac{n_2 \cos \alpha_1 - n_1 \cos \alpha_2}{n_2 \cos \alpha_1 + n_1 \cos \alpha_2} \quad (3)$$

$$t_p = \frac{E_{tp}}{E_{0p}} = \frac{2n_1 \cos \alpha_1}{n_2 \cos \alpha_1 + n_1 \cos \alpha_2} \quad (4)$$

Ve vzorcích jsou použity symboly n_1 pro index lomu prostředí, n_2 pro index lomu dielektrika, α_1 pro úhel dopadu, α_2 pro úhel lomu, E_0 pro amplitudu elektrického pole dopadajícího světla, E_r pro amplitudu odraženého světla a E_t pro amplitudu elektrického pole lomeného paprsku.

Koeficienty r_s , respektive r_p , se nazývají koeficienty odrazivosti a koeficienty t_s , respektive t_p , koeficienty propustnosti.

Užitím Snellova zákona lomu $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ a zavedením relativního indexu lomu vztahem $n = \frac{n_2}{n_1}$ můžeme vztahy (1) až (4) přepsat na:

$$r_s = \frac{\cos \alpha_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} \quad (5)$$

$$t_s = \frac{2 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} = r_s + 1 \quad (6)$$

$$r_p = \frac{n^2 \cos \alpha_1 - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}}{n^2 \cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} \quad (7)$$

$$t_p = \frac{2n \cos \alpha_1}{n^2 \cos \alpha_1 + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}} = \frac{1}{n} (r_p + 1) \quad (8)$$

Intenzita paprsku světla je úměrná druhé mocnině velikosti komplexní amplitudy elektrického pole. Zavádíme tedy odrazivost R a propustnost T intenzity světla jako:

$$R = |r|^2, \quad (9)$$

$$T = 1 - R \quad (10)$$

Zajímavé jsou některé speciální případy na použití Fresnelových vzorců. Bude-li paprsek dopadat na dielektrikum pod tzv. Brewstrovým úhlem $\alpha_B = \alpha_1$, pro nějž platí $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, vymizí při TM polarizaci odražená vlna ($r_p = 0$). Ze Snellova zákona můžeme Brewstrovův úhel vyjádřit jako:

$$\alpha_B = \arctg(n) \quad (11)$$

Dalším zajímavým případem je dopad pod úhlem $\alpha_1 = 90^\circ$. Zde pro oba druhy polarizace bez ohledu na hodnoty indexů lomu dostáváme $R_s = R_p = 1$.

¹ Napsáno na základě [1]

Výsledky měření

Určení směru snadného průchodu polarizátoru

Pro určení směru snadného průchodu polarizátoru bylo na skleněnou destičku na neprůhledné podložce svíceno lampou přibližně pod Brewstrovým úhlem pro index lomu skla. Odráželo se tedy pouze světlo polarizované kolmo k rovině dopadu. Odraz z destičky byl pozorován přes polarizátor, kterým se definovaně otáčelo a hledala se nejsvětlejší a nejtmaší místa. Naměřené hodnoty úhlů θ jsou uvedeny v *Tab. 1*. Tyto úhly jsou přepočítány na úhly ϕ odpovídající světlým místům v rozmezí 0 až 180° (tedy k úhlům naměřeným pro tmavá místa se přičte 90° a od hodnot větších než 180° se odečte 180°).

tmavé/světlé	tmavé	tmavé	tmavé	tmavé	tmavé	tmavé	světlé	světlé	světlé	světlé
θ [°]	60	54	58	242	244	242	166	156	328	332
ϕ [°]	150	144	148	152	154	152	166	156	148	152

Tab. 1: Určení směru snadného průchodu polarizátoru

Aritmetickým průměrem hodnot úhlů ϕ stanovíme úhel natočení polarizátoru, který odpovídá směru, ve kterém snadno procházelo světlo polarizované rovnoběžně k vodorovné rovině (kolmo na rovinu dopadu):

$$\phi = 152^\circ \pm 7^\circ$$

Chyba je stanovena jako odmocnina součtu kvadrátů statistické chyby dané směrodatnou odchylkou naměřených hodnot ϕ a chybou experimentátora. Směrodatná odchylka je asi 5,6° a chyba experimentátora je odhadnuta na 4°.

Ověření směru polarizace zdroje světla

Pro ověření polarizace zdroje světla byl za zdroj umístěn polarizátor, kterým se definovaně otáčelo, a bylo odečítáno napětí na fotodiodě, na kterou světlo dopadalo. V *Tab. 2* jsou uvedeny úhly natočení polarizátoru θ , pro které bylo zaznamenáno nejmenší napětí. Tyto úhly jsou přepočteny na úhly ϕ tak, že byl-li úhel θ větší než 180°, bylo od něj 180° odečteno.

θ [°]	ϕ [°]
148	148
146	146
146	146
326	146
328	148
326	146

Tab. 2: Ověření směru polarizace zdroje

Aritmetickým průměrem hodnot ϕ z *Tab. 2* získáme úhel natočení polarizátoru, při kterém byl zdroj světla polarizován kolmo ke směru snadného průchodu polarizátoru:

$$\phi = 148 \pm 1$$

Chyba je stanovena stejně jako u určování směru snadného průchodu polarizátoru. Směrodatná odchylka byla v tomto případě asi 1,1° a chyba experimentátora je stanovena jako polovina nejmenšího dílku stupnice, ze které byly odečítány úhly, tedy 0,5°.

Tento výsledek se s přihlédnutím k chybám shoduje s výsledkem získaným při určování úhlu natočení polarizátoru pro směr snadného průchodu. Můžeme tedy říct, že zdroj světla byl polarizován kolmo k vodorovné rovině.

TE polarizace

Pro měření závislostí pro TE polarizaci byl polarizátor natočen tak, aby byl signál na fotodiodě maximální. Tedy úhel natočení $\vartheta = \phi - 90^\circ = 58^\circ$. Poté byl mezi laser a fotodiodu umístěn vzorek a měřena závislost napětí na fotodiodě U_α na úhlu dopadu α . Měření bylo prováděno pro dva vzorky: *vzorek 1* s indexem lomu $n = 1,516$, *vzorek 2* s indexem lomu $n = 1,509$. Naměřené hodnoty úhlů α a napětí U_α pro *vzorek 1* (resp. 2) jsou uvedeny v *Tab. 3* (resp. 4). Hodnota napětí byla korigována odečtením 6, což odpovídá napětí zobrazovanému diodou, na kterou nedopadalo žádné světlo z laseru.

α [°]	α [rad]	U_α	$U_\alpha - 6$	r_s	r_{teor}
15	0,261799	123	117	$0,215 \pm 0,001$	0,215
20	0,349066	128	122	$0,219 \pm 0,001$	0,222
25	0,436332	140	134	$0,230 \pm 0,001$	0,233
30	0,523599	157	151	$0,244 \pm 0,002$	0,246
35	0,610865	180	174	$0,262 \pm 0,002$	0,263
40	0,698132	217	211	$0,288 \pm 0,002$	0,284
45	0,785398	267	261	$0,321 \pm 0,002$	0,309
50	0,872665	311	305	$0,347 \pm 0,002$	0,34
55	0,959931	373	367	$0,380 \pm 0,002$	0,380
60	1,047198	471	465	$0,428 \pm 0,003$	0,427
65	1,134464	648	642	$0,503 \pm 0,003$	0,484
70	1,22173	808	802	$0,562 \pm 0,004$	0,553
75	1,308997	1043	1037	$0,639 \pm 0,004$	0,637
80	1,396263	1381	1375	$0,736 \pm 0,005$	0,738
85	1,48353	1895	1889	$0,862 \pm 0,005$	0,858

Tab. 3: TE polarizace pro vzorek 1

α [°]	α [rad]	U_α	$U_\alpha - 6$	r_s	r_{teor}
15	0,261799	103	97	$0,202 \pm 0,001$	0,212
20	0,349066	112	106	$0,211 \pm 0,001$	0,220
25	0,436332	124	118	$0,223 \pm 0,001$	0,230
30	0,523599	139	133	$0,237 \pm 0,002$	0,244
35	0,610865	163	157	$0,257 \pm 0,002$	0,260
40	0,698132	195	189	$0,282 \pm 0,002$	0,281
45	0,785398	238	232	$0,313 \pm 0,002$	0,307
50	0,872665	290	284	$0,346 \pm 0,002$	0,338
55	0,959931	349	343	$0,380 \pm 0,003$	0,377
60	1,047198	428	422	$0,422 \pm 0,003$	0,424
65	1,134464	552	546	$0,480 \pm 0,003$	0,481
70	1,22173	727	721	$0,552 \pm 0,004$	0,551
75	1,308997	973	967	$0,639 \pm 0,004$	0,635
80	1,396263	1314	1308	$0,743 \pm 0,005$	0,736
85	1,48353	1738	1732	$0,855 \pm 0,006$	0,857

Tab. 4: TE polarizace pro vzorek 2

Odrazivost R by se nyní vypočetla ze vztahu $r = \sqrt{\frac{U_\alpha}{U_{90}}}$. Hodnota U_{90} pro úhel dopadu 90° však nebyla naměřena a proto byla tato hodnota zjišťována fitováním naměřených hodnot U_α a α funkcí $U_\alpha = U_{90} \left(\frac{\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} \right)^2$ přes neznámé U_{90} a n . Tato funkce odpovídá očekávané závislosti dané Fresnelovými vzorci, konkrétně vzorcem (5), a použitím vztahu (10).

Programem Gnuplot byly zjištěny následující hodnoty:

Vzorek 1: $n = 1,528 \pm 0,008$, $U_{90} = 2540 \pm 20$

Vzorek 2: $n = 1,512 \pm 0,007$, $U_{90} = 2370 \pm 20$

Sečtením relativní chyby určení veličin programem Gnuplot a chyby měření napětí U_α která je stanovena na 0,4%, se chyby přepočtou a výsledky budou:

Vzorek 1: $n = 1,53 \pm 0,01$, $U_{90} = 2540 \pm 30$

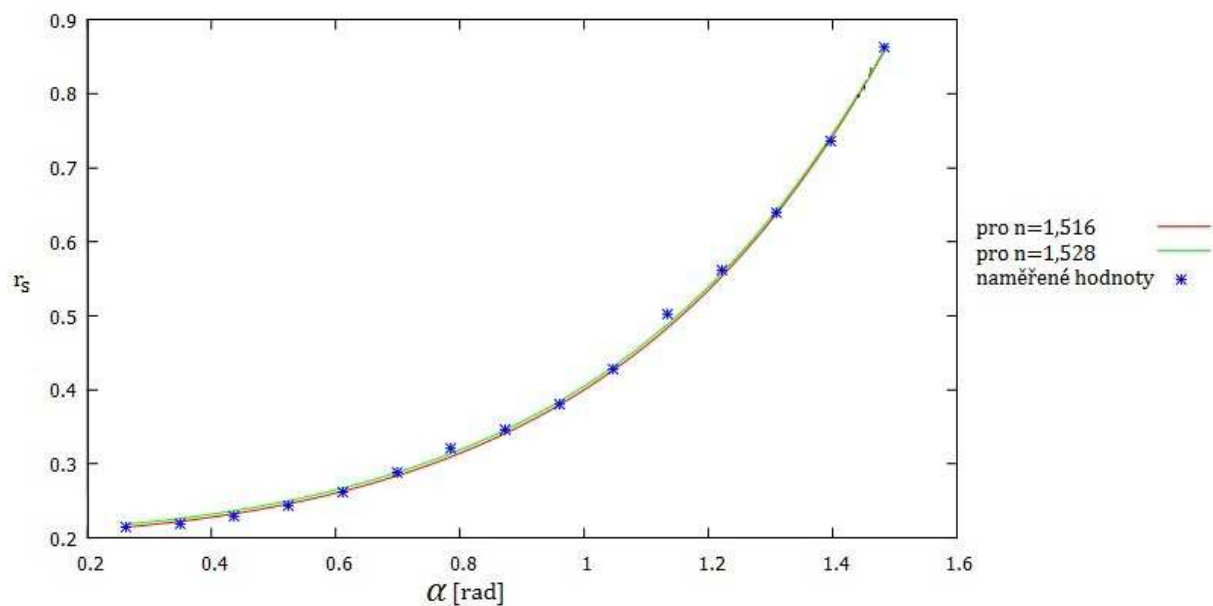
Vzorek 2: $n = 1,51 \pm 0,01$, $U_{90} = 2370 \pm 30$

V *Tab. 3* (resp. 4) jsou vypočítané hodnoty koeficientu odrazivosti r_s dosazením získané

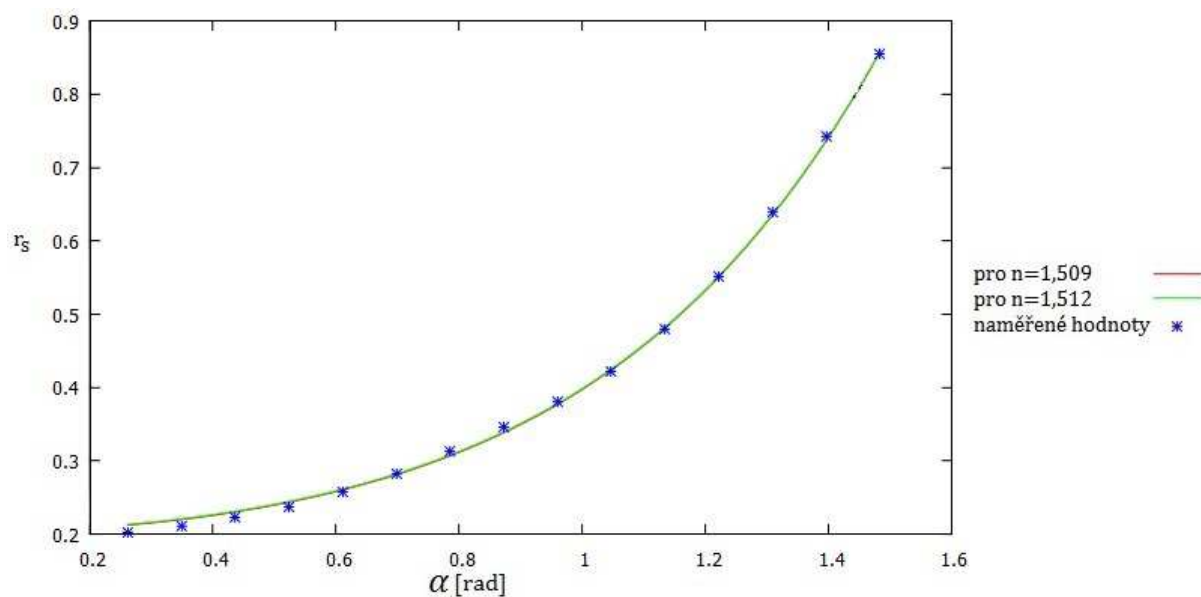
hodnoty U_{90} do vzorce $r = \sqrt{\frac{U_\alpha}{U_{90}}}$. Chyba je stanovena metodou přenosu chyb dle [3]. V posledním

sloupci jsou uvedeny teoretické hodnoty vypočtené z Fresnelova vzorce (5) pro dané úhly α a index lomu udaný výrobcem.

V *Grafu 1* (resp. 2) jsou znázorněny vypočtené hodnoty koeficientu odrazivosti r_s z *Tab. 3* (resp. 4) a proloženy křivkou dle vztahu (5) s vypočteným indexem lomu. Pro porovnání je znázorněna křivka daná vztahem (5) pro index lomu daný výrobcem.



Graf 1: Závislost koeficientu odrazivosti pro TE polarizaci vzorku 1



Graf 2: Závislost koeficientu odrazivosti pro TE polarizaci vzorku 2

TM polarizace

Pro měření v TM polarizaci byly mezi zdroj světla a polarizátor vloženy 2 čtvrtvlnové destičky tak, aby bylo světlo polarizováno rovnoběžně s vodorovným směrem. Polarizátor byl potočen o 90° , aby byl signál na fotodiodě opět maximální.

Pro měření byly použity stejné vzorky jako při TE polarizaci. Měření a výpočty probíhaly obdobně. Jedinou změnou bylo používání vztahu (7) na místě, kde byl použit vztah (5).

Naměřené hodnoty úhlů α a napětí U_α pro vzorek 1 (resp. 2) jsou uvedeny v Tab. 5 (resp. 6).

α [°]	α [rad]	U_α [V]	$U_\alpha - 6$ [V]	r_p	Γ_{teor}
15	0,261799	140	134	$0,193 \pm 0,001$	0,196
20	0,349066	129	123	$0,185 \pm 0,001$	0,188
25	0,436332	115	109	$0,1740 \pm 0,0009$	0,1772
30	0,523599	98	92	$0,1599 \pm 0,0008$	0,1634
35	0,610865	78	72	$0,1414 \pm 0,0007$	0,1459
40	0,698132	57	51	$0,1190 \pm 0,0006$	0,1237
45	0,785398	35	29	$0,0898 \pm 0,0005$	0,096
50	0,872665	15	9	$0,0500 \pm 0,0003$	0,0607
51	0,890118	12	6	$0,0408 \pm 0,0002$	0,0527
52	0,907571	9	3	$0,0289 \pm 0,0002$	0,0442
53	0,925025	7	1	$0,0167 \pm 0,0001$	0,0354
54	0,942478	6	0	0	0,0261
55	0,959931	6	0	0	0,0164
56	0,977384	6	0	0	0,0062
57	0,994838	6	0	0	0,0044
58	1,012291	6	0	0	0,0156
59	1,029744	6	0	0	0,0274
60	1,047198	9	3	$0,0289 \pm 0,0002$	0,0397
65	1,134464	48	42	$0,1080 \pm 0,0006$	0,1116
70	1,22173	161	155	$0,208 \pm 0,001$	0,204

75	1,308997	401	395	$0,331 \pm 0,001$	0,325
80	1,396263	883	877	$0,493 \pm 0,003$	0,486
85	1,48353	1766	1760	$0,699 \pm 0,004$	0,702

Tab. 5: TM polarizace pro vzorek 1

α [°]	α [rad]	U_α [V]	$U_\alpha - 6$ [V]	r_p	r_{teor}
15	0,261799	127	121	$0,186 \pm 0,001$	0,193
20	0,349066	116	110	$0,1778 \pm 0,0009$	0,186
25	0,436332	103	97	$0,1670 \pm 0,0009$	0,1751
30	0,523599	88	82	$0,1535 \pm 0,0008$	0,1615
35	0,610865	70	64	$0,1356 \pm 0,0007$	0,1440
40	0,698132	51	45	$0,1137 \pm 0,0006$	0,1219
45	0,785398	31	25	$0,0848 \pm 0,0004$	0,0941
50	0,872665	13	7	$0,0449 \pm 0,0002$	0,0592
51	0,890118	11	5	$0,0379 \pm 0,0002$	0,0512
52	0,907571	8	2	$0,0240 \pm 0,0001$	0,0428
53	0,925025	7	1	$0,0170 \pm 0,0001$	0,0340
54	0,942478	6	0	0	0,0247
55	0,959931	6	0	0	0,0151
56	0,977384	6	0	0	0,0049
57	0,994838	6	0	0	0,0057
58	1,012291	6	0	0	0,0164
59	1,029744	7	1	$0,0170 \pm 0,0001$	0,0286
60	1,047198	9	3	$0,0294 \pm 0,0002$	0,0409
65	1,134464	49	43	$0,1112 \pm 0,0006$	0,1126
70	1,22173	160	154	$0,210 \pm 0,001$	0,205
75	1,308997	398	392	$0,336 \pm 0,002$	0,326
80	1,396263	871	865	$0,499 \pm 0,003$	0,486
85	1,48353	1710	1704	$0,700 \pm 0,004$	0,702

Tab. 6: TM polarizace pro vzorek 2

Programem Gnuplot byly zjištěny následující hodnoty:

Vzorek 1: $n = 1,498 \pm 0,008$, $U_{90} = 3600 \pm 20$

Vzorek 2: $n = 1,47 \pm 0,01$, $U_{90} = 3480 \pm 20$

Připočtením relativní chyby měření napětí U_α dostáváme:

Vzorek 1: $n = 1,50 \pm 0,01$, $U_{90} = 3600 \pm 30$

Vzorek 2: $n = 1,47 \pm 0,02$, $U_{90} = 3480 \pm 30$

Odsud můžeme vypočítat Brewstrův úhel α_B dosazením naměřených hodnot n do vzorce (11).

Teoretické hodnoty Brewstrova úhlu α_{Bteor} získáme dosazením indexů lomu vzorků udaných výrobcem do stejného vzorce:

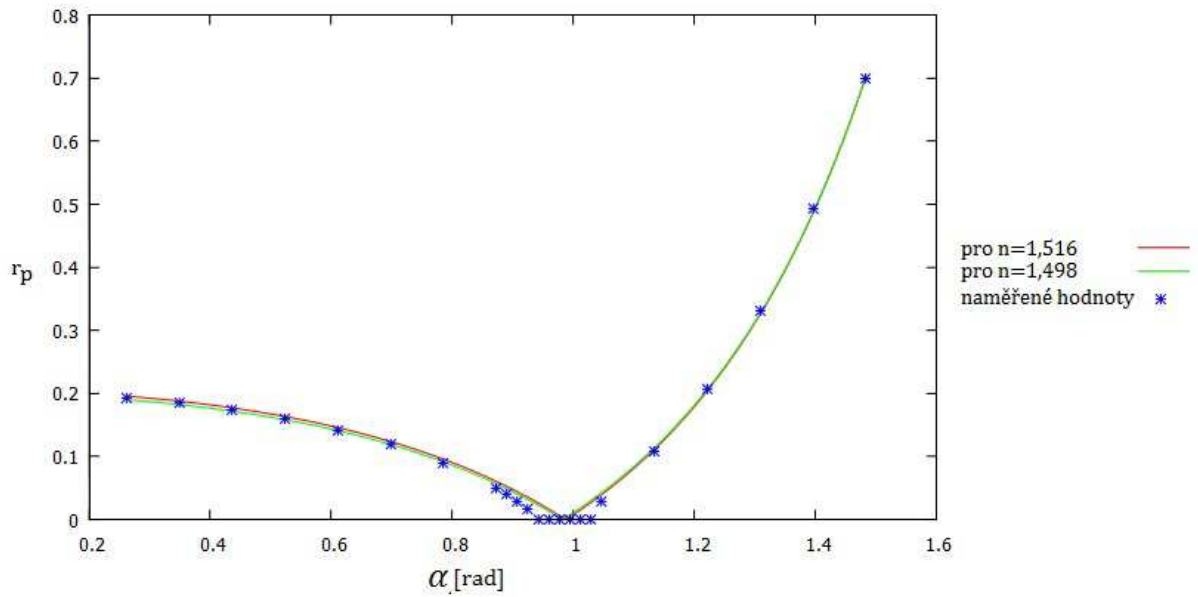
Vzorek 1: $\alpha_B = (56,3 \pm 0,2)^\circ$, $\alpha_{Bteor} = 56,6^\circ$

Vzorek 2: $\alpha_B = (55,8 \pm 0,3)^\circ$, $\alpha_{Bteor} = 56,5^\circ$

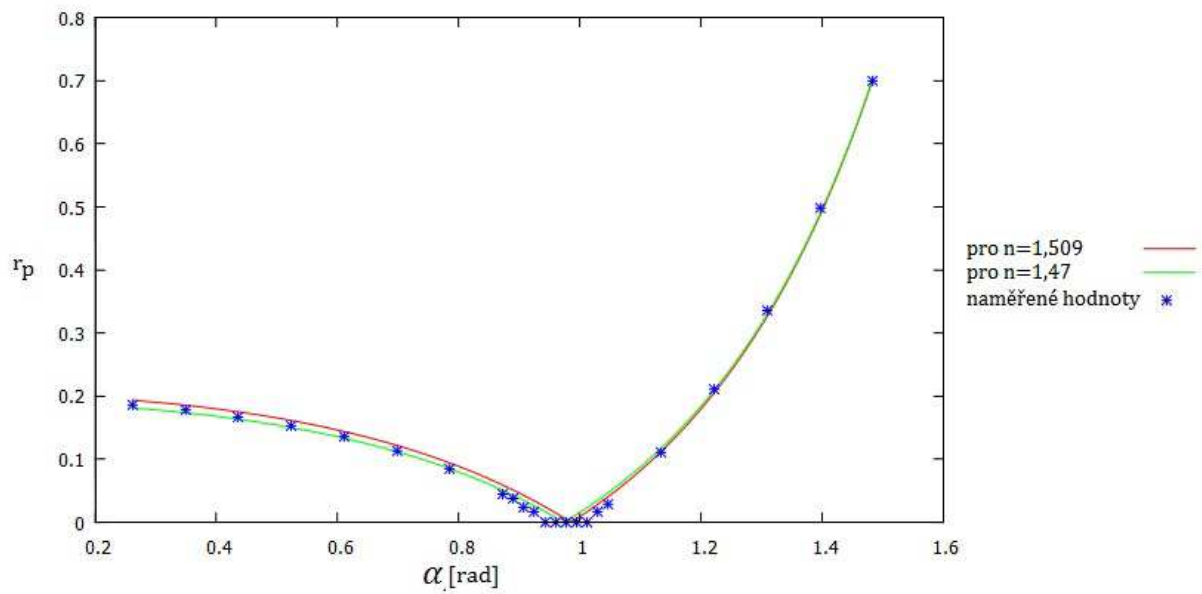
Chyby jsou určena metodou přenosu chyb dle [3].

V Tab. 5 (resp. 6) jsou opět vypočítané hodnoty koeficientu odrazivosti r_p stejným způsobem jako u TE polarizace a v posledním sloupci jsou uvedeny jeho teoretické hodnoty.

V *Grafu 3* (resp. 4) jsou znázorněny vypočtené hodnoty koeficientu odrazivosti r_p z *Tab. 5* (resp. 6) a proloženy křivkou dle vztahu (7) s vypočteným indexem lomu. Pro porovnání je znázorněna křivka daná vztahem (7) pro index lomu daný výrobcem.



Graf 3: Závislost koeficientu odrazivosti pro TM polarizaci vzorku 1



Graf 4: Závislost koeficientu odrazivosti pro TM polarizaci vzorku 2

Diskuse výsledků

Určování úhlu natočení polarizátoru pro snadný průchod světla (*úkol 1*) bylo méně přesné než zjišťování tohoto úhlu při ověřování směru polarizace zdroje (*úkol 2*). Při prvním měření byl polarizátor držen v ruce a poloha nuly se tedy mohla lehce měnit. Navíc určování maxim a minim intenzity pozorovaného světla bylo obtížnější než zjišťování maxim a minim ve druhém měření pomocí voltmetru připojeného k fotodiodě. Pro další měření byl proto polarizátor nastavován podle výsledků z druhého měření. Výsledky obou měření se však v rámci chyby shodují. Při měření závislosti pro *TE* a *TM* polarizaci nastala chyba, že nebyly naměřené hodnoty pro úhel dopadu 90° nutný pro výpočet. Tyto hodnoty byly proto použity jako parametr spolu s indexem lomu při fitování naměřených hodnot některým z Fresnelových vzorců. To ovšem mohlo způsobit chybu měření.

Další chyba vznikala pouhým odečítáním hodnot napětí z voltmetru, neboť (obzvláště při vyšších napětích) hodnoty na displeji oscilovaly. Relativní chyba napětí je tedy pro každé měření stanovena na 0,4%.

I přes tyto chyby zjišťujeme, že vypočtené hodnoty indexu lomu se pro oba vzorky a obě polarizace dobře shodují s teoretickými hodnotami udanými výrobcem. Také pro Brewstrův úhel bylo při *TM* polarizaci naměřeno voltmetrem na fotodiodě nulové napětí, což odpovídá očekávání. Bohužel byly pro měření omylem (díky přehmátnutí) vybrány vzorky s blízkými indexy lomu, proto vzájemné grafické porovnávání závislostí nemá valný význam. Můžeme pouze na základě výpočtů říct, že index lomu *vzorku 1* je vyšší než index lomu *vzorku 2*, což odpovídá údajům udaným výrobcem.

Závěr

Zjistili jsme, že směru, ve kterém polarizátorem snadno prochází světlo polarizované rovnoběžně k vodorovné rovině, odpovídá úhel natočení polarizátoru $\phi = 152^\circ \pm 7^\circ$.

Ověřili jsme, že zdroj světla je polarizován kolmo k vodorovné rovině.

Měřili jsme závislost intenzity světla na úhlu dopadu dvou vzorků pro *TE* i *TM* polarizaci.

Závislosti koeficientu odrazivosti na úhlu dopadu jsou znázorněny v *Grafech 1 až 4*.

Při měření v *TE* polarizaci byly naměřeny následující indexy lomů jednotlivých vzorků:

Vzorek 1: $n = 1,53 \pm 0,01$, relativní chyba 0,9%

Vzorek 2: $n = 1,51 \pm 0,01$, relativní chyba 0,9%

A při měření v *TM* polarizaci následující:

Vzorek 1: $n = 1,50 \pm 0,01$, relativní chyba 0,9%

Vzorek 2: $n = 1,47 \pm 0,02$, relativní chyba 1%

Seznam použité literatury

[1] I. Pelant a kol.: Fyzikální praktikum III – Optika, MATFYZPRESS, Praha 2005

[2] P. Malý: Optika, Nakladatelství Karolinum, Praha 2008

[3] J. English: Základy zpracování fyzikálních měření, Praha 2006