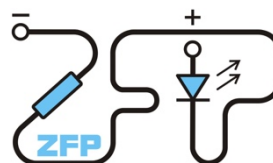


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č. 7

Název úlohy: Ověření Fresnelových vzorců

Jméno: **Jan Hrabovský**

Obor: FOF

Datum měření: 13.3.2018

Datum odevzdání: 14.3.2018

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Ověření Fresnelových vzorců

Základní fyzikální praktikum (Fyzikální praktikum III. OF)

Vypracoval: Jan Hrabovský

UKČO: 61088176

Datum měření: 13.3.2018

Experimentální podmínky:

Tlak: 975,1 hPa

Teplota: 23,3 °C

Vlhkost: 33,3 %

Pracovní úkoly:

1. Najděte směr snadného průchodu polarizátoru užívaného v aparatuře
2. Ověřte, že zdroj světla je polarizován kolmo k vodorovné rovině.
3. Na přiložených vzorcích proměřte závislost intenzity odraženého světla na úhlu dopadu pro TE i TM polarizaci.
4. Naměřené výsledky porovnejte s teoretickým průběhem závislostí.
5. Určete indexy lomů měřených vzorků a jejich relativní chybu.

Teoretická část:

Při dopadu světla na povrch látky (opticky propustné bez uvažované absorpce při použitém spektrálním rozsahu světla) dochází k odrazu světla od povrchu látky, nebo k jejímu prostupu do skla. Amplituda elektrické složky světelného záření bude označována jako E , přičemž dopadající amplitudu světla budeme značit jako E_i a amplitudu odražené vlny jako E_r . Dále lze rozlišovat dva specifické směry polarizaci a to polarizaci kolmou na rovinu dopadu E_i^\perp a polarizaci ležící v rovině dopadu E_i^\parallel . Obdobně zadefinujeme i pro odražené světlo. Mimo označení \perp (sankrecht – německy kolmý) a \parallel (parallel -něm. paralelní) se používá označení pro kolmou složku TE (transverzálně elektrická) a pro paralelní složku TM (transverzálně magnetická). Toto značení je udáváno podle toho, která ze složek elektromagnetického vlnění je kolmá na rovinu dopadu záření.

V závislosti na úhlu dopadajícího světla θ_i a úhlu světla procházejícího θ_t při indexu lomu prostředí n_i a indexu lomu látky n_t lze porovnáním elektrických amplitud pro stejnou polarizaci odvodit vztahy (1) a (2). Ve vztazích vystupují veličiny r^\perp a r^\parallel a které jsou pojmenované jako amplitudové koeficienty odrazivosti pro kolmou a paralelní polarizaci.

$$r^\perp = \frac{E_r^\perp}{E_i^\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} \quad (1)$$

$$r^\parallel = \frac{E_r^\parallel}{E_i^\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t} \quad (2)$$

Obdobně lze vyjádřit i vztahy pro propustnost materiálu jako (3) a (4), kde t^\perp a t^\parallel jsou amplitudové koeficienty propustnosti

$$t^\perp = \frac{E_t^\perp}{E_i^\perp} = \frac{2n_i \cos\theta_i}{n_i \cos\theta_i + n_t \cos\theta_t} \quad (3)$$

$$t^\parallel = \frac{E_t^\parallel}{E_i^\parallel} = \frac{2n_i \cos\theta_i}{n_t \cos\theta_i + n_i \cos\theta_t} \quad (4)$$

V případě kombinací vztahu (1) a (2) s běžnou formou Snellova zákona (5) a relativního indexu lomu $n = n_2/n_1$ lze dospět o dovození vztahů (6) až (9)

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t \quad (5)$$

$$r^\perp = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} \quad (6)$$

$$r^\parallel = \frac{n^2 \cos\theta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}}{n^2 \cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} \quad (7)$$

$$t^\perp = \frac{2\cos\theta_i}{\cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} = r^\perp + 1 \quad (8)$$

$$t^\parallel = \frac{2n\cos\theta_i}{n^2 \cos\theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i}} = \frac{1}{n}(r^\parallel + 1) \quad (9)$$

Dále je intenzita světelného paprsku úměrná druhé mocnině amplitudy elektrického pole, čímž lze získat vztahy pro reflektivitu R a propustnost T ve tvaru (10) a (11)

$$R = (r)^2 \wedge R = \sqrt{\frac{U_{\theta_i}}{U_0}} \quad (10)$$

$$T = 1 - R \quad (11)$$

Ve speciálním případě, kdy světlo dopadá na povrch látky pod tzv. Brewsterovým úhlem dochází k jevu, kdy odražené světlo je lineárně polarizované ve směru kolmém na rovinu

dopadu, jelikož amplitudový koeficient paralelní polarizace je nulový. Pokud je známa hodnota relativního indexu lomu látky, můžeme hodnotu Brewsterova úhlu získat dle vztahu (12)

$$\theta_B = \arctan(n) \quad (12)$$

Výsledky měření:

Na začátku laboratorní úlohy byly zjištěny okolní laboratorní podmínky a příslušné parametry aparatury, které byly následně použity při výpočtech. Chybovost jednotlivých přístrojů, u kterých nebyla její hodnota konkrétně uvedena, byla stanovena jako polovina nejmenšího intervalu ze stupnice, který bylo možné během měření odečítat. Okolní tlak byl odečten jako 975,1 hPa, teplota 23,3 °C a vlhkost 33,3 %.

Nejprve bylo experimentálně zjištěno nastavení polarizátoru pomocí kalibrace přes Brewsterův úhel. Použitý polarizátor byl za pomoci externího zdroje světla a skleněné destičky nastavován do různých úhlů při kontinuální změně jeho polarizace, přičemž bylo hledáno minimum detekovaného odraženého světla po průchodu polarizátorem. Vzhledem ke skutečnosti, že při Brewsterově úhlu dochází pouze k odrazu světla kolmého na rovinu dopadu, byla v případě nalezení minima orientace kolmá vůči detekované vlně. Zjištěná poloha byla následně ověřena i na měřicí aparatuře, ze které byly sejmuty obě půlvlnné destičky. Laser byl zapnut přibližně 20 minut před začátkem měření pro ustálení výstupního výkonu. Za předpokladu, že zdroj světla (He-Ne laser) má výstupní polarizaci vertikální, bylo na detektoru za polarizátorem hledáno maximum intenzity prošlého světla, které odpovídalo shodnému nastavení jak laseru tak polarizátoru. Hodnoty pro zjištěné úhly na stupnici polarizátoru pro primární odhad na skleněné destičce a pro zjištěnou hodnotu pomocí aparatury goniometru jsou zaneseny v tabulce 1.

Tab.1. hodnoty na stupnici polarizátoru při určení jeho polarizace v případě detekovaného minima průchodu světla při užití principu Brewsterova úhlu a hledání maxima intenzity vertikálně polarizovaného laseru po průchodu polarizátorem

$\alpha_{okometricky}$	α_{det}
240	241
240	242
241	241
240	242
241	241
$240,4 \pm 0,5$	$241,4 \pm 0,5$

Po nastavení a seznámení se s aparaturou byl vybrán jeden ze tří předložených vzorků (s označením indexu lomu 1,509) a umístěn do středu otočného goniometru. Detektor byl následně natočen do doplňkového úhlu přibližně 5° (jelikož při nastavení nulového úhlu docházelo ke kontaktu světelného svazku s hranou vzorku) a byla pozorována sledovaná

intenzita na detektoru. Jako chyba měření byla uvažována chyba odečtu ze stupnice goniometru ve velikosti poloviny jednoho dílku. V rámci zpřesnění měření byl k modulaci světelného svazku použit optický chopper s měnitelnou velikostí oken. Změnou intenzity dopadajícího záření na detektor došlo následně k nastavení takové hodnoty, aby nepřekračovala měřitelný rozsah detektoru.

Následně byla proměřena TE (kolmá k rovině dopadu) závislost napětí na fotodiodě na proměnném úhlu ϕ odečteném na stupnici goniometru, který reprezentuje doplňkový úhel a lze tedy jednoduše převést na úhel dopadu θ_i používaný ve výpočtech ($\theta_i = 90 - \phi$). Pro proměření maximálního intervalu, který nám umožňovalo nastavení aparatury, bylo změněno nastavení pomocí pootočení polarizátoru a půlvlnné destičky tak, aby na povrch vzorku dopadalo záření polarizované v rovině dopadu, neboli TM polarizace. Vzorek byl uveden do výchozí polohy a obdobně jako při měření TE polarizace byla proměřena úhlová závislost detekované intenzity na detektoru. Záznam měření včetně teoretických a experimentálně získaných hodnot amplitudových koeficientů odrazivosti lze najít pro vzorek o definované indexu lomu $n = 1,509$ v Tab.3. a pro vzorek $n = 1,516$ v Tab.4.

Následně došlo k uvedení laseru a detektoru do jedné roviny (tzn. $\phi = 0$) a byla zjištěna sledovaná hodnota maximální intenzity záření. Vzhledem k tomu, že tato hodnota byla mimo rozsah měření pro použitý detektor, byla použita sada Neutral density filtrů a výsledná hodnota byla následně brána jako průměr takto získaných hodnot. Zvláště u filtru ND = 1 však docházelo ke značnému kolísání, což mohlo být způsobeno jak vlivem třesoucích se rukou experimentátora, nečistotami na použitých filtrech či nedokonalou přiléhavostí filtru v pravém úhlu proti procházejícímu paprsku. Záznam měření maximální intenzity a následné přepočty jsou uvedeny v Tab.2. a pomocí nich byla získána hodnota pro $U_0 = (2221 \pm 107)$ a.u., která byl následně použita při výpočtech. V rámci vyhodnocení experimentálních dat byla také fitována závislost naměřených hodnot intenzity na úhlu dopadu příslušnou extrapolační funkcí (uvedenou na Grafu.1), kde fitovanými parametry byla hodnota U_0 a n byl zvolen jako známý parametr s hodnotou 1,509. Průběh fitu lze sledovat na Grafu.1. Touto metodou byla získána hodnota $U_0 = (2425 \pm 16)$ a.u., která je vyšší, než hodnota získaná při použití ND filtrů. Tato funkce je odpovídající Fresnelovým vzorcům.

Tab.2. Tabulka hodnot s přehledem použitých filtrů a naměřených hodnot intenzity na detektoru včetně přepočtených hodnot reálných maximálních intenzit při přímém průchodu svazku

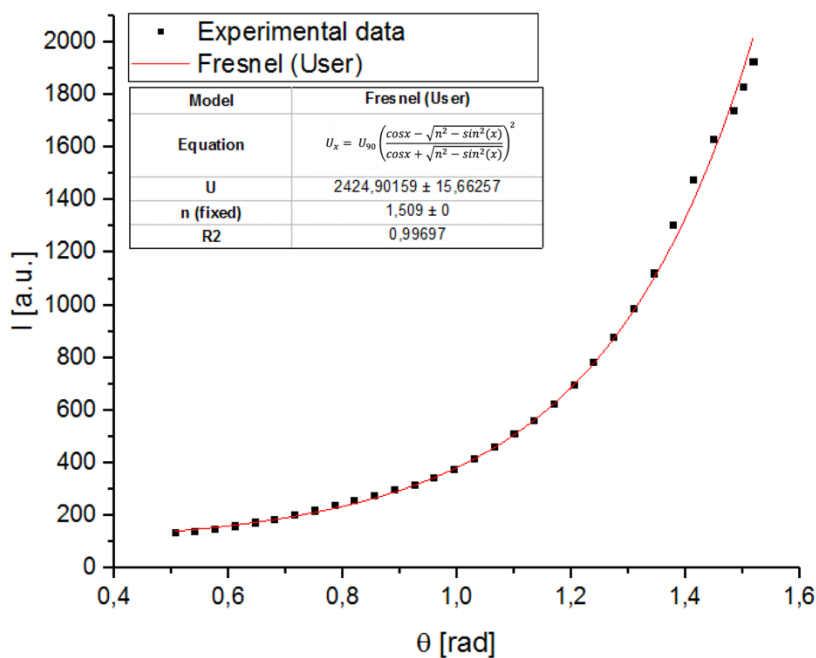
ND	U	U_0
1	224	2240
0,5	733	2318
0,04	1921	2106
$\emptyset = 2221 \pm 107$		

Tab.3. Záznam měření hodnot pro vzorek skla o definovaném indexu lomu $n = 1,509$ včetně vypočtených hodnot pro reflexní amplitudové koeficienty jak v provázanosti na experimentálně naměřená data tak jejich teoretické průběhy při uvažované správnosti definovaného indexu lomu

θ_i [°]	θ_i [rad]	U_{θ_i}	U_0	r_s exp	r_p exp	r_s teor	r_p teor
90	1,57	-	-	1	1	1	1
87	1,52	1928	1528	0,932	0,829	0,912	0,809
86	1,50	1833	1329	0,908	0,773	0,884	0,754
85	1,48	1742	1156	0,886	0,721	0,857	0,702
83	1,45	1632	872	0,857	0,627	0,806	0,608
81	1,41	1477	652	0,815	0,542	0,759	0,524
79	1,38	1306	484	0,767	0,467	0,715	0,450
77	1,34	1122	355	0,711	0,400	0,673	0,385
75	1,31	990	258	0,668	0,341	0,635	0,326
73	1,27	881	182	0,630	0,286	0,599	0,274
71	1,24	784	126	0,594	0,238	0,566	0,227
69	1,20	699	84	0,561	0,194	0,536	0,185
67	1,17	627	55	0,531	0,157	0,507	0,147
65	1,13	564	33	0,504	0,122	0,481	0,113
63	1,10	512	18	0,480	0,090	0,457	0,082
61	1,06	463	9	0,457	0,064	0,434	0,054
59	1,03	419	5	0,434	0,047	0,414	0,029
57	0,99	379	4	0,413	0,042	0,395	0,006
55	0,96	347	4	0,395	0,042	0,377	0,015
53	0,93	320	4	0,380	0,042	0,361	0,034
51	0,89	299	5	0,367	0,047	0,345	0,051
49	0,86	279	8	0,354	0,060	0,331	0,067
47	0,82	258	12	0,341	0,073	0,319	0,081
45	0,79	241	17	0,329	0,087	0,307	0,094
43	0,75	221	22	0,315	0,100	0,296	0,106
41	0,72	204	27	0,303	0,110	0,286	0,117
39	0,68	189	32	0,292	0,120	0,277	0,127
37	0,65	176	37	0,281	0,129	0,268	0,136
35	0,61	162	42	0,270	0,138	0,260	0,144
33	0,58	151	47	0,261	0,145	0,253	0,151
31	0,54	143	52	0,254	0,153	0,247	0,158
29	0,51	136	60	0,247	0,164	0,241	0,164

Tab.4. Záznam měření hodnot pro vzorek skla o definovaném indexu lomu $n = 1,516$ včetně vypočtených hodnot pro reflexní amplitudové koeficienty jak v provázanosti na experimentálně naměřená data tak jejich teoretické průběhy při uvažované správnosti definovaného indexu lomu

θ_i [°]	θ_i [rad]	U_{θ_i}	U_0	r_s exp	r_p exp	r_s teor	r_p teor
90	1,57	-	-	1	1	1	1
87	1,52	1729	1492	0,882	0,820	0,912	0,809
86	1,50	1641	1312	0,859	0,769	0,885	0,754
85	1,48	1560	1152	0,838	0,720	0,858	0,702
83	1,45	1410	873	0,797	0,627	0,808	0,607
81	1,41	1264	651	0,754	0,541	0,761	0,524
79	1,38	1132	483	0,714	0,466	0,716	0,450
77	1,34	1013	357	0,675	0,401	0,675	0,384
75	1,31	907	260	0,639	0,342	0,637	0,325
73	1,27	812	185	0,605	0,289	0,602	0,273
71	1,24	727	128	0,572	0,240	0,569	0,226
69	1,20	652	85	0,542	0,196	0,538	0,184
67	1,17	586	54	0,514	0,156	0,510	0,146
65	1,13	528	31	0,488	0,118	0,484	0,112
63	1,10	479	16	0,464	0,085	0,460	0,081
61	1,06	434	7	0,442	0,056	0,437	0,053
59	1,03	394	4	0,421	0,042	0,417	0,027
57	0,99	359	4	0,402	0,042	0,397	0,004
55	0,96	328	4	0,384	0,042	0,380	0,016
53	0,93	300	4	0,367	0,042	0,363	0,035
51	0,89	277	5	0,353	0,047	0,348	0,053
49	0,86	259	9	0,341	0,064	0,334	0,068
47	0,82	240	13	0,329	0,076	0,321	0,083
45	0,79	224	18	0,318	0,090	0,309	0,096
43	0,75	208	23	0,306	0,102	0,299	0,108
41	0,72	196	28	0,297	0,112	0,288	0,119
39	0,68	184	34	0,288	0,124	0,279	0,129
37	0,65	173	40	0,279	0,134	0,271	0,138
35	0,61	163	45	0,271	0,142	0,263	0,146
33	0,58	155	50	0,264	0,150	0,256	0,153
31	0,54	147	55	0,257	0,157	0,249	0,160
29	0,51	141	59	0,252	0,163	0,243	0,166

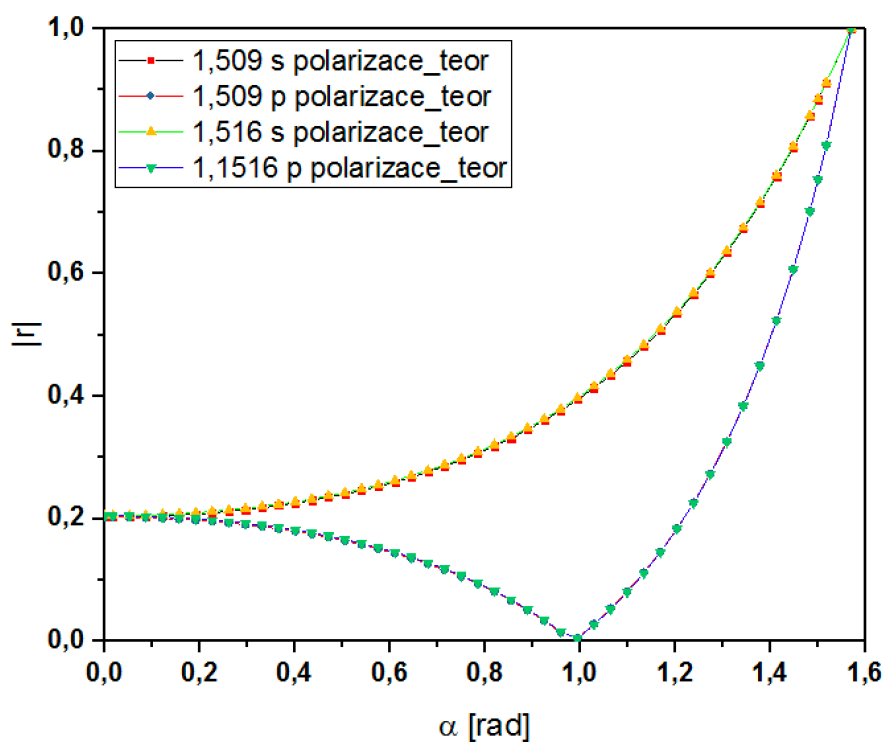


Obr.1 Extrapolace naměřených hodnot pomocí funkce (12) za účelem zjištění fitovaného parametru maximální průchozí intenzity U_0

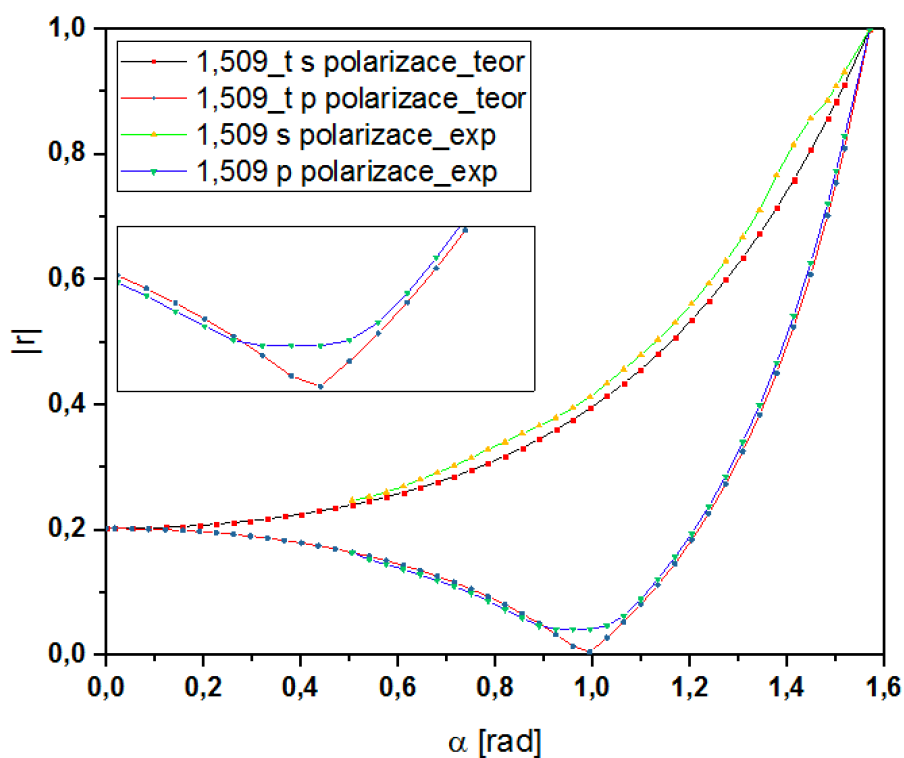
Teoretické závislosti průběhů reflekčních koeficientů lze pozorovat pro oba indexy lomu ($n = 1,509$ a $n = 1,516$) pozorovat na Obr.2. Tyto průběhy pak byly použity pro porovnání s experimentálně naměřenými daty, což lze pozorovat pro $n = 1,509$ na Obr.3 a pro $n = 1,516$ na Obr.4. Jak je patrné, vlivem špatné odezvy detektoru při nízkých hodnotách detekovaných intenzit v okolí Brewsterova úhlu pro TM polarizaci, minima experimentálních průběhů jsou značně roztažená a nedosahují nuly, jak by z teoretického předpokladu měly.

V poslední části byla naměřená data fitována příslušnými funkcemi (6) a (7), přičemž získaným parametrem byla experimentální hodnota indexu lomu pro jednotlivé materiály. V případě materiálu s označením $n = 1,509$ byly získány hodnoty $n_s = 1,574 \pm 0,009$ a $n_p = 1,476 \pm 0,013$ jejichž zprůměrováním byla získána hodnota $n_p = 1,525 \pm 0,011$. Výsledná odchylka od proklamované hodnoty byla okolo 1% (Obr.5).

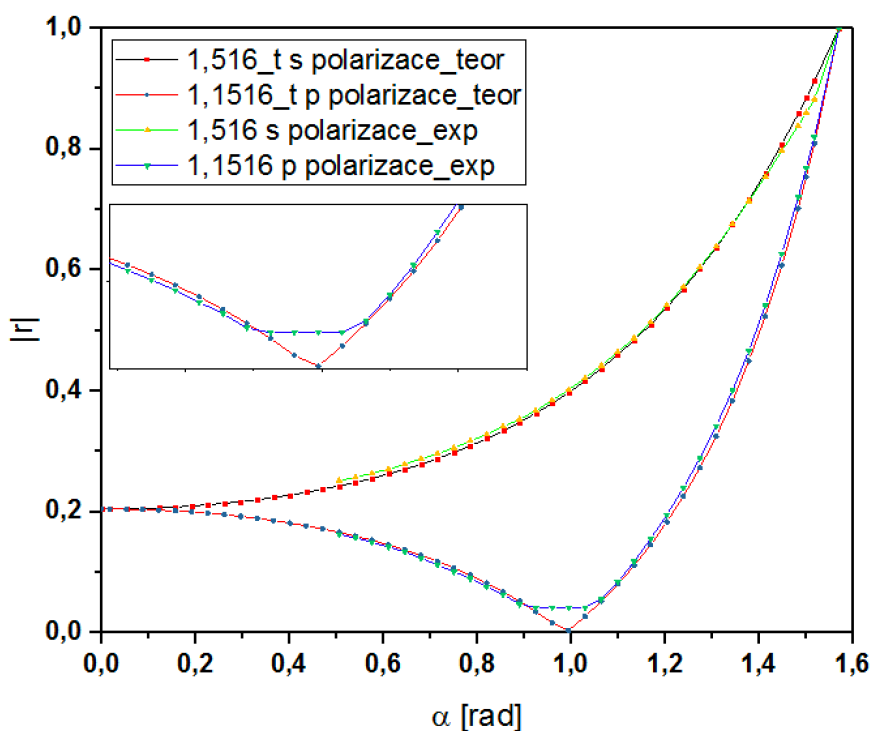
V případě materiálu s označením $n = 1,516$ byly z měření získány hodnoty $n_s = 1,527 \pm 0,005$ a $n_p = 1,486 \pm 0,012$ jejichž zprůměrováním byla získána hodnota $n_p = 1,507 \pm 0,009$. Výsledná odchylka od proklamované hodnoty je opět přibližně 1% (Obr.6).



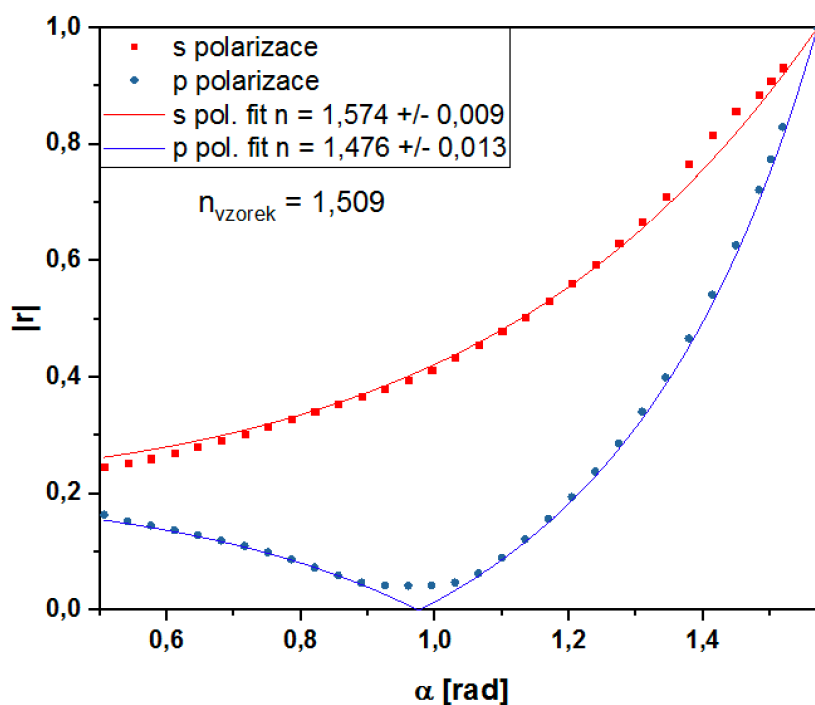
Obr. 2 Vypočítané teoretické průběhy závislosti amplitudových koeficientů odrazivosti na proměnlivém úhlu dopadu a polarizaci pro dva předložené vzorky o definovaných indexech lomu $n = 1,509$ a $n = 1,516$



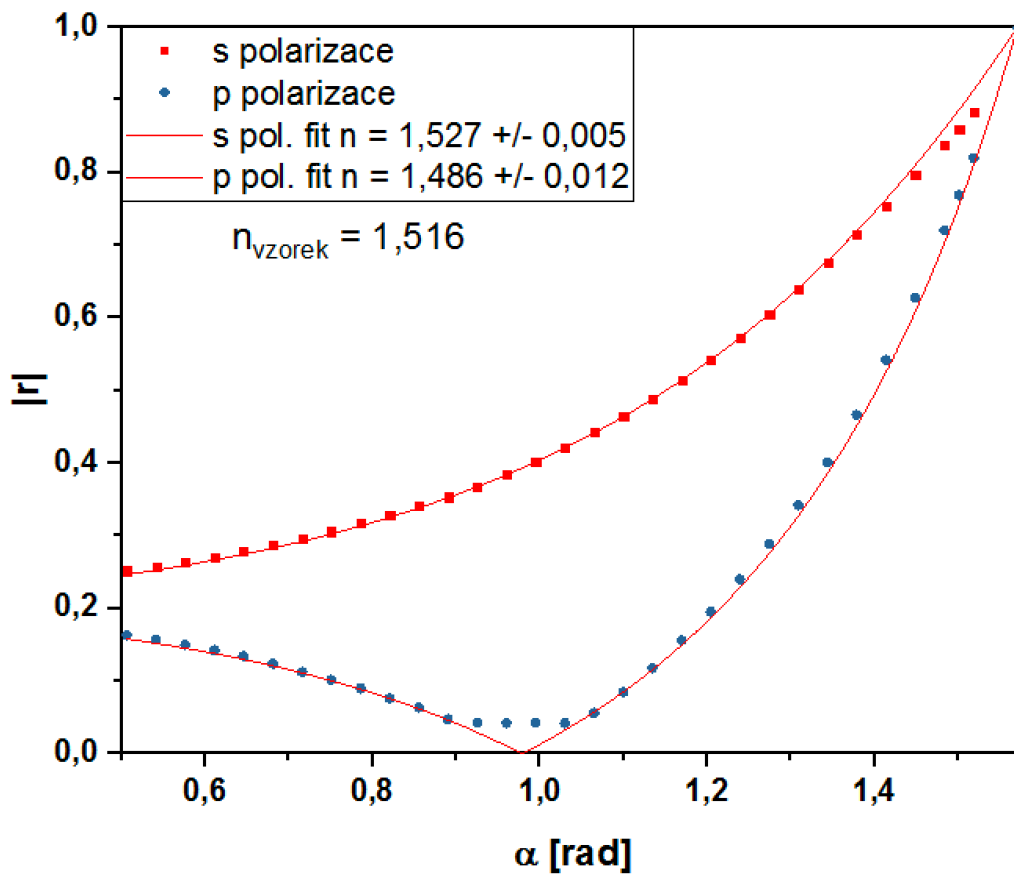
Obr. 3 Porovnání teoretických závislostí průběhů amplitudových koeficientů odrazivosti s experimentálně pořízenými daty pro vzorek o určeném indexu lomu $n = 1,509$



Obr.4 Pozorování teoretických závislostí průběhů amplitudových koeficientů odrazivosti s experimentálně pořízenými daty pro vzorek o určeném indexu lomu $n = 1,516$



Obr. 5 Experimentálně naměřené a vypočtené hodnoty pro vzorek o definovaném indexu lomu 1,509 s příslušným proloženým fitem funkcemi (6) a (7)



Obr. 6 Experimentálně naměřené a vypočtené hodnoty pro vzorek o definovaném indexu lomu 1,516 s příslušným proloženým fitem funkcemi (6) a (7)

Diskuse:

V první části měření, kdy byl nejdříve „okometricky“ a následně i při použití laseru a detektoru hledán směr lehkého průchodu polarizátorem mohlo dojít k několika chybám. Při hledání průchodu okem za pomoci lampy se určuje úhel spíše orientačně, jelikož posuzování je vždy subjektivní, následně při použití laseru a detektoru docházelo k občasnému kolísání intenzity.

V další fázi měření byla proměřována úhlová závislost odrazivosti pro dvě specifické polarizace (TE a TM). Jedním z faktorů, které s určitostí měly částečný vliv na výsledky měření byl omezený interval proměřovaných úhlů, což snížilo počet experimentálně získaných bodů, které bylo možné fitovat. Dalším úskalím měření byla nestálost měření při některých vysokých hodnotách intenzit na detektoru, což bylo pravděpodobně způsobeno časovou oscilací výstupního výkonu laseru nebo pohybem měřené destičky během měření, které způsobovaly okolní otřesy, např. v případě průchodu dalších kolegů po laboratoři. Taktéž při hodnotách nízkých intenzit detektor nezobrazoval konečnou nulovou hodnotu, ale zastavil se na svém nulovém výstupu, který ovšem z pozorování nebyl aditivní (tedy nedocházelo k totožným oscilacím pro všechny hodnoty). Vzhledem k těmto skutečnostem se z logiky věci jeví jako lepší možnost pro získání hodnoty optického indexu lomu fitování pouze TE části, což ale v případě vzorku o $n = 1,509$ nebylo pozorováno. Vliv okolního dopadajícího světla do detektoru můžeme nejspíše marginalizovat vzhledem k použitému chopperu a modulaci světla. Určování obou polarizačních stavů lze hodnotit jako přesné, vzhledem ke zvolenému způsobu detekce minima intenzity při navzájem kolmém nastavení polarizátoru s destičkami.

Podstatnou chybovost mohl do měření vnést způsob měření maximálního průchodu světla, jehož pozorovaná intenzita byla použita při normalizaci naměřených hodnot intenzit pro jednotlivé úhly. Jak je patrné z Tab.2., naměřené hodnoty s použitím ND filtrů o různých hodnotách značně oscilují. Pro porovnání byla následně ještě hrubá naměřená data fitována pomocí zvolené funkce (viz Obr.1), což nám taktéž poskytlo hodnotu U_0 , která se svou velikostí blížila hodnotě získané při použití 0.5 ND filtru, nicméně pro měření byl použit průměr z hodnot získaných při použití ND filtrů. I přes všechna tato diskutovaná omezení byly získané hodnoty pro indexy lomu pouze v 1 % odchylce od definovaných hodnot, což lze považovat za dostatečnou přesnost měření. Pokud by ale došlo k porovnání výsledků pouze z jedné specifické polarizace, výsledná odchylka by se pohybovala v závislosti na měření od 1 % do 4 %, což je stále dobrý výsledek. Bohužel byly pro měření vybrány dva vzorky s velmi blízkým indexem lomu, což značně omezuje možnosti jejich vzájemného porovnání v rámci experimentálních chyb. Jak je i patrné z Obr.2., teoretické průběhy se liší jen nepatrně.

Závěr:

V rámci měření se nám podařilo vcelku spolehlivě určit směr lehkého průchodu polarizátorem a zprovoznit aparaturu s goniometrem. Úhel lehkého průchodu byl na stupnici polarizátoru stanoven průměrem hodnot jako $\alpha = (240,9 \pm 0,5)$. Stejný odhad pro chybu lze použít při určení odchylky laseru od ideálního vertikálního nastavení.

Dále byly dle předložených hodnot indexů lomů proměřených vzorků vypočteny teoretické průběhy pro odrazivosti jak v kolmém směru tak v orientaci souběžné s rovinou šíření, jejichž údaje jsou zaneseny v tabulce 3 a tabulce 4 a jejich závislosti jsou vyneseny na grafech (Obr.2 a Obr.3) oproti experimentálně zjištěným průběhům. Experimentální závislosti byly následně fitovány za pomoci vzorců (6) a (7) a z fitovaných parametrů zjištěny hodnoty pro index lomu. V případě skla s označením indexu lomu $n = 1,509$ byly z měření získány hodnoty $n_s = 1,574 \pm 0,009$ a $n_p = 1,476 \pm 0,013$ jejichž zprůměrováním byla získána hodnota $n_p = 1,525 \pm 0,011$, což oproti definované hodnotě představuje odchylku přibližně 1 %. V případě skla s označením indexu lomu $n = 1,516$ byly z měření získány hodnoty $n_s = 1,527 \pm 0,005$ a $n_p = 1,486 \pm 0,012$ jejichž zprůměrováním byla získána hodnota $n_p = 1,507 \pm 0,009$, což oproti definované hodnotě představuje taktéž odchylku přibližně 1 %.

Literatura:

[1] P. Malý, Optika, Karolinum, Praha 2008

[2] Studijní text a pokyny k měření, Úvod do fyzikálního praktika, Praktikum 3, Úloha 7

