

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Ze změřeného ohybového obrazce zobrazeného na milimetrovém papíru určete mřížkovou konstantu mřížky.
2. Pomocí aparatury proměřte ohybové obrazce: mřížky, 2 vybraných štěrbin, 2 vybraných dvojtěrbin. Zpracováním měření určete parametry použitých difrakčních prvků.
3. Okalibrujte mikroskopový okulár metodou postupných měření a lineární regresí, odhadněte relativní chybu kalibrace.
4. Mikroskopem změřte parametry všech použitých difrakčních prvků.
5. Výsledky měření v úkolech 1, 2 a 4 srovnajte a diskutujte, v kterém případě jsou spočtené parametry zatíženy nejmenší chybou.

1 Teoretická část

1.1 Fraunhoferova difrakce

Difrakce je taková odchylka od přímočarého šíření světla, která nemůže být vysvětlena jako důsledek odrazu či lomu [1]. Speciálně k ní dochází např. při průchodu světla laserového svazku štěrbinou v jinak nepropustné překážce. Difrakce pozorována v dostatečné vzdálenosti l za štěrbinou šířky b , přičemž $l \gg b^1$, se nazývá difrakcí Fraunhoferovou. Výsledkem jsou tzv. difrakční obrazce, které zachycujeme na stínítku, příp. detektorem.

Intenzita světla na stínítku při ohybu na štěrbině šířky b v závislosti na úhlu dopadu φ je přímo úměrná vztahu

$$\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right)^2, \quad (1)$$

kde λ je vlnová délka světla šířícího se svazku. Pro případ $\varphi \ll 1$ lze brát v parax. aproximaci $\sin \varphi \approx \varphi$. Minimální měřená intenzita pak odpovídá úhlům

$$\varphi = \frac{k\lambda}{b}, k \in Z. \quad (2)$$

Pro dvojici štěrbin šířky b ve vzdálenosti a je nutné (1) ještě násobit výrazem

$$\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right), \quad (3)$$

který vedle hlavních minim podle (2) přináší další minima daná podmínkou (opět pro $\sin \varphi \approx \varphi$)

$$\varphi = \frac{(2k+1)\lambda}{2a}, k \in Z. \quad (4)$$

1.1.1 Difrakční mřížka

Na difrakčním obrazci optické mřížky pozorujeme ostrá maxima intenzity ve směrech, které odpovídají úhlům dopadu splňujícím

$$\varphi = \frac{k\lambda}{a}, k \in Z, \quad (5)$$

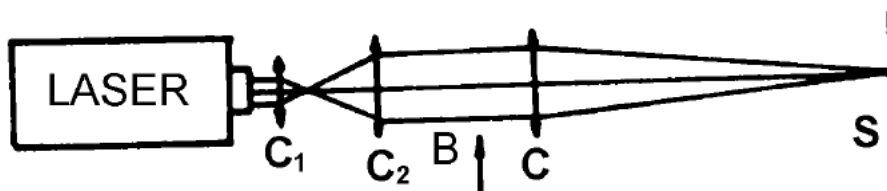
kde a je tzv. mřížková konstanta (vzdálenost dvou sousedních štěrbin).

1.2 Aparatura a postup měření

Před měřením je nutné zkolimovat použitý laserový svazek, aby nedocházelo k jeho rozšiřování s rostoucí vzdáleností od zdroje. K tomu slouží soustava spojných čoček, jak je vidět na obr. 1. Zkoumaný prvek (štěrbina, dvojtěrbin, mřížka) se umístí do oblasti B. Důležité je, aby pozorovaný difrakční obrazec byl zaostřený, tedy aby stínítko (detektor) leželo v místě obrazového ohniska čočky C. Úhel dopadu φ lze pak určit ze vzdálenosti bodu od středu stínítka x a vzdálenosti čočky C od stínítka (detektoru) l , která odpovídá její ohniskové vzdálenosti, jako

$$\varphi = \arctan \frac{x}{l}. \quad (6)$$

¹Přesněji $b \ll \sqrt{l\lambda}$, kde λ je vlnová délka procházejícího světla, výraz $\sqrt{l\lambda}$ je šířka první Fresnelovy zóny, více viz. [1] nebo [2].



Obr. 1: Schéma aparatury pro pozorování ohybových obrazců.

Intenzita dopadajícího světla je snímána detektorem a zaznamenána počítačem v závislosti na vzdálenosti x od nastaveného středu...

2 Výsledky měření

2.1 Zpracování

Není-li uvedeno jinak, chyby nepřímo měřených veličin (f) počítám podle:

$$\sigma_{f(x_i)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (7)$$

2.2 Aparatura

prvek	x [cm]	\tilde{x} [mm]
spoj. čočka	127.2	+28.375
stínítko	30.0	0.0
detektor	28.8	+12.0

Tabulka 1: Umístění prvků aparatury na ose x , korekce \tilde{x} , která dává do souvislosti umístění značky a reálné umístění prvku (skutečná poloha = $x + \tilde{x}$).

Z tabulky 1 je zřejmé, že ohybové obrazce jsou vždy (při použití stínítka nebo detektoru) s ohledem na přesnost měřidla na ose (1 mm, nahodnocuji však na 1 cm) pozorovány ve vzdálenosti $l = 100.0$ cm od spojné čočky, což je také její ohnisková vzdálenost. V úloze je použit He-Ne laser třídy 2, uvedená vlnová délka světla svazku je $\lambda = 632.8$ nm.

2.3 Měření parametrů difrakčních prvků okulárem

Před měřením je nutné stupnici okuláru s posuvným křížem, jímž je možno odečítat polohu s chybou 0.01 dílku, okulibrovat pomocí sklíčka s vyleptanou stupnicí o dílku velikosti 0.1 mm. Uvažuji však, že jsem schopen zaměřovacím křížem okuláru rozlišit rozdíl min. cca 0.03 dílku². Kalibraci ilustruje tabulka 2. Použitím lineární regrese velikost jednoho dílku okuláru

$$1 \text{ dílek} = (0.161 \pm 0.005) \text{ mm}.$$

n	0.04	1.27	1.85	3.14	4.39	5.00	6.25	7.48	8.10
d [mm]	0.0	0.2	0.3	0.5	0.7	0.8	1.0	1.2	1.3

Tabulka 2: Kalibrace okuláru, počet dílků n a odpovídající vzdálenost na kalibračním sklíčku d .

²To odpovídalo náhodným pokusům opětovně naměřit stejné vzdálenosti (např. šířku štěrby v daném místě).

Pro zjištění mřížkové konstanty a jsem měřil šířku 20 štěrbin na třech různých místech mřížky, viz. tab. 3. Pro přepočet délky \rightarrow mm (μm) použiji nalezenou konst. úměrnosti (stejně jako u dalších převodů). Z aritmetického průměru vychází

$$a = (46.5 \pm 1.5) \mu\text{m}$$

difrakční mřížka				$20a$	$20a$ [μm]
$20a$	5.77	5.78	5.75	5.77	929 ± 29

Tabulka 3: Vzdálenost dvaceti štěrbin mřížky a měřeno v dílcích okuláru, jejich arit. průměr v dílcích a μm .

Šířku b použitých štěrbin A a B jsem určil arit. průměrem ze třech měření na třech různých místech štěrbin, viz. tab. 4:

$$b_A = (131 \pm 5) \mu\text{m},$$

$$b_B = (215 \pm 5) \mu\text{m}.$$

štěrbin A				štěrbin B			
x_1	x_2	b	b [μm]	x_1	x_2	b	b [μm]
0.45	1.30	0.85	137 ± 5	0.43	1.77	1.34	216 ± 5
0.83	1.62	0.79	127 ± 5	0.97	2.30	1.33	214 ± 5
0.91	1.72	0.81	130 ± 5	0.84	2.17	1.33	214 ± 5
\bar{b} [μm]			131 ± 5	\bar{b} [μm]			215 ± 5

Tabulka 4: Poloha okrajů štěrbin A a B x_1 a x_2 na dílkované stupnici, výsledná šířka b , odpovídající šířka b po převodu do μm a arit. průměr.

Nakonec jsem proměřoval dvojštěrbinu B a C. Zaznamenal jsem polohu všech čtyř okrajů štěrbin, z nich jsem zjistil šířku vždy první i druhé štěrbin (b_1, b_2) a z předpokladu, že jsou shodné, arit. průměrem určil výsledek. Z poloh dvou okrajů jsem zjistil vzdálenost štěrbin a . Měření jsem podobně jako u štěrbin provedl na třech různých místech, viz. tab. 5:

$$b_{2B} = (206 \pm 5) \mu\text{m}, \quad a_{2B} = (589 \pm 6) \mu\text{m},$$

$$b_{2C} = (212 \pm 5) \mu\text{m}, \quad a_{2C} = (1178 \pm 8) \mu\text{m}.$$

dvojštěrbin B						dvojštěrbin C					
b_1	b_2	a	b_1 [μm]	b_2 [μm]	a [μm]	b_1	b_2	a	b_1 [μm]	b_2 [μm]	a [μm]
1.26	1.27	3.65	202 ± 5	204 ± 5	588 ± 6	1.29	1.29	7.34	208 ± 5	208 ± 5	1182 ± 8
1.31	1.26	3.65	211 ± 5	203 ± 5	588 ± 6	1.29	1.37	7.30	208 ± 5	221 ± 5	1175 ± 8
1.32	1.27	3.67	213 ± 5	204 ± 5	591 ± 6	1.29	1.35	7.31	209 ± 5	217 ± 5	1177 ± 8
\bar{b} [μm]			206 ± 5	\bar{a} [μm]	589 ± 6	\bar{b} [μm]			212 ± 5	\bar{a} [μm]	1178 ± 8

Tabulka 5: Šířka b_1 jedné a b_2 druhé štěrbin v dvojštěrbině, jejich vzdálenost a , odpovídající vzdálenosti po převodu do μm a arit. průměry, výsledné šířky b dvojštěrbin a vzdálenosti a .

2.4 Difrakční mřížka

Na milimetrovém papíru uchyceném na stínítku byla vyznačena maxima ohybového obrazce (viz. příloha). Jejich vzdálenosti od maxima řádu 0 jsou uvedeny v tabulce 6, chybu beru 1 mm. Odpovídající úhel dopadu je spočten podle (6) při $l = 100.0$ cm z tabulky 1, stejně tak mřížková konstanta a podle (5). Aritmetickým průměrem pak dostáváme:

$$a_{mil} = (51.7 \pm 0.1) \mu\text{m}.$$

Podobný postup volíme i při analýze obrazce získaného pomocí fotodetektoru a zaznamenaného počítačem. Poloha maxim byla určena přímo z datových souborů, chyba závisí na intervalu mezi blízkými hodnotami okolo maxima, výsledky se nacházejí v tabulce 7. Změřený obrazec je na obr. 2. Pro mřížkovou konstantu vychází:

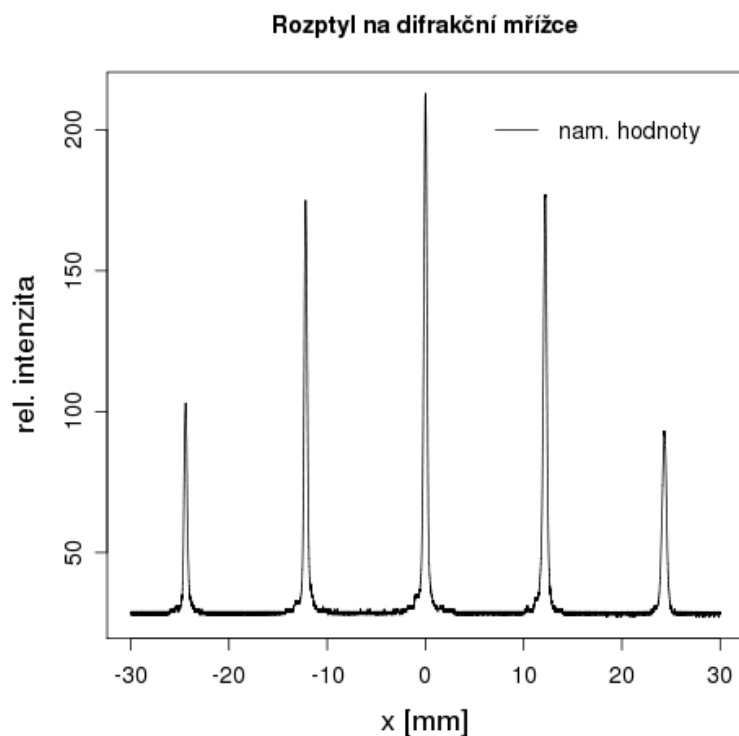
$$a_{det} = (51.90 \pm 0.02) \mu\text{m}.$$

x [mm]	k	$\varphi \times 10^{-3}$	a [μm]
-49	-4	-49.0 ± 0.1	51.7 ± 0.1
-37	-3	-37.0 ± 0.1	51.3 ± 0.1
-24	-2	-24.0 ± 0.1	52.7 ± 0.1
-12	-1	-12.0 ± 0.1	52.7 ± 0.1
0	0	0.0 ± 0.1	—
12	1	12.0 ± 0.1	52.7 ± 0.1
25	2	25.0 ± 0.1	50.6 ± 0.1
37	3	37.0 ± 0.1	51.3 ± 0.1
50	4	50.0 ± 0.1	50.7 ± 0.1

Tabulka 6: Poloha maxim difrakce na mřížce zaznamenaných na milimetrovém papíře x , řád maxima k , odpovídající úhel dopadu φ a mřížková konstanta a .

x [mm]	k	$\varphi \times 10^{-3}$	a [μm]
-24.42	-2	-24.42 ± 0.01	51.84 ± 0.03
-12.20	-1	-12.20 ± 0.01	51.87 ± 0.01
0	0	0.0 ± 0.01	—
12.21	1	12.21 ± 0.01	51.83 ± 0.01
24.32	2	24.32 ± 0.01	52.05 ± 0.03

Tabulka 7: Poloha maxim difrakce na mřížce odečtená z datových souborů x (chybu jsem s ohledem na schopnost rozlišit maximum v datech bral 0.01 mm), řád maxima k , odpovídající úhel dopadu φ a mřížková konstanta a .



Obr. 2: Difrakční obrazec na mřížce, závislost relativní intenzity na vzdálenosti od středu snímané oblasti (úsečky).

šterbina A		šterbina B	
k	x [mm]	k	x [mm]
-2	-10.1	-2	-6.1
-1	-5.0	-1	-3.1
1	5.0	1	3.1
2	10.2	2	6.2

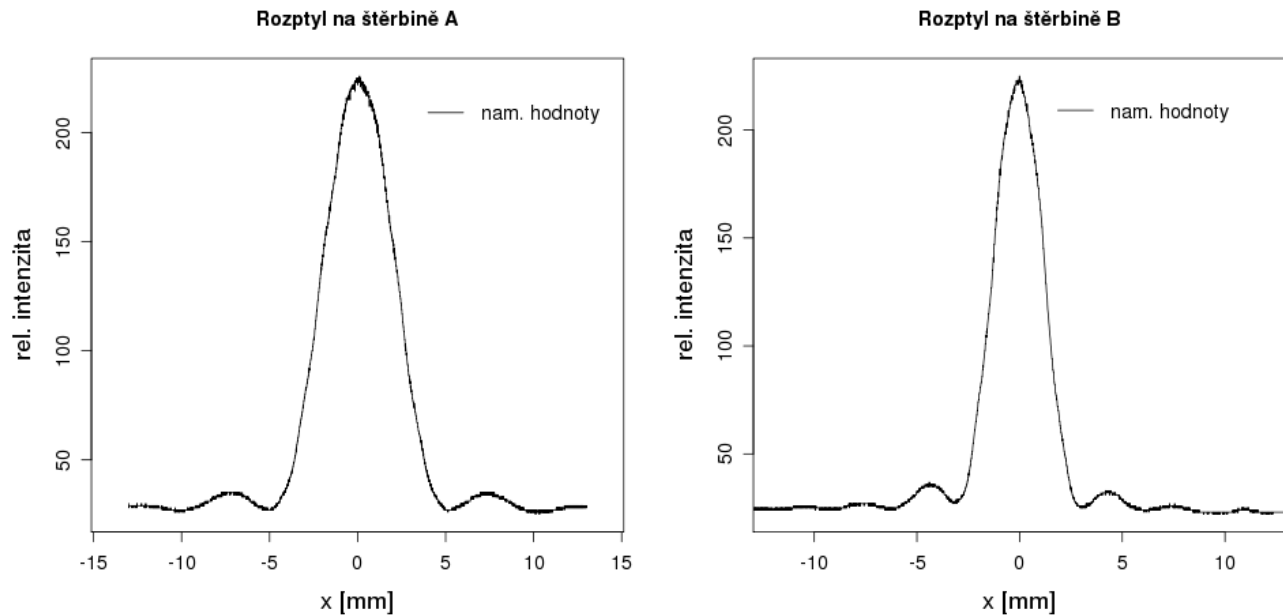
Tabulka 8: Polohy minim intenzity detekovaného světla odečtených z datových souborů x a jejich řád k . Chybu beru s ohledem na schopnost odlišit minimum od blízkých hodnot, resp. jako interval, ve kterém se minimum nachází: 0.2 mm pro šterbinu A, 0.1 mm pro šterbinu B.

2.5 Šterbiny A a B

Difrakci na vybraných šterbinách jsem zkoumal pouze pomocí fotodetektoru. V tabulce 8 jsou vypsané polohy zřetelných intenzitních minim z datových souborů. Ze vzdálenosti minim stejného řádu naleznou jejich vzdálenost od středu (hlav. maxima), určím úhel φ dle (6) a z (2) vypočtu šířku šterbin b , vzhledem k tomu, že $\varphi \ll 1$ a $l = 100.0$ cm a tedy $\varphi \approx x$, ani úhly neuvádím. Aritmetickým průměrem dílčích výsledků pak dostáváme šířku šterbin

$$b_A = (126 \pm 1) \mu\text{m},$$

$$b_B = (205 \pm 2) \mu\text{m}.$$



Obr. 3: Difrakce na šterbině A (vlevo) a B (vpravo).

2.6 Dvojšterbiny B a C

Podobně jako u šterbin určím šířku dvojšterbin z poloh hlavních (difrakčních) minim intenzity na difrakčním obrazci. Ty opět odečítám z datových souborů, uvedeny jsou v tabulce 9. Ze vzájemné vzdálenosti minim stejného řádu určím vzdálenost od středu (hlavního maxima), pak opět určím úhel φ a dle (2) dopočtu šířku b . Průměrem dílčích výsledků (pro jedno a druhé minimum) dostávám

$$b_{2B} = (200 \pm 2) \mu\text{m},$$

$$b_{2C} = (196 \pm 2) \mu\text{m}.$$

Zbývá určit ještě vzdálenost šterbin a . Tu zjistím z poloh vedlejších (interferenčních) minim x v dif. obrazci (tab. 10) a z (5). Je nutné pouze dát pozor na očíslování jednotlivých řádů, neboť $k = 0$ odpovídá prvnímu minimu v kladném směru, $k = -1$ prvnímu v záporném směru. Jinak opět zjišťuji jejich vzdálenost od hlavního maxima z jejich vzájemné vzdálenosti, tím vlastně i úhel $\varphi \approx x$ a následně pomocí (5) vzdálenost šterbin a :

$$a_{2B} = (597 \pm 6) \mu\text{m},$$

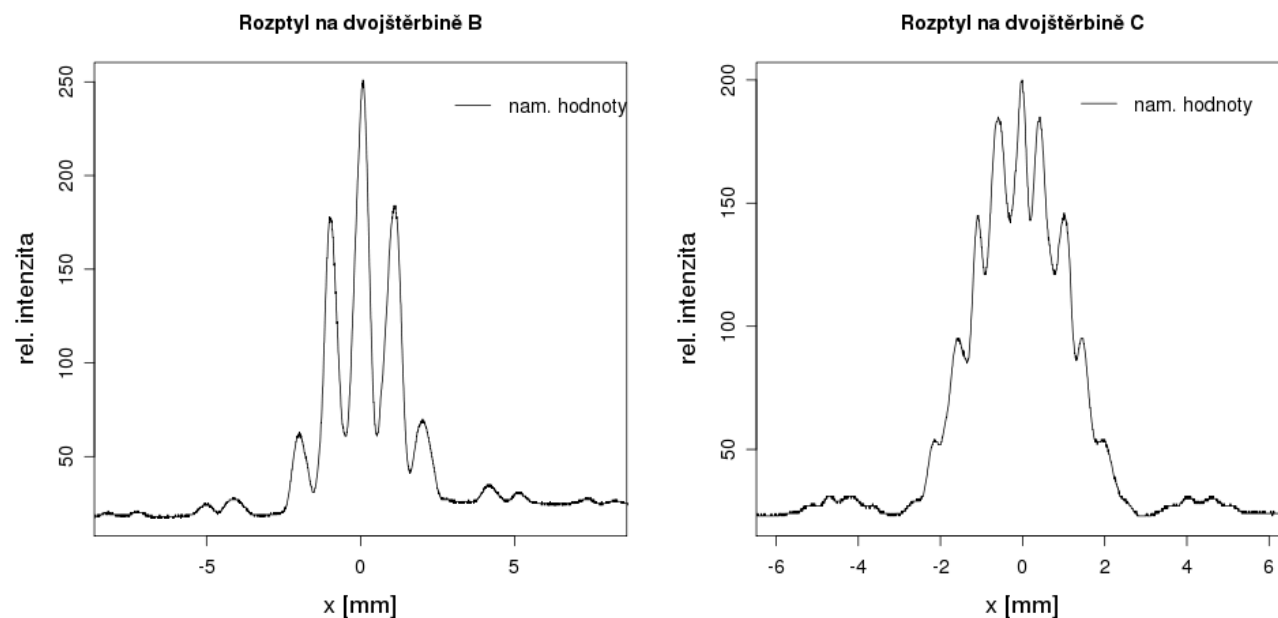
$$a_{2C} = (1180 \pm 10) \mu\text{m}.$$

dvojštěrbiná B		dvojštěrbiná C	
k	x [mm]	k	x [mm]
-2	-6.3	-2	-6.5
-1	-3.4	-1	-3.4
1	3.0	1	3.1
2	6.2	2	6.3

Tabulka 9: Poloha hlavních minim na dif. obrazcích dvojštěrbin B, C x . Chybu stanovuji s ohledem na schopnost odlišit minimum od sousedních bodů, nebo jako interval, ve kterém se minimum s největší pravděpodobností nachází: 0.1 mm pro dvojštěrbinu B i C.

dvojštěrbiná B		dvojštěrbiná C	
k	x [mm]	k	x [mm]
-	-	-4	-1.94
-	-	-3	-1.30
-2	-1.78	-2	-0.84
-1	-0.76	-1	-0.22
0	0.53	0	0.27
1	1.59	1	0.87
-	-	2	1.40
-	-	3	1.95

Tabulka 10: Poloha vedlejších minim na dif. obrazcích dvojštěrbin B, C x . Chybu stanovuji s ohledem na schopnost odlišit minimum od sousedních bodů, nebo jako interval, ve kterém se minimum s největší pravděpodobností nachází: 0.05 mm pro dvojštěrbinu B, 0.02 mm pro C.



Obr. 4: Difrakce na dvojštěrbinách B (vlevo) a C (vpravo).

3 Diskuse výsledků

Parametry difrakčních prvků zjištěné okulárem se většinou v rámci chyby shodují s těmi určenými z ohybových obrazců (příp. se shodují v intervalu 3 směr. odchylek). Výjimku tvoří mřížková konstanta a , která odpovídá pouze

řádově druhým dvěma zjištěným a_{mil} a a_{det} . Podobně ještě šířka dvojštěrbiny C měřena okulárem dává znatelně odlišnou hodnotu než určena z ohybového obrazce. Na vině je nejpravděpodobněji skutečnost, že štěrby po své délce nejsou na všech místech stejně široké. Je to patrné i z tabulky 5 (druhá dvě měření šířky b_2 dvojštěrbiny C). Navíc pohledem v okuláru jsou vidět nikoli nepatrné nerovnosti na okrajích štěrbin. Možná by tedy bylo lepší měřit jejich šířku pouze jednou v místě, kde zhruba během experimentu procházel laserový svazek.

Chybu aritmetického průměru při stanovování parametrů okulárem jsem raději nadhodnotil a nahradil původní chybou jednotlivých měření a to z důvodu, že jsem štěrby proměřoval na různých místech a nikoli v místě, kde svazek laseru skutečně procházel.

Vliv na získané výsledky má i přesnost s jakou nastavuji aparaturu (chybu měření vzdáleností na ose jsem nadhodnotil na 1 cm). K tomu se přidávají další efekty jako například nedokonalost spojné čočky, svazek není paralelní s její optickou osou a neprochází jejím středem, na optické ose čočky neleží hlavní maximum apod. Jsou však veskrze zanedbatelné, v paraxiální aproximaci se příliš neprojeví³ (proto jsem ale při měření a_{mil} počítal pro jistotu jen s maximy do čtvrtého řádu). Chybu udávané vlnové délky světla laserového svazku jsem neuvažoval (to se také mohlo projevit na získaných výsledcích).

Měření pomocí fotodetektoru je v porovnání s ostatními (mil. papír pro mřížku, okulárem) potenciálně přesnější, problémem je identifikování hledaných minim⁴, u nichž se špatně odlišuje minimum od vedlejších snímaných bodů, příp. šumu fotodetektoru samotného či nedostatečně odstíněných okolních svět. vlivů. Ovšem i přes to, že jsem intervaly, v nichž jsem očekával minimum bral raději širší (detektor měří po cca (dvojštěrbiny) 0.01 mm, intervaly jsem bral 0.05 až 0.1 mm, výjimečně 0.02 mm) je výsledná chyba zjištěných parametrů štěrbin relativně malá okolo 1 %. Pro kontrolu jsem zkoumal i data při přesvícení detektoru, což mi umožnilo některé intervaly trochu omezit.

4 Závěr

Pomocí kalibračního sklíčka byla okalibrována stupnice okuláru (tab. 2)

$$1 \text{ dílek} = (0.161 \pm 0.005) \mu\text{m}$$

a poté jím proměřeny parametry difrakčních prvků: mřížková konstanta

$$a = (46.5 \pm 1.5) \mu\text{m},$$

šířka použitých štěrbin A a B

$$b_A = (131 \pm 5) \mu\text{m}, \quad b_B = (215 \pm 5) \mu\text{m},$$

šířka použitých dvojštěrbiny B a C

$$b_{2B} = (206 \pm 5) \mu\text{m}, \quad b_{2C} = (212 \pm 5) \mu\text{m}$$

a jejich vzdálenost

$$a_{2B} = (589 \pm 6) \mu\text{m}, \quad a_{2C} = (1178 \pm 8) \mu\text{m}.$$

Podrobné výsledky viz tabulky 3-5.

Na milimetrový papír byly vyznačeny polohy maxim difrakčního obrazce opt. mřížky a z jejich vzdáleností určena mříž. konstanta

$$a_{mil} = (51.7 \pm 0.1) \mu\text{m}.$$

Naměřené hodnoty se nachází v tabulce 6.

³cca pátá, šestá platná cifra při určování úhlu φ

⁴Maxima na oh. obrazci mřížky jsou čitelná vcelku jasně a přesně.

Fotodetektorem za současného zaznamenávání počítačem byly proměřeny difrakční obrazce mřížky, štěrbin A a B a dvojštěrbin B a C. Z nich byly určeny parametry jednotlivých prvků: mřížková konstanta

$$a_{det} = (51.90 \pm 0.02) \mu\text{m},$$

šířka použitých štěrbin A a B

$$b_A = (126 \pm 1) \mu\text{m}, \quad b_B = (205 \pm 5) \mu\text{m},$$

šířka použitých dvojštěrbin B a C

$$b_{2B} = (200 \pm 2) \mu\text{m}, \quad b_{2C} = (196 \pm 2) \mu\text{m}$$

a jejich vzdálenost

$$a_{2B} = (597 \pm 6) \mu\text{m}, \quad a_{2C} = (1180 \pm 10) \mu\text{m}.$$

Měření ilustrují tabulky 7-10. Samotné obrazce jsou k vidění v grafech na obr. 2, 3, 4.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *R 2.10.1*.

Reference

- [1] Studijní text, Difrakce, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] Malý P.: Optika, Karolinum, Praha 2008
- [3] English J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, 1999, <http://physics.mff.cuni.cz/to.en/vyuka/zfp>