Vojtěch Hrubý Úloha 4

**Pracovní úkol**

1. Pomocí fotometrického luxmetru okalibrujte normální žárovku (stanovte její svítivost). Pro určení svítivosti normální žárovky a její chyby vyneste do grafu závislost osvětlení na převrácené hodnotě kvadrátu vzdálenosti luxmetru od žárovky a proveďte lineární regresi.
2. Lummerovým-Brodhunovým fotometrem proměřte fotometrické diagramy žárovky 12 V/35 W v horizontální a vertikální rovině. Jako normál použijte žárovku okalibrovanou v bodě 1. Naměřené výsledky zpracujte graficky. V grafu vyznačte chybu nepřímého měření.
3. Lummerovým-Brodhunovým fotometrem změřte směrovou závislost svítivosti plošného zdroje světla a ověřte platnost Lambertova zákona. Stanovte jas zdroje s relativní chybou výsledku.

**Teoretická část**

Svítivost charakterizuje především bodový zdroj světla, nebo zdroj malých rozměrů. Její jednotkou je candela (cd), která je základní jednotkou SI. Charakterizuje schopnost zdroje vyvolat zrakový vjem příslušné intenzity.

Fotometrický diagram je grafické znázornění závislosti svítivosti na úhlu pozorování. V rovině je jako výchozí bod vzat střed zdroje a do všech směrů se vynesou body, jejichž vzdálenost od výchozího bodu charakterizuje svítivost. Bodový zdroj, který má ve všech směrech stejnou svítivost tak vytváří ve fotometrickém diagramu kružnici.

Světelný tok $\Phi$ do prostorového úhlu $d\Omega$ je definován vztahem

$$d\Phi = J d\Omega. \tag{1}$$

Veličinu jas zavádíme především pro plošné zdroje. Vezmeme-li malou plošku zdroje $S$, ze které vychází paprsek pod úhlem $\vartheta$, pak je jas určen vztahem

$$B_\vartheta = \frac{J_\vartheta}{S\cos\vartheta}, \tag{2}$$

kde $J_\vartheta$ je svítivost plošky v daném směru.

Zdroje, pro které platí vztah

$$J_\vartheta = J_0 \cos\vartheta, \tag{3}$$

se nazývají cosinový zářič a vztah Lambertovým zákonem. Jeho jas nezávisí na směru.

Osvětlení $E$ je poměr světelného toku dopadajícího na ozařovanou plochu velikosti $S$

$$E = \frac{\Phi}{S}. \tag{4}$$

Jedná-li se o bodový zdroj, který leží na normále plochy $S$, pak je její osvětlení

$$E = \frac{J}{r^2}, \tag{5}$$

kde $r$ je vzdálenost zdroje od plochy.

| $r_i$ [cm] | $r$ [m] | $1/r^2$ [m$^{-2}$] | $E$ [lx] |
|---|---|---|---|
| 91.6 | 0.618 | 2.62 | $12 \pm 2$ |
| 79.4 | 0.496 | 4.06 | $20 \pm 2$ |
| 71.5 | 0.417 | 5.75 | $30 \pm 2$ |
| 66.9 | 0.371 | 7.27 | $40 \pm 2$ |
| 62.8 | 0.330 | 9.18 | $50 \pm 2$ |
| 60.8 | 0.310 | 10.41 | $60 \pm 2$ |
| 57.4 | 0.276 | 13.13 | $80 \pm 2$ |
| 55.1 | 0.253 | 15.62 | $100 \pm 2$ |
| 52.8 | 0.230 | 18.90 | $120 \pm 2$ |
| 51.6 | 0.218 | 21.04 | $140 \pm 2$ |
| 50.2 | 0.204 | 24.03 | $160 \pm 2$ |
| 47.9 | 0.181 | 30.52 | $200 \pm 2$ |
| 45.0 | 0.152 | 43.28 | $300 \pm 10$ |
| 43.5 | 0.137 | 53.28 | $400 \pm 10$ |
| 42.1 | 0.123 | 66.10 | $500 \pm 10$ |
| 41.1 | 0.113 | 78.31 | $600 \pm 10$ |
| 40.4 | 0.106 | 89.00 | $700 \pm 10$ |
| 39.5 | 0.097 | 106.28 | $800 \pm 10$ |
| 38.8 | 0.090 | 123.46 | $900 \pm 10$ |
| 37.9 | 0.081 | 152.42 | $1000 \pm 10$ |
| 37.2 | 0.074 | 182.62 | $1200 \pm 100$ |

**Tabulka 1.:** Závislost osvětlení na vzdálenosti zdroje od luxmetru použitá pro kalibraci referenčního zdroje

### Měření

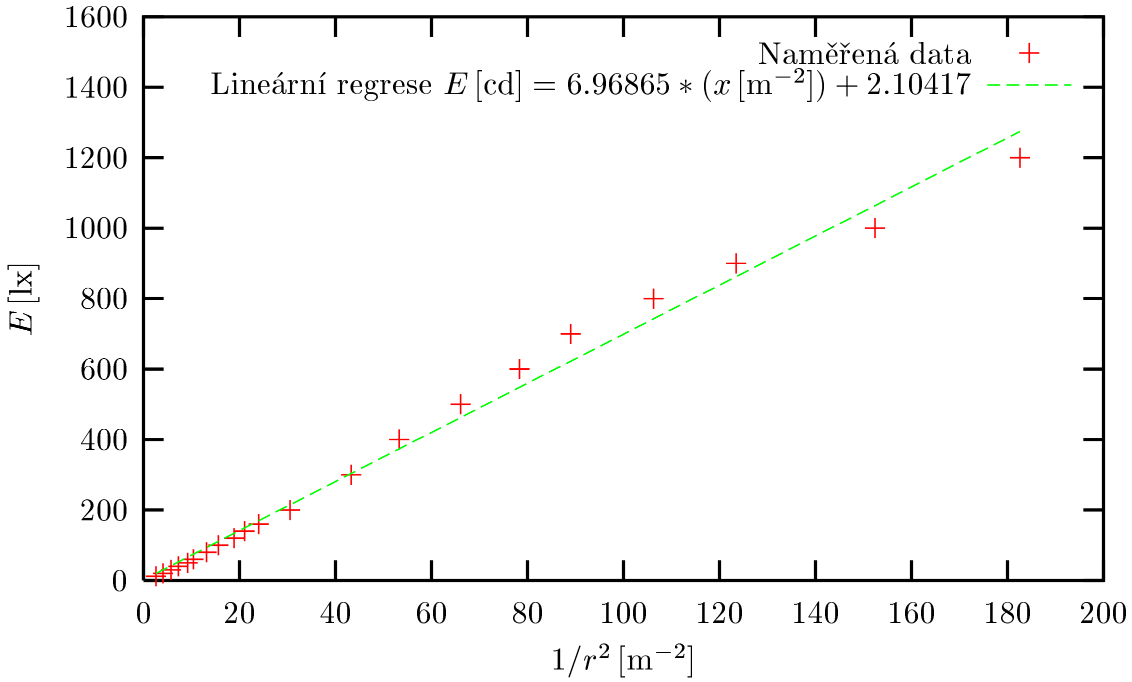
Nejprve jsem provedl kalibraci referenčního zdroje. Proměřil jsem závislost osvětlení luxmetru na jeho vzdálenosti od zdroje. Optická lavice měla vlastní milimetrové měřítko. Zdroj byl umístěn v poloze 29.8 cm. V tabulce 1 uvádím naměřené hodnoty, $r_i$ je poloha luxmetru na lavici, $r$ jeho vzdálenost od zdroje. Toto označení používám ve všech tabulkách. V grafu 1 je vynesena závislost osvětlení na převrácené hodnotě kvadrátu vzdálenosti. Podle vzorce (5) jsem pomocí lineární regrese určil svítivost zdroje

$$J_r = (6.97 \pm 0.16)\,\mathrm{cd}.$$

Dále jsem proměřil fotometrické diagramy žárovky pro horizontální rovinu a vertikální rovinu. K tomu jsem použil Lummerův-Brodhunův fotometr. Jeho principem je porovnávání osvětlení dvou ploch od referenčního (r) a měřeného (m) zdroje. Pokud jsou osvětlení shodná, je svítivost měřeného zdroje

$$J_m = J_r \frac{r_m^2}{r_r^2}, \tag{6}$$

kde $r_m$ je vzdálenost fotometru od měřeného zdroje a $r_r$ je vzdálenost fotometru od referenčního zdroje o svítivosti $J_r$. Fotometr bylo možné převrátit, aby byla vyloučena chyba způsobená nesymetrií přístroje. Zjistil jsem rozdíl cca 0.5 cm mezi oběma polohami fotometru. Z tohoto důvodu jsem započítal vždy průměr z obou poloh. Chybu




**Graf 1.:** Závislost osvětlení na vzdálenosti referenčního zdroje od luxmetru a lineární regrese

měření polohy jsem odhadl na 0.5 cm, protože poloha fotometru byla závislá na mém zrakovém vjemu, který není dokonalý. Vzhledem k rozdílným spektrům žárovek jsem si občas nebyl jistý, která oblast je světlejší. Naměřené hodnoty jsem uvedl v tabulkách 2 a 3. Poloha referenčního zdroje na lavici byla 35.0 cm a zkoumané žárovky 115.0 cm, $r_i$ značí polohu fotometru, kterou jsem při měření měnil. V grafech 2 a 3 jsem zobrazil fotometrické diagramy pro vertikální a horizontální rovinu. Nepodařilo se mi proměřit všechny úhly ve vertikální poloze. Buď to bylo způsobeno konstrukcí měřicí aparatury, nebo mou nešikovností. Tak či onak očekávám, že je charakteristika symetrická, protože i žárovka má jasnou symetrii. Zdůrazňuji, že při měření vertikálního a horizontálního diagramu byly použity různé žárovky při různém napětí, a proto nelze srovnávat jejich svítivost.

Nakonec jsem proměřil směrovou závislost svítivosti plošného zdroje světla. Za tímto účelem byla použita pravděpodobně žárovka s difuzorem (nechtěl jsem ho rozebírat) připevněná k optické lavici na točně. Proměřil jsem prostor úhlů, při kterých zdroj osvětloval fotometr. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4 a v grafu 4, kde je rovněž vynesena teoretická křivka.

Průměr zdroje byl $d = (2.8 \pm 0.1)$ cm. Jeho jas jsem vypočítal podle vzorce (2) pro nulový úhel

$$B = (3.5 \pm 0.4) \cdot 10^3\,\mathrm{cd\,m^{-2}},\ \ \delta = 12\%.$$

## Diskuse

Kalibrace žárovky prokázala, že luxmetr nebyl příliš spolehlivý. Neměl jsem k disposici žádný údaj o jeho přesnosti, ale z grafu 1 jsou zřejmé značné odchylky od lineárního průběhu. Celý graf je mírně posunutý v $E$, protože bylo měření ovlivněno vnější světelnou hladinou. Díky velkému počtu měření se mi podařilo dasáhnout přijatelné přesnosti.

| $\varphi$ [°] | $r_i$ [cm] | $r_r^2$ [m$^2$] | $r_m^2$ [m$^2$] | $J_m$ [cd] |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 61.9 | 0.072361 | 0.281961 | $27 \pm 1$ |
| 20 | 60.9 | 0.067081 | 0.292681 | $30 \pm 2$ |
| 40 | 60.5 | 0.065025 | 0.297025 | $32 \pm 2$ |
| 60 | 61.5 | 0.070225 | 0.286225 | $28 \pm 1$ |
| 70 | 63.9 | 0.083521 | 0.261121 | $22 \pm 1$ |
| 80 | 65.3 | 0.091809 | 0.247009 | $19 \pm 1$ |
| 90 | 63.2 | 0.079524 | 0.268324 | $24 \pm 1$ |
| 100 | 61.3 | 0.069169 | 0.288369 | $29 \pm 1$ |
| 110 | 60.8 | 0.066564 | 0.293764 | $31 \pm 2$ |
| 130 | 60.3 | 0.064009 | 0.299209 | $33 \pm 2$ |
| 150 | 60.2 | 0.063504 | 0.300304 | $33 \pm 2$ |
| 170 | 60.4 | 0.064516 | 0.298116 | $32 \pm 2$ |
| 190 | 60.5 | 0.065025 | 0.297025 | $32 \pm 2$ |
| 210 | 60.9 | 0.067081 | 0.292681 | $30 \pm 2$ |
| 220 | 60.6 | 0.065536 | 0.295936 | $31 \pm 2$ |
| 240 | 61.8 | 0.071824 | 0.283024 | $27 \pm 1$ |
| 250 | 64.2 | 0.085264 | 0.258064 | $21 \pm 1$ |
| 260 | 65.2 | 0.091204 | 0.248004 | $19 \pm 1$ |
| 270 | 63.1 | 0.078961 | 0.269361 | $24 \pm 1$ |
| 280 | 61.8 | 0.071824 | 0.283024 | $27 \pm 1$ |
| 300 | 60.9 | 0.067081 | 0.292681 | $30 \pm 2$ |
| 320 | 60.4 | 0.064516 | 0.298116 | $32 \pm 2$ |
| 340 | 60.6 | 0.065536 | 0.295936 | $31 \pm 2$ |

**Tabulka 2.:** Naměřené hodnoty fotometrického diagramu žárovky v horizontální rovině při napětí 12 V

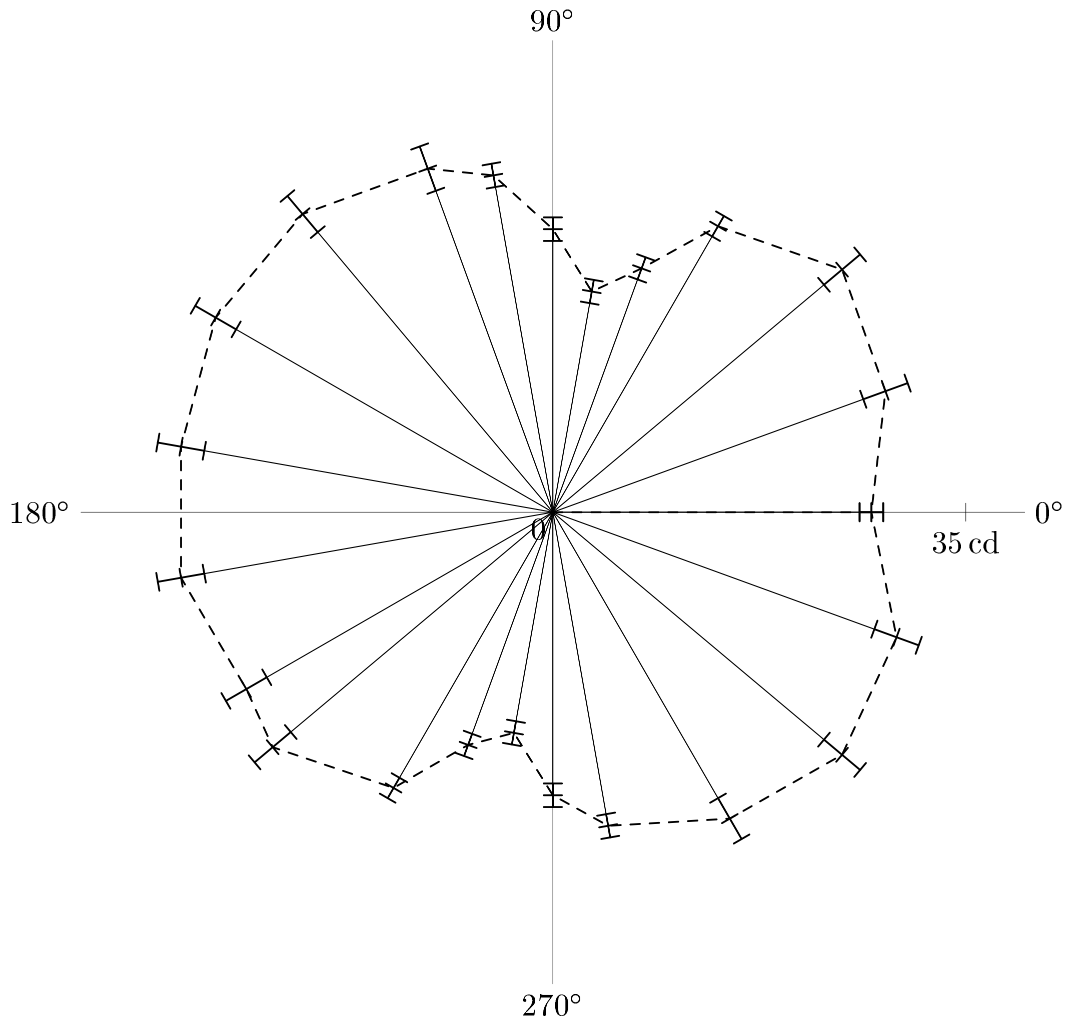
Měření vyzařovacího diagramu v horizontální rovině proběhlo úspěšně. V diagramu je v podstatě vidět vnitřní struktura zdroje—natažené vlákno způsobilo „jablečný“ tvar diagramu. Jedna hodnota je evidentně hrubou chybou měření (při nulovém úhlu natočení).

Vyzařovací diagram ve vertikální poloze se mi podařilo naměřit jen částečně. Nemalá část je skutečně neměřitelná, protože světlu brání objímka žárovky—odhadem jedna čtvrtina. Další čtvrtinu se mi nepodařilo naměřit pravděpodobně kvůli mechanickému provedení aparatury. Z problému však jasně vyplývá symetrie kolem bodu 150° (vodorovná poloha žárovky), která je zřetelná i z diagramu, takže to nepovažuji za velký problém.

Při měření plošného zdroje se ukázalo, že není Lambertovský v rozsahu chyby měření, viz graf 4. Nabízí se dvě vysvětlení. Buď byla chyba měření příliš malá, nebo se nejdenalo o striktně Lambertovský zdroj. Vzhledem k tomu, že je z diagramu zřetelné, že při větších úhlech klesá svítivost rychleji, než u Lambertovského zdroje, očekávám, že se jedná o vnitřní chybu zdroje—nedokonalý převod z bodového (žárovka) na plošný zdroj.

**Závěr**

Měření nesplnilo v rozsahu chyby měření všechny očekávané hodnoty. Úspěšně se podařilo určit svítivost referenčního zdroje a fotometrický diagram žárovky v horizontální




**Graf 2.:** Horizontální fotometrický diagram žárovky

rovině. Ve vertikální rovině se mi nepodařilo proměřit všechny potřebné úhly. Plošný zdroj nebyl striktně Lambertovský v rozsahu chyby měření, ale velmi se k němu blížil. Jeho jas byl

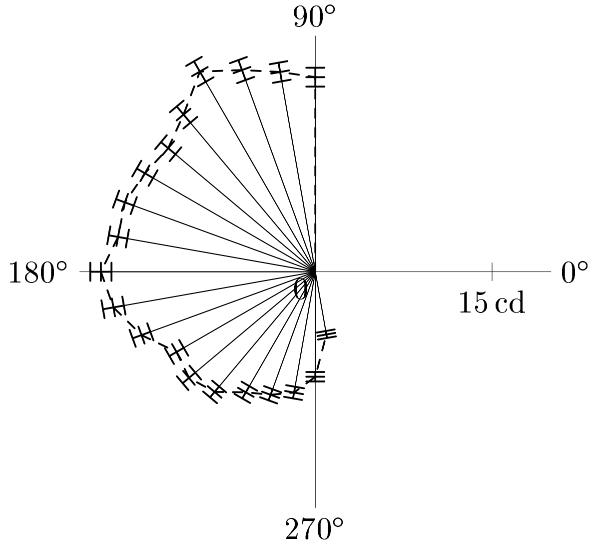
$$B = (3.5 \pm 0.4) \cdot 10^3\,\mathrm{cd\,m^{-2}},\ \delta = 12\%.$$

## Literatura

[1] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
[2] `physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp`: Studijní text a Pokyny k měření.

| $\varphi\,[°]$ | $r_i\,[\mathrm{cm}]$ | $r_r^2\,[\mathrm{m}^2]$ | $r_m^2\,[\mathrm{m}^2]$ | $J_m\,[\mathrm{cd}]$ |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 66.5 | 0.099 | 0.235 | $16.5 \pm 0.8$ |
| 100 | 66.1 | 0.097 | 0.239 | $17.2 \pm 0.8$ |
| 110 | 65.6 | 0.094 | 0.244 | $18.2 \pm 0.9$ |
| 120 | 64.9 | 0.089 | 0.251 | $19.6 \pm 1.0$ |
| 130 | 66.0 | 0.096 | 0.240 | $17.4 \pm 0.9$ |
| 140 | 66.6 | 0.100 | 0.234 | $16.3 \pm 0.8$ |
| 150 | 66.4 | 0.099 | 0.236 | $16.7 \pm 0.8$ |
| 160 | 66.1 | 0.097 | 0.239 | $17.2 \pm 0.8$ |
| 170 | 66.2 | 0.097 | 0.238 | $17.0 \pm 0.8$ |
| 180 | 65.6 | 0.094 | 0.244 | $18.2 \pm 0.9$ |
| 190 | 66.0 | 0.096 | 0.240 | $17.4 \pm 0.9$ |
| 200 | 67.0 | 0.102 | 0.230 | $15.7 \pm 0.8$ |
| 210 | 68.4 | 0.112 | 0.217 | $13.6 \pm 0.7$ |
| 220 | 68.1 | 0.110 | 0.220 | $14.0 \pm 0.7$ |
| 230 | 68.6 | 0.113 | 0.215 | $13.3 \pm 0.6$ |
| 240 | 69.8 | 0.121 | 0.204 | $11.8 \pm 0.6$ |
| 250 | 70.4 | 0.125 | 0.199 | $11.1 \pm 0.5$ |
| 260 | 71.0 | 0.130 | 0.194 | $10.4 \pm 0.5$ |
| 270 | 72.6 | 0.141 | 0.180 | $8.9 \pm 0.4$ |
| 280 | 77.5 | 0.181 | 0.141 | $5.4 \pm 0.3$ |

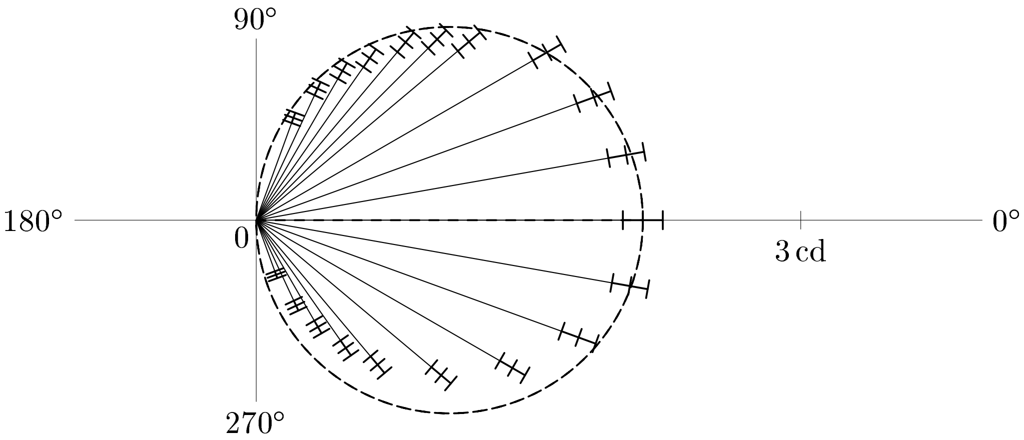
**Tabulka 3.:** Naměřené hodnoty fotometrického diagramu žárovky ve vertikální rovině při napětí 8 V




**Graf 3.:** Vertikální fotometrický diagram žárovky

| $\varphi_i\,[°]$ | $\varphi\,[°]$ | $r_i\,[\mathrm{cm}]$ | $r_r^2\,[\mathrm{m}^2]$ | $r_m^2\,[\mathrm{m}^2]$ | $J_m\,[\mathrm{cd}]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 120 | 0 | 86.5 | 0.265 | 0.0812 | $2.13 \pm 0.11$ |
| 110 | $-10$ | 86.7 | 0.267 | 0.0801 | $2.09 \pm 0.10$ |
| 100 | $-20$ | 87.6 | 0.277 | 0.0751 | $1.89 \pm 0.10$ |
| 90 | $-30$ | 88.9 | 0.291 | 0.0681 | $1.63 \pm 0.08$ |
| 80 | $-40$ | 90.7 | 0.310 | 0.0590 | $1.33 \pm 0.07$ |
| 70 | $-50$ | 92.7 | 0.333 | 0.0497 | $1.04 \pm 0.06$ |
| 65 | $-55$ | 94.2 | 0.350 | 0.0433 | $0.86 \pm 0.05$ |
| 60 | $-60$ | 96.0 | 0.372 | 0.0361 | $0.68 \pm 0.04$ |
| 55 | $-65$ | 97.8 | 0.394 | 0.0296 | $0.52 \pm 0.03$ |
| 50 | $-70$ | 100.8 | 0.433 | 0.0202 | $0.32 \pm 0.02$ |
| 130 | 10 | 86.8 | 0.268 | 0.0795 | $2.07 \pm 0.10$ |
| 140 | 20 | 87.2 | 0.272 | 0.0773 | $1.98 \pm 0.10$ |
| 150 | 30 | 87.8 | 0.279 | 0.0740 | $1.85 \pm 0.09$ |
| 160 | 40 | 89.5 | 0.297 | 0.0650 | $1.53 \pm 0.08$ |
| 165 | 45 | 90.2 | 0.305 | 0.0615 | $1.41 \pm 0.07$ |
| 170 | 50 | 91.0 | 0.314 | 0.0576 | $1.28 \pm 0.07$ |
| 175 | 55 | 92.3 | 0.328 | 0.0515 | $1.09 \pm 0.06$ |
| 180 | 60 | 93.4 | 0.341 | 0.0467 | $0.95 \pm 0.05$ |
| 185 | 65 | 94.8 | 0.358 | 0.0408 | $0.80 \pm 0.04$ |
| 190 | 70 | 96.9 | 0.383 | 0.0328 | $0.60 \pm 0.03$ |

**Tabulka 4.:** Směrová závislost svítivosti plošného zdroje




**Graf 4.:** Směrová závislost svítivosti plošného zdroje