

UNIVERZITA KARLOVA

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM III.
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

IV. Meranie fotometrického diagramu

Autor:
Samuel Kočiščák

7. marca 2017

1 Pracovné úlohy

1. Zmeraním osvetlenia luxmetrom okalibrujte žiarovku č. 1 (stanovte jej svietivosť). Do grafu vyneste závislosť prevrátenej hodnoty druhej odmocniny z osvetlenia na vzdialenosti luxmetra od žiarovky. Z tejto závislosti určite svietivosť a polohu zdroja svetla voči jeho držiaku. V ďalšom grafe vyneste závislosť osvetlenia na prevrátenej hodnote kvadrátu luxmetra od žiarovky a závislosť osvetlenia na prevrátenej hodnote kvadrátu korigovanej vzdialenosti luxmetra od žiarovky. Tvary závislostí diskutujte.
2. Lummerovym – Brodhunovym fotometrom premerajte fotometrický diagram žiarovky č. 2 v orizontálnej rovine alebo vo vertikálnej rovine. Ako normál použite žiarovku č. 1 okalibrovanú v bode 1. Namerané výsledky spracujte graficky vo fotometrickom diagrame, vyznačte chyby nepriameho merania.
3. Pomocou luxmetra premerajte fotometrický diagram žiarovky č. 2 v rovine nemeranej v bode 2. Výsledky spracujte vo fotometrickom diagrame, vyznačte chyby nepriameho merania.
4. Pomocou luxmetra zmerajte smerovú závislosť svietivosti plošného zdroja svetla a overte platnosť Lambertovho zákona. Výsledky spracujte do grafu v kartézskych súradniciach a tiež do fotometrického diagramu. Stanovte jas zdroja s relatívnou chybou výsledku.

2 Teoretická časť

Svetlo (elektromagnetické vlny) je nosičom energie. Svetlo možno teda charakterizovať množstvom energie, ktoré daným smerom alebo cez danú plochu prenesie. Vo viditeľnej oblasti však svetlo často charakterizujeme pomocou viditeľného vnemu, ktorý vyvolá. Keď skúmame celkové energetické pôsobenie žiarenia, popisujeme ho *rádiometrickými veličinami*. Keď skúmame iba viditeľnú zložku svetla, používame na jej popis tzv. *fotometrické veličiny*, ktoré sú analógické rádiometrickým veličinám, ale sú normované intenzitou vnemu nimi vyvolaného. Pri popise merania a jeho výsledkov budeme používať prevažne tieto veličiny.

2.1 Svietivosť

Svietivosť J je základnou veličinou v sústave jednotiek SI a charakterizuje schopnosť (bodového) zdroja vyvolať zrakový vnem. Má jednotku 1 cd, ktorá veľkosťou zhruba zodpovedá svietivosti jednej voskovej sviece. U anizotropných zdrojov je svietivosť J funkciou smeru, z ktorého ju meriame: $J = f(\theta, \phi)$, kde uhly θ a ϕ sú zavedené ako v štandardných sférických súradniciach.

Závislosť svietivosti na smere často reprezentujeme *fotometrickým diagramom*, čo je polárny graf závislosti $J = f(\alpha)$, kde uhol α parametrizuje smer v skúmanej rovine rezu priestoru prechádzajúcej zdrojom.

2.2 Svetelný tok

Svetelný tok $d\Phi$ vysielaný zdrojom o svietivosti J do priestorového uhla $d\Omega$ je definovaný vzťahom (podľa [St]):

$$d\Phi = J \cdot d\Omega, ?? \quad (1)$$

pričom pre homogénny zdroj svietiaci do celého priestoru $\Omega = 4\pi$ platí zjednodušená podoba tohto vzťahu v integrálnom tvare:

$$\Phi = 4\pi J \quad (2)$$

Jednotkou svetelného toku je 1 lm, ktorý zodpovedá svetelnému toku vyžiareného zdrojom so svietivosťou 1 cd do priestorového uhla 1 sr.

2.3 Jas

Jas $B(\theta)$ je veličina zavádzaná pre plošné zdroje, ktorá charakterizuje svietivosť $J(\theta)$ plochy S tohto plošného zdroja v smere θ (uhol od normály) vzťahom:

$$B(\theta) = \frac{J(\theta)}{S \cos \theta}, \quad (3)$$

z ktorého je zrejmé, že ak $J(\theta)$ je konštanta pre všetky θ , potom svietivosť stúpa s rastúcim uhlom θ . To sa bežne nestáva, pre mnoho zdrojov svetla možno podľa [St] závislosť $J = f(\theta)$ popísať tzv. *Lambertovým zákonom*:

$$J(\theta) = J_0 \cos(\theta), \quad (4)$$

takéto zdroje nazývame *kosínovými žiaričmi*. Zo vzťahu (3) okamžite vyplýva, že pre kosínový žiarič je jas konštantou:

$$B = \frac{J_0}{S} \quad (5)$$

nezávislou na smere. Inak povedané, element povrchu kosínového žiariča svieti konštantným jasom nezávislým na smere.

2.4 Osvetlenie

Osvetlením E danej plochy S rozumieme plošnú hustotu (lokálne) konštantného svetelného toku Φ dopadajúceho na túto plochu:

$$E = \frac{\Phi}{S} \quad (6)$$

Jednotkou osvetlenia je 1 lx, ktorý zodpovedá osvetleniu plochy 1 m^2 svetelným tokom 1 lm. Podľa vzťahu (6) je teda svetelný tok $d\Phi$ do priestorového uhla

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}, \quad (7)$$

ktorý zodpovedá osvetleniu plochy obsahu dS pod uhlom θ (lúča od normály dS) zdrojom o svietivosti J zo vzdialenosti r rovný

$$d\Phi = Jd\Omega = \frac{JdS \cos \theta}{r^2}, \quad (8)$$

z čoho normovaním na plochu dS zistíme osvetlenie E :

$$E = \frac{J}{r^2} \cos \theta \quad (9)$$

Tento vzťah sa zjednodší za predpokladu, že plocha dS je malá a kolmá na lúče zo zdroja na tvar:

$$E = \frac{J}{r^2} \Leftrightarrow J = Er^2 \quad (10)$$

2.5 Meranie Lummerovym-Brodhunovym fotometrom

Lummerov-Brodhunov fotometer umožňuje (subjektívne) porovnať osvetlenie jeho strán. Funguje presne len pre dostatočnú vzdialenosť od zdrojov osvetlenia, ktoré porovnáva a po nájdení rovnováhy osvetlení zľava a sprava $E_1 = E_2$ preň platí:

$$E_1 = \frac{J_1}{r_1^2} = \frac{J_2}{r_2^2} = E_2, \quad (11)$$

z čoho vyplýva (pri fixovanej vzájomnej vzdialenosti zdrojov r a známej vzdialenosti r_1 od jedného zo zdrojov) vzťah:

$$J_2 = J_1 \frac{(r - r_1)^2}{r_1^2}, \quad (12)$$

pomocou ktorého možno určiť svietivosť neznámeho zdroja porovnaním so známym zdrojom s chybou (za predpokladu, že r je určené oveľa presnejšie, ako r_1):

$$\sigma_{J_2} = \sqrt{\left(2J_1 \left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_1^3}\right)\right) \sigma_{r_1}^2 + \left(\frac{J_1}{J_2}\right) \sigma_{J_1}^2} \quad (13)$$

2.6 Objektívne luxmetre

Pri meraní objektívnym luxmetrom za predpokladu kolmého dopadu na meraciu plochu luxmetra a malej plochy luxmetra vzhľadom ku vzdialenosti luxmetra a zdroja platí medzi svietivosťou zdroja J a osvetlením luxmetra E vzťah:

$$J = Er^2 \quad (14)$$

3 Výsledky merania

Meranie prebehlo v priestoroch Základného fyzikálneho praktika pri teplote okolitého vzduchu 24,2 °C, relatívnej vlhkosti 25,9 % a tlaku vzduchu 977,2 hPa. Tieto hodnoty boli namerané na konci merania, ktoré trvalo približne 2 hodiny a v jeho priebehu rozhodne neboli konštantné. Nemajú však na meranie žiadny merateľný vplyv.

Pri všetkých meraniach boli všetky zdroje aj všetky meracie prístroje kolineárne. Našou snahou bolo, aby boli pri každom meraní zdroje a meracie prístroje v jednej výške, to sa nám podarilo splniť s presnosťou vyššou, než 1 cm, tento výškový rozdiel nemohol ich vzdialenosť ovplyvniť do úrovne nepresnosti určenia ich vodorovnej vzdialenosti.

3.1 Stanovenie normálu

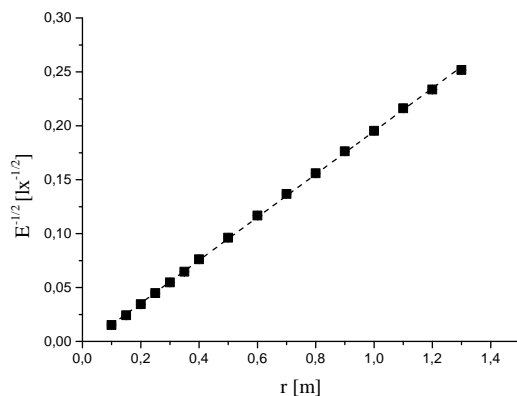
Pri meraní žiarovky č. 1 bola táto žiarovka uchytená na pevnom mieste a menili sme polohu objektívneho luxmetra. Jeho meraciu plochu sme natočili (približne, od oka čo najpresnejšie) smerom na žiarovku a odčítali hodnoty formátu $E = f(r)$, kde E je svietivosť udávaná luxmetrom a r je vzdialenosť luxmetra od žiarovky. Žiarovka aj luxmeter boli umiestnené na ociachovanej koľajnici umožňujúcej odčítanie vzdialenosti. Koľajnica mala mierku s najmenším dielikom 1 mm, chybu určenia vzdialenosti teda odhadujeme (keďže sme nastavovali umiestnenie držiaku s luxmetrom aj držiaku so žiarovkou) na $\sigma_r = 1$ mm. Luxmeter mal viacero rozsahov, na každom sa pri meraní menila hodnota najnižšej cifry na displeji o 1 až 3, odhadujeme teda chybu σ_E na 5 v najmenšej cifre pre každý rozsah. Všetky namerané dáta aj s príslušnými chybami možno nájsť v prílohe.

Tu uvádzame grafy závislosti $\sqrt{E} = f(r)$ (na obrázku ??) a závislosti $E = f(r^{-2})$ (na obrázku ??). V grafoch sú vynesené aj chybové úsečky (v x -ovom aj y -ovom smere), nie všetky sú však dosť veľké, aby boli viditeľné. Chybu určenia $1/\sqrt{E}$ sme určili ako:

$$\sigma_{\frac{1}{\sqrt{E}}} = \frac{1}{2E^{3/2}} \sigma_E \quad (15)$$

a chybu určenia $1/r^2$ ako:

$$\sigma_{\frac{1}{r^2}} = \frac{2}{r^3} \sigma_r \quad (16)$$



Obr. 1: Graf závislosti prevrátenej hodnoty odmocniny osvetlenia na vzdialenosti od vzdialenosti

Závislosť v grafe na obrázku 1 je fitovaná afinnou funkciou predpisu $E^{-1/2} = a + br$ s koeficientmi $a = -0,0045(6) \text{ lx}^{-1/2}$ a $b = 0,1995(9) \text{ lx}^{-1/2}\text{m}^{-1}$.

Keďže v $r = 0 \text{ m}$ má byť osvit nekonečný (teda lineárny fit v grafe 1 by mal prechádzať počiatkom), možno z fitu určiť skutočnú polohu žiarovky. Z geometrie afínneho fitu jasne vyplýva, že prienik priamky danej koeficientmi a a b pretína x -ovú os v bode $r_0 = -\frac{a}{b}$, pričom zjavne platí

$$\sigma_{r_0} = \sqrt{\left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{r_0}{a}\right)^2 \sigma_a^2}, \quad (17)$$

z čoho určíme $r_0 = 2,3(3) \text{ cm}$. Správna hodnota vzdialenosti luxmetra a žiarovky R je teda o r_0 menšia, než nami nameraná:

$$R = r - r_0 \quad (18)$$

a toto, za prenesenia chyby podľa vzťahu $\sigma_R = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_{r_0}^2}$ využijeme v ďalšom spracovaní.

Zo vzťahu 10 jasne vyplýva, že platí (po umocnení na $-1/2$) vzťah $E^{-1/2} = J^{-1/2}r$ a teda

$$b \equiv J^{-1/2} \Rightarrow J = \frac{1}{b^2} \quad (19)$$

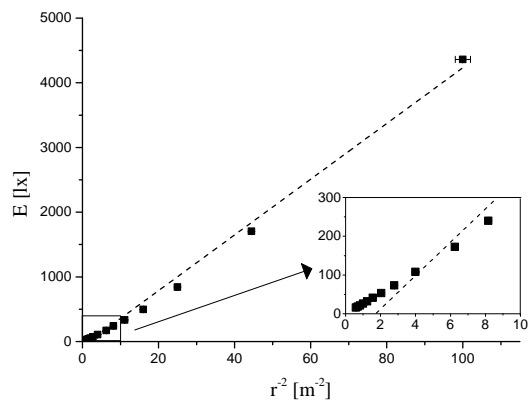
a chybu J spočítame ako

$$\sigma J = \frac{2J}{b} \sigma_b \quad (20)$$

a zistíme, že svietivosť žiarovky je $J = 25,1(1) \text{ cd}$. Nevieme sice nič o jej svietivosti v iných smeroch, tá nás ale nezaujima, všetky experimenty s ňou sme realizovali len v tejto orientácii.

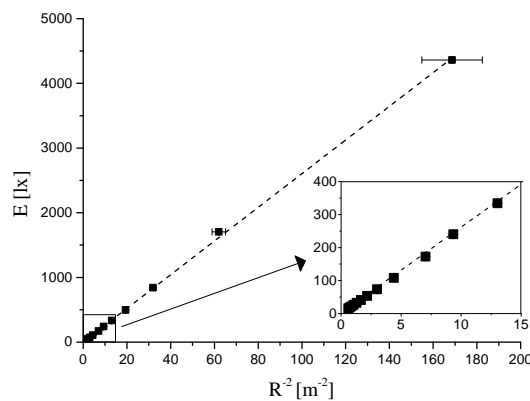
IV. Meranie fotometrického diagramu

V grafe na obrázku 2 vidno nekorigovanú závislosť osvetlenia E na prevrátenej hodnote štvorca vzdialenosti luxmetra od žiarovky r^{-2} .



Obr. 2: Graf závislosti osvetlenia od prevrátenej hodnoty štvorca vzdialenosti

Dáta sú preložené afinnou funkciou $E = a_r + b_r/r^2$, keďže očakávame $E \propto 1/r^2$. Ako vidieť, nemožno ich ňou fitnúť príliš presne, majú mierne konvexný priebeh spôsobený nadhodnotením vzdialenosti. Hodnoty týchto koeficientov sú $a_r = -70(20)$ lx a $b_r = 43,1(9)$ cd.



Obr. 3: Graf závislosti osvetlenia od prevrátenej hodnoty štvorca korigovanej vzdialenosti

Dáta v grafe na obrázku 3 sú taktiež preložené afinnou funkciou $E = a_R + b_R/R^2$, ktorá však tentokrát sedí oveľa presnejšie. Hodnoty koeficientov sú $a_R = 1(7)$ lx a

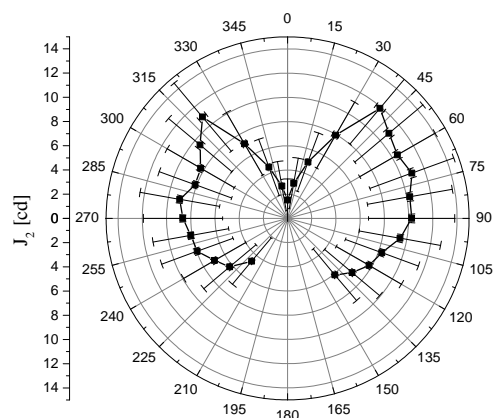
$b_R = 26,0(2)$ cd. Tento fit sedí oveľa lepšie, pretože má, na rozdiel od fitu v grafe na obrázku 2, malú (s presnosťou určenia nulovú) konštantnú časť, ktorá by nulová byť mala. Navyac, $b_R \equiv J$ a tieto hodnoty sú veľmi podobné (pripománame, že J sme fitovaním grafu na obrázku 1 určili na 25 cd s presnosťou na 2 cifry).

3.2 Meranie fotometrického diagramu neznámej žiarovky

Vo vertikálnom reze sme fotometrický diagram neznámej žiarovky (č. 2) merali Lummerovym-Brodhunovym fotometrom. Žiarovka neznámej svietivosti bola LED, značky OSRAM, príkonu 2 W, s uvádzanou svietivosťou 250 cd, energatickej triedy A++, s dvomi úzkymi svietiacimi panelmi. Vo vertikálnom reze sme jej svietivosť merali v ich rovine, s nulovým uhlom "v strede", teda keď bol fotometer na osi rotačnej symetrie sklenenej banky žiarovky.

Meraná žiarovka (č. 2) bola umiestnená v otočnom stojane, ktorý bol (na rovnakej, ociachovanej koľajnici, na ktorej sme merali svietivosť žiarovky č. 1) vzdialený 1 m od normálu (žiarovky č. 1). Aby sme našli polohu fotometra, v ktorej bol rovnako osvietený z oboch strán, pohybovali sme ním po koľajnici. Fotometer bol otočný okolo osi kolmej na koľajnicu, vďaka tomu sme mohli zrovnoprávniť oba svetelné zdroje tým, že sme našli rovnovážnu polohu pre obe orientácie fotometra a za skutočnú sme považovali ich aritmetický priemer. Zakaždým sme zmenili uhol θ natočenia žiarovky a pre obe orientácie fotometra sme našli rovnovážnu polohu pomalým sa približovaním ku stredu z polohy jasne mimo rovnováhu. Chyba určenia polohy fotometra bola 1 cm.

Merali sme pre uhly θ medzi $SI-140^\circ$ a $SI+140^\circ$. Z dát tvaru $r_1 = f(\theta)$ závislosti vzdialenosti fotometra a normálu na uhle sme pomocou 12 za prenesenia chyby pomocou 13 určili závislosť $J = f(\theta)$. Všetky namerané dáta možno nájsť v prílohe, výsledny fotometrický diagram je znázornený v grafe na obrázku 4. Upozorňujeme čitateľa, že spájaním bodov v grafe nenaznačujeme žiadny konkrétny priebeh (aj keď ten je zjavne spojité a nie príliš rozdielny od spojnice bodov), iba zdôrazňujeme (kvôli prehľadnosti) uhlové usporiadanie bodov. Tak isto pri všetkých ostatných polárnych grafoch v tejto kapitole.

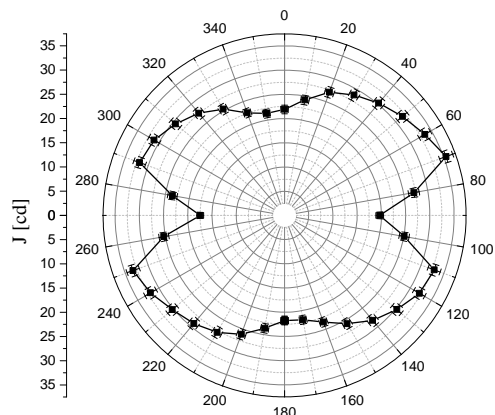


Obr. 4: Fotometrický diagram neznámej žiarovky v zvislej rovine

Vo vodorovnej rovine (kolmo na rovinu svieticich panelov žiarovky s nulovým uhlom pri symetrickom pohľade spredu) sme fotometrický diagram merali objektívnym luxmetrom, rovnakým, ako pri meraní svietivosti žiarovky č. 1. Luxmeter bol umiestnený vo vzdialenosti 50 cm od meranej žiarovky (č. 2). Priamo sme merali dáta formátu $E = f(\theta)$, z ktorých sme pomocou vzťahu 10 určili závislosť $J = f(\theta)$ svietivosti J žiarovky č. 2 na uhle θ . Táto závislosť, s chybou prenesenou z chýb priamo meraných veličín E a r podľa vzťahu

$$\sigma_J = \sqrt{2 \left(\frac{J}{r} \right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{J}{E} \right)^2 \sigma_E^2} \quad (21)$$

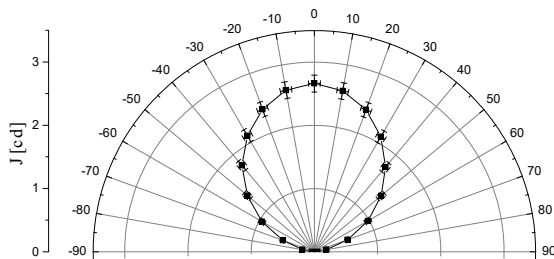
je znázornená v grafe na obrázku 5. Za chybu určenia r považujeme 1 cm – na kolajnici sme síce vedeli nastaviť vzdialenosť s presnosťou na 1 mm, nepoznáme vak presnú polohu zdroja voči stojanu, na ktorom je upevnený. Rovnako nepoznáme polohu detektora.



Obr. 5: Fotometrický diagram neznámej žiarovky vo vodorovnej rovine

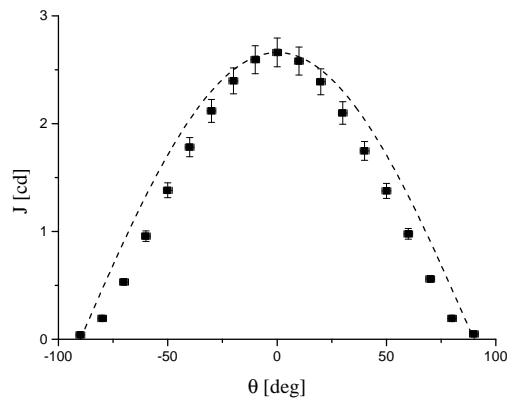
3.3 Meranie plošného zdroja

Použili sme plošný zdroj so svietiacou plochou v tvare kruhu s priemerom určeným tromi meraniami posuvným meradlom na $\rho = 2,85(1)$ cm. Umiestnili sme ho na kolajničku do vzdialenosti 40 cm od luxmetra, na ten istý otočný stojan, na ktorý sme umiestnili žiarovku pri minulom experimente. Menili sme uhol a odčítali sme osvetlenie E na luxmetri, z ktorého sme pomocou 10 určili J . Polárny graf závislosti je znázornený na obrázku 6.



Obr. 6: Fotometrický diagram plošného zdroja svetla

Kartézsky graf tej istej závislosti je znázornený na obrázku 7. Podľa Lambertovho zákona (vzťah 4), by mal graf vyzeráť ako $J(\theta) = J(\theta = 0) \cos \theta$, ak teda predpokladáme, že hodnota $J(\theta = 0)$ je nameraná správne. K tomu, prečo veríme práve tejto hodnote, sa vrátíme v diskusii. Táto teoretická závislosť je vynesená v grafe na obrázku 7 a ako vidno, namerané hodnoty sú len o niečo menšie, aj to len pre väčšie hodnoty uhla θ .

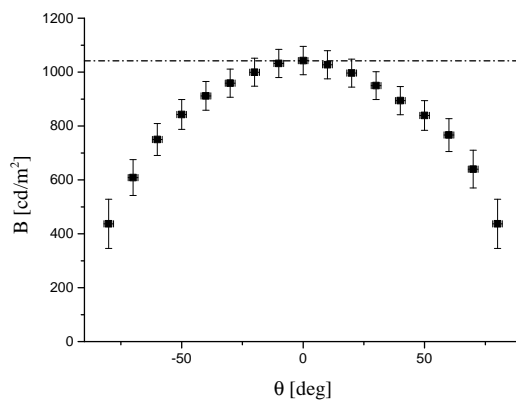


Obr. 7: Fotometrický diagram plošného zdroja svetla v kartézskych súradniciach

Jas zdroja $B = f(\theta)$ stanovíme pomocou vzťahu 3 (kde $S = \pi\rho^2$ a $\sigma_S = 2S/\rho\sigma_\rho$), s chybou prenesenou pomocou vzťahu:

$$\sigma_B = \sqrt{\left(\frac{B}{J}\right)^2 \sigma_J^2 + \left(\frac{B}{S}\right)^2 \sigma_S^2 + (B \tan \theta)^2 \sigma_\theta^2} \quad (22)$$

Tieto hodnoty sú vynesené v grafe na obrázku 8.



Obr. 8: Závislosť jasu plošného zdroja na uhle od kolmice

Ako z grafu na obrázku 8 vidno, náš zdroj možno považovať za kosínový len v obore malých uhlov od kolmice, keďže kosínový zdroj by mal konštantný priebeh jasu, ako demonštruje konštantná čiara v grafe. Predpokladáme (k tomuto predpokladu sa

vrátíme v diskusii), že správna je hodnota zodpovedajúca nulovému uhlu, teda jas nášho plošného zdroja je $B = 1040 \text{ cdm}^{-2} \pm 5\%$.

4 Diskusia výsledkov

Pre spresenie všetkých meraní odporúčame namaľovať vnútro kóji, v ktorých merania prebiehajú, matnou čiernou farbou. Medzi koľajničkou s držiakmi na merané zdroje a meracie prístroje a stenou bol síce čierny záves, ktorým sme prekryli stenu, ale aj tak dochádzalo k odrazom, ktoré značne znepresňovali meranie, už len pohyb človeka po kóji mierne menil hodnotu na luxmetri, aj keď sa k nemu ani nepriblížil.

Pri všetkých meraniach sme luxmeter považovali za veľmi vzdialený, malý a kolmý na zdroj. Tento predpoklad bol dobre splnený, keďže kruhová snímacia plocha luxmetra mala priemer približne 4 cm, čo pri vzdialenosti zdroja a luxmetra 40 cm vytína uhol menší než 3° a závislosť citlivosti má približne kosínový priebeh.

Pri meraní Lummerovym-Brodhunovym fotometrom sme svietivosť určili veľmi nepresne. Súvisí to s prudkou závislosťou svietivosti na rovnovážnej polohe, ktorú sme vedeli určiť len s ťažkosťami a nepresne. Veľa opakovaní každého merania by mohlo výrazne zlepšiť presnosť, na to bohužiaľ nebol priestor.

Použitý plošný zdroj mal okolo svietiacej plochy prírubu, ktorá značne znepresnila meranie, jej prisudzujeme väčšinu odchýlky grafov na obrázkoch 7 a 8 od teoretických závislostí. Plocha zdroja, ktorú presahujúca príruba zatieni je totiž približne úmerná sínú uhla, o ktorý je zdroj otočený. Na základe toho sme usúdili, že presné sú hodnoty (v grafoch na obrázkoch 7, 6 a 8) v obore malých uhlov.

5 Záver

Objektívnym luxmetrom sme stanovili svietivosť žiarovky č. 1 a vyniesli sme pracovnými úlohami požadované závislosti do grafov. Tvary závislostí sme oddiskutovali a zhodnotili rozdiely medzi nimi.

Lummerovym-Brodhunovym fotometrom sme zmerali fotometrický diagram žiarovky č. 2 v zvislej rovine, hoc eranie je zaťažené veľkou chybou.

Pomocou objektívneho luxmetra sme premerali fotometrický diagram žiarovky č. 2 vo vodorovnej rovine a výsledky sme spracovali do grafu, pri tomto meraní sme dosiahli oveľa lepšiu presnosť, ako pri meraní Lummerovym-Brodhunovym fotometrom.

Pomocou objektívneho luxmetra sme zmerali smerovú závislosť svietivosti plošného zdroja a zistili sme, že aj keď nesedí presne, závislosť je podobná závislosti očkávanej pre kosínový zdroj, aspoň pre malé uhly.

6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Meranie fotometrického diagramu*. [cit. 2017-02-24]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_304.pdf>.
- [Pm] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Pokyny pro měření: Meranie fotometrického diagramu*. [cit. 2017-02-24]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_304.pdf>.