

Pracovné úlohy

1. Změřením osvětlení luxmetrem okalibrujte žárovku č. 1 (stanovte její svítivost). Do grafu vyneste závislost převrácené hodnoty druhé odmocniny z osvětlení na vzdálenosti luxmetru od žárovky. Z této závislosti určete svítivost a polohu zdroje světla vůči jeho držáku. V dalším grafu vyneste závislost osvětlení na převrácené hodnotě kvadrátu vzdálenosti luxmetru od žárovky a závislost osvětlení na převrácené hodnotě kvadrátu korigované vzdálenosti luxmetru od žárovky. Tvary závislostí diskutujte.
2. Lummerovým - Brodhunovým fotometrem proměřte fotometrický diagram žárovky č. 2 v horizontální rovině nebo ve vertikální rovině. Jako normál použijte žárovku č. 1 okalibrovanou v bodě 1. Naměřené výsledky zpracujte graficky ve fotometrickém diagramu, vyznačte chyby nepřímého měření.
3. Pomocí luxmetru proměřte fotometrický diagram žárovky č. 2 v rovině neměřené v bodě 2. Výsledky zpracujte ve fotometrickém diagramu, vyznačte chyby nepřímého měření.
4. Pomocí luxmetru změřte směrovou závislost svítivosti plošného zdroje světla a ověřte platnost Lambertova zákona. Výsledky zpracujte do grafu v kartézských souřadnicích a také do fotometrického diagramu. Stanovte jas zdroje s relativní chybou výsledku.

Teória

Uvedieme niektoré zo základných fotometrických veličín [1].

Svietivosť J pre bodový zdroj charakterizuje vyvolať zrakový vnem. Je to jedna zo základných veličín sústavy SI. Jednotkou je kandela (cd). Pri anizotropných zdrojoch závisí svietivosť na smere. Priestorové rozloženie svietivosti v závislosti na uhle znázorňujeme fotometrickým diagramom- je to vlastne polárny graf závislosti $J = J(\theta)$.

Svetelný tok vysielaný bodovým zdrojom o svietivosti J do priestorového uhlu $d\Omega$ v danom smere je daný vzťahom

$$d\Phi = Jd\Omega \quad (1)$$

Jas je definovaný pre plošné zdroje. Táto veličina charakterizuje svietivosť J_ϑ zdroja s plochou S do smeru daného uhlom ϑ voči normále

$$B_\vartheta = \frac{J_\vartheta}{S \cos \vartheta} \quad (2)$$

J_ϑ všeobecne klesá s rastúcim uhlom. Pri mnoho svetelných zdrojoch môžeme túto závislosť popísať *Lambertovým zákonom*

$$J_\vartheta = J_0 \cos \vartheta \quad (3)$$

kde J_0 je svietivosť pre uhol $\vartheta = 0$. Ak zdroj svetla spĺňa túto závislosť nazývame ho *kosinovým žiaričom*. Po dosadení (3) do (2) vyplýva, že jas kosinového žiariča nezávisí na smere.

Osvetlenie E danej plochy je definované ako podiel Svetelného toku Φ dopadajúceho na plochu o veľkosti S

$$E = \frac{\Phi}{S} \quad (4)$$

Ak bodový zdroj o svietivosti J vysiela paprsky ktoré dopadajú pod uhlom ϑ voči normále na osvetlovanú plochu. Priestorový uhol je teda

$$d\Omega = \frac{dS \cos \vartheta}{r^2} \quad (5)$$

a svetelný tok je podľa (1) rovný

$$d\Phi = \frac{JdS \cos \vartheta}{r^2} \quad (6)$$

Vydelením plochy dS na povrchu dostávame

$$E = \frac{J}{r^2} \quad (7)$$

Výsledky merania

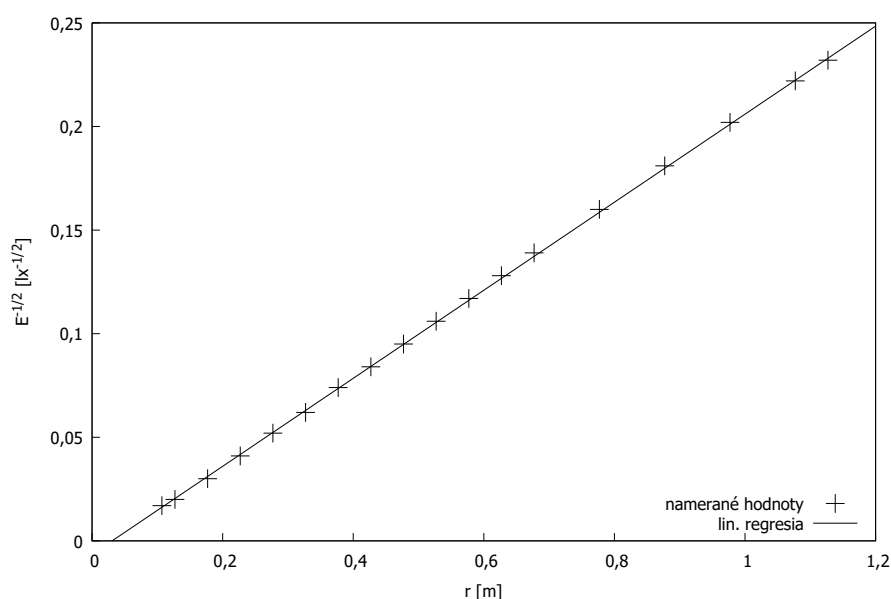
Chyba σ_s pre veličinu vypočítanú z n iných veličín x_i bola určená pomocou vzťahu pre prenos chýb [2]

$$\sigma_s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_{x_i}^2} . \quad (8)$$

Najprv sme museli stanoviť svietivosť normálovej žiarovky. Na to sme použili luxmeter, ktorý priamo meria veličinu E . Chyba uvedená výrobcom bola $\sigma_{lux} = 3\% + 10$ dgt. Luxmeter aj žiarovka boli upevnené v držiakoch, ktoré sa pohybovali po koľajnici ciachovanej po 1 mm, chyba určenia polohy je polovica dielika teda $\pm 0,5$ mm. Chybu vzájomnej polohy som teda určil $\sigma_r = 0,7$ mm. Namerané hodnoty sú v tabuľke 1, r je vzájomná vzdialenosť držiakov. Na obrázku 1 je graf závislosti prevrátenej hodnoty odmocniny E na vzdialenosti.

r [m]	E [lux]
0,107	3480 ± 114
0,127	2390 ± 82
0,177	1075 ± 42
0,227	589 ± 28
0,277	374 ± 21
0,327	259 ± 18
0,377	$184,1 \pm 6,5$
0,427	$141,3 \pm 5,2$
0,477	$110,8 \pm 4,3$
0,527	$89,5 \pm 3,7$
0,577	$73,2 \pm 3,2$
0,627	$61,3 \pm 2,8$
0,677	$52,1 \pm 2,6$
0,777	$39,2 \pm 2,2$
0,877	$30,6 \pm 1,9$
0,977	$24,4 \pm 1,7$
1,077	$20,2 \pm 1,6$
1,127	$18,7 \pm 0,7$

Tabuľka 1: Namerané hodnoty svietivosti žiarovky v závislosti na vzdialenosti



Obr. 1: Prevrátená hodnota odmocniny svietivosti žiarovky v závislosti na vzdialenosti

Závislosť sme preložili lineárnou funkciou $E(r) = ar + b$, z ktorej môžeme určiť polohu žiarovky voči držiaku a normalizovať tak náš referenčný zdroj pre ďalšie merania. Zo závislosti vyplýva, že priamka by mala prechádzať počiatkom pretože v nule by mala byť nekonečná svietivosť. Z lineárneho fitu mi vyšli koeficienty

$$a = (0,2125 \pm 0,0013) \text{ lx}^{-1/2} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$b = (-6,54 \pm 0,31) \text{ lx}^{-1/2}$$

z čoho sa dá vypočítať priesečník s osou r ako $-\frac{b}{a}$ čo nám dáva výsledok

$$\Delta r = (3,08 \pm 0,14) \text{ cm}$$

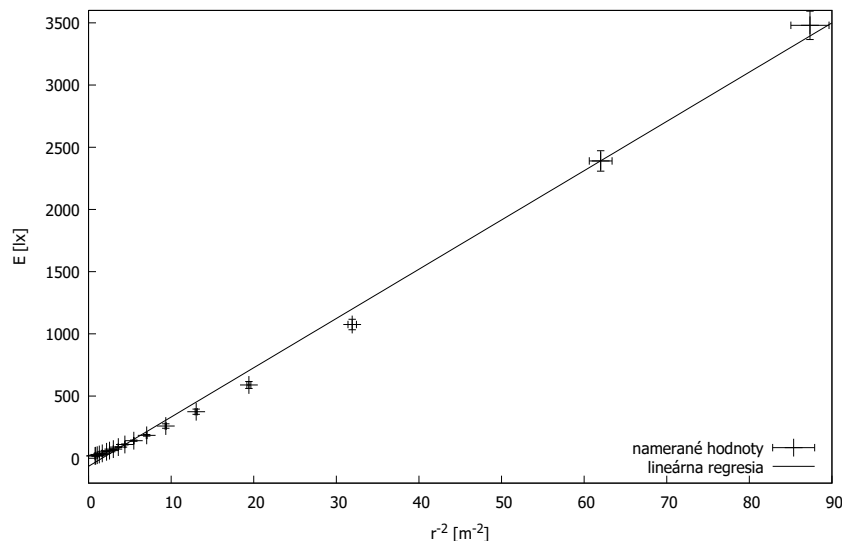
Žiarovka je teda o 3,08 cm bližšie ako držiak. Novú, korigovanú vzdialenosť budeme značiť r_{kor} . Zo závislosti taktiež vyplýva, že svietivosť J môžeme určiť ako $\frac{1}{a^2}$ teda

$$J = (22,15 \pm 0,28) \text{ cd}$$

Na obrázku 2 je znázornená závislosť osvetlenia na prevrátenej hodnote kvadrátu nekorigovanej vzdialenosti. Graf je preložený lineárnou funkciou, ktorá nesedí dobre pretože v počiatku dochádza k odchýlke nameraných hodnôt od lineárneho smeru z dôvodu nesprávneho určenia vzdialenosti žiarovky a luxmetra. Koeficienty lin. regresie sú

$$a = (39,60 \pm 0,62) \text{ cd}$$

$$b = (-65 \pm 17) \text{ lx}$$



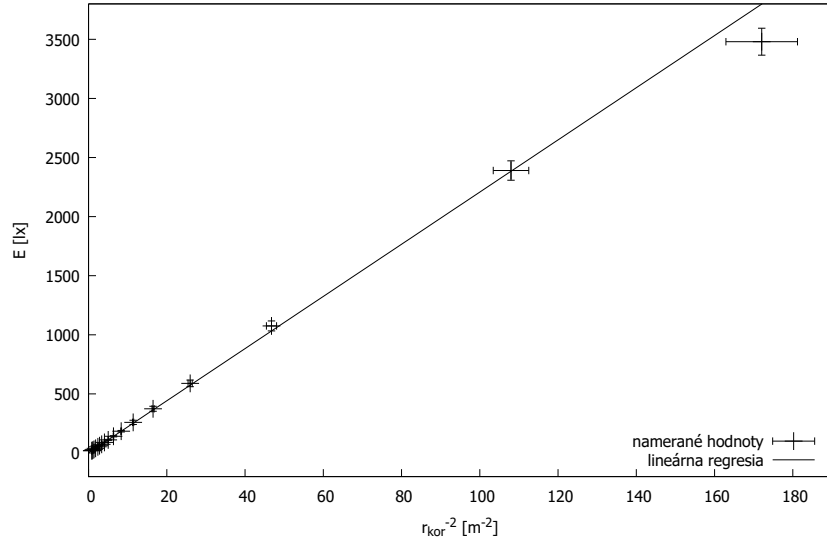
Obr. 2: Svietivosť ako funkcia prevrátenej hodnoty štvorca nekorigovanej vzdialenosti

Na obrázku 3 je závislosť osvetlenia na prevrátenej hodnote štvorca korigovanej vzdialenosti. Tu sedí fit oveľa lepšie, koeficienty regresie sú

$$a = (22,09 \pm 0,17) \text{ cd}$$

$$b = (0,09 \pm 0,35) \text{ lx}$$

Koeficient a je rovný svietivosti J . Táto hodnota sa v rámci chyby zhoduje s hodnotou z prvého fitu. V ďalších meraniach budeme používať hodnotu určenú z prvej závislosti.



Obr. 3: Svietivosť ako funkcia prevrátenej hodnoty štvorca nekorigovanej vzdialenosti

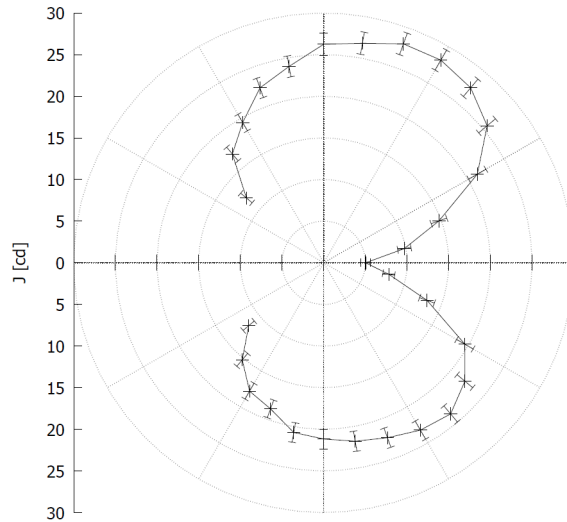
V ďalšom meraní sme mali premerať fotometrický diagram neznámej žiarovky v horizontálnej a vertikálnej rovine. Parametre udané výrobcom sú príkom $P = 2$ W, hodnota svetelného toku $\Phi = 250$ lm. Prvú sme zmerali vertikálnu rovinu. Na meranie sme použili Lummerov-Brodhunov fotometer, ktorý funguje na princípe porovnávania jasov dvoch zdrojov. Ak sa jas dvoch zdrojov rovná môžeme svietivosť neznámeho zdroja vypočítať zo vzťahu [1]

$$J_n = J_z \frac{r_n^2}{r_z^2} \quad (9)$$

kde index n znamená neznámy zdroj a z známy zdroj, r sú vzdialenosti zdrojov od fotometra. Namerané a vypočítané hodnoty pre vertikálnu rovinu sú v tabuľke 2. Vzdialenosť medzi referenčnou žiarovkou a fotometrom bola pevná $r = (36,92 \pm 0,17)$ cm. Fotometrický diagram je znázornený na obrázku 4. Hodnoty sú namerané do uhlu 140° z každej strany pretože väčší uhol sa nedal z mechanických dôvodov dosiahnuť.

ϑ [°]	r_n [cm]	J [cd]	ϑ [°]	r_n [cm]	J [cd]
-140	67,6	$11,75 \pm 0,88$	10	72,1	$9,83 \pm 0,81$
-130	74,6	$15,21 \pm 1,01$	20	78,5	$14,72 \pm 0,99$
-120	80,1	$17,80 \pm 1,09$	30	84,7	$21,29 \pm 1,19$
-110	86,2	$18,67 \pm 1,12$	40	86,9	$25,60 \pm 1,31$
-100	89,7	$20,70 \pm 1,18$	50	88,2	$27,44 \pm 1,36$
-90	91,1	$21,17 \pm 1,19$	60	87,8	$28,11 \pm 1,38$
-80	91,6	$21,76 \pm 1,21$	70	87,1	$27,98 \pm 1,37$
-70	91,5	$22,36 \pm 1,22$	80	86,6	$26,78 \pm 1,34$
-60	90,6	$23,21 \pm 1,25$	90	86,1	$26,25 \pm 1,33$
-50	90,2	$23,70 \pm 1,26$	100	85,7	$23,95 \pm 1,27$
-40	88,4	$22,12 \pm 1,22$	110	83,9	$22,36 \pm 1,22$
-30	87,1	$19,56 \pm 1,14$	120	83,1	$19,45 \pm 1,14$
-20	84,6	$13,19 \pm 0,94$	130	80,6	$17,05 \pm 1,07$
-10	82,4	$7,93 \pm 0,72$	140	76,9	$12,11 \pm 0,90$
0	77,3	$5,03 \pm 0,58$			

Tabuľka 2: Namerané a vypočítané hodnoty neznámej žiarovky pre vertikálnu rovinu



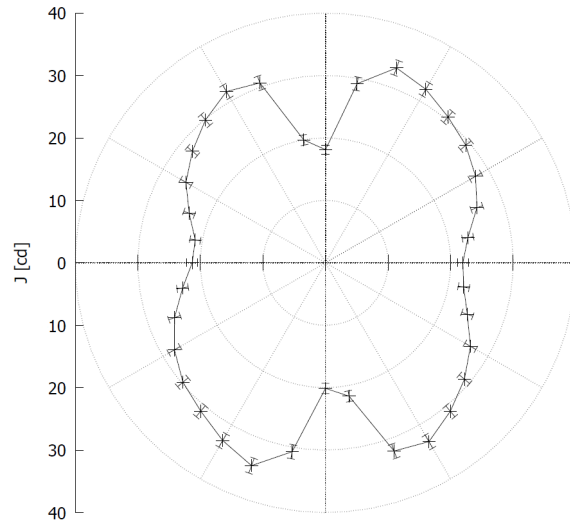
Obr. 4: Fotometrický diagram vo vertikálnej rovine neznámej žiarovky

Horizontálnu rovinu sme merali luxmetrom, ktorý bol od žiarovky vzdialený $r = 45$ cm. Namerané hodnoty sú v tabuľke 3. Fotometrický diagram je na obrázku 5. Hodnoty J sú vypočítané zo vzťahu (7).

ϑ [°]	E [lx]	J [cd]	ϑ [°]	E [lx]	J [cd]
0	108,5 ± 4,3	21,97 ± 0,87	180	105,2 ± 4,2	21,30 ± 0,85
10	114,1 ± 4,4	23,11 ± 0,90	190	114,5 ± 4,4	23,19 ± 0,90
20	127,2 ± 4,8	25,76 ± 0,98	200	126,8 ± 4,8	25,68 ± 0,98
30	136,8 ± 5,1	27,70 ± 1,04	210	137,7 ± 5,1	27,88 ± 1,05
40	144,6 ± 5,3	29,28 ± 1,09	220	146,9 ± 5,4	29,75 ± 1,10
50	150,5 ± 5,5	30,48 ± 1,12	230	153,2 ± 5,6	31,02 ± 1,14
60	158,4 ± 5,8	32,08 ± 1,17	240	162,3 ± 5,9	32,87 ± 1,20
70	164 ± 5,9	33,21 ± 1,21	250	170,7 ± 6,1	34,57 ± 1,25
80	143,8 ± 5,3	29,12 ± 1,08	260	151,7 ± 5,6	30,72 ± 1,13
90	89,5 ± 3,7	18,12 ± 0,75	270	99,3 ± 4,0	20,11 ± 0,81
100	98,6 ± 4,0	19,97 ± 0,81	280	107,1 ± 4,2	21,69 ± 0,86
110	151,4 ± 5,5	30,66 ± 1,13	290	158,4 ± 5,8	32,08 ± 1,17
120	156,4 ± 5,7	31,67 ± 1,16	300	163,3 ± 5,9	33,07 ± 1,20
130	147,4 ± 5,4	29,85 ± 1,11	310	153,3 ± 5,6	31,04 ± 1,14
140	137,2 ± 5,1	27,78 ± 1,04	320	143,2 ± 5,3	29,00 ± 1,08
150	127,2 ± 4,8	25,76 ± 0,98	330	132,1 ± 5,0	26,75 ± 1,01
160	114,5 ± 4,4	23,19 ± 0,90	340	119,1 ± 4,6	24,12 ± 0,93
170	104,4 ± 4,1	21,14 ± 0,84	350	110,8 ± 4,3	22,44 ± 0,88

Tabuľka 3: Namerané a vypočítané hodnoty neznámej žiarovky pre horizontálnu rovinu

Na meranie uhlovej závislosti plošného zdroja sme použili taktiež luxmeter. Luxmeter bol od plošného zdroja vzdialený $r = 15$ cm. Namerané a vypočítané hodnoty sú v tabuľke 3. V tabuľke sa taktiež nachádza vypočítaný jas podľa vzťahu (2). Priemer kruhovej plochy zdroja je $d = (29 \pm 0,1)$ mm. Na obrázku 6 je fotometrický diagram plošného zdroja v polárnych súradniciach.



Obr. 5: Fotometrický diagram v horizontálnej rovine neznámej žiarovky

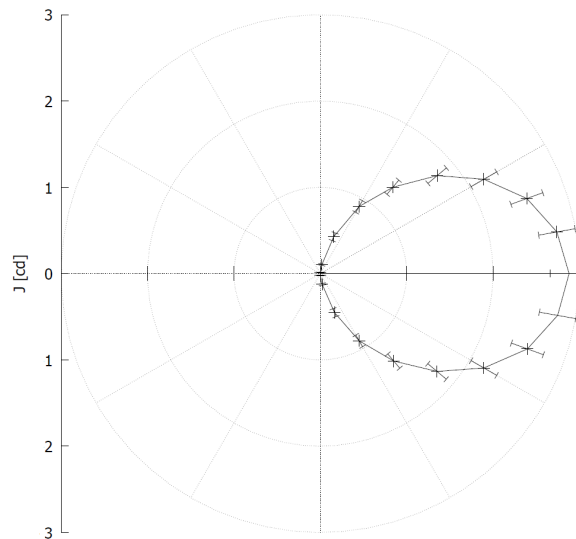
ϑ [°]	E [lx]	J [cd]	B [cd.m ⁻²]
-90	0,9 ± 0,1	0,020 ± 0,003	ndef.
-80	5,6 ± 0,3	0,126 ± 0,010	1099 ± 163
-70	21,4 ± 1,6	0,482 ± 0,049	2131 ± 252
-60	40,0 ± 2,2	0,900 ± 0,078	2725 ± 258
-50	58,8 ± 2,8	1,323 ± 0,108	3116 ± 268
-40	78,4 ± 3,4	1,764 ± 0,140	3486 ± 284
-30	97,2 ± 3,9	2,187 ± 0,170	3823 ± 303
-20	113,4 ± 4,4	2,552 ± 0,197	4111 ± 320
-10	124,0 ± 4,7	2,790 ± 0,214	4289 ± 331
0	128,0 ± 4,8	2,880 ± 0,221	4360 ± 336
10	123,6 ± 4,7	2,781 ± 0,214	4275 ± 330
20	113,1 ± 4,4	2,545 ± 0,196	4100 ± 319
30	97,2 ± 3,9	2,187 ± 0,170	3823 ± 303
40	78,5 ± 3,4	1,766 ± 0,140	3491 ± 285
50	58,1 ± 2,7	1,307 ± 0,107	3079 ± 265
60	39,9 ± 2,2	0,898 ± 0,078	2718 ± 257
70	20,2 ± 1,6	0,455 ± 0,047	2012 ± 241
80	4,7 ± 0,2	0,105 ± 0,009	918 ± 138
90	0,6 ± 0,1	0,014 ± 0,003	ndef.

Tabuľka 4: Namerané a vypočítané hodnoty plošného zdroja

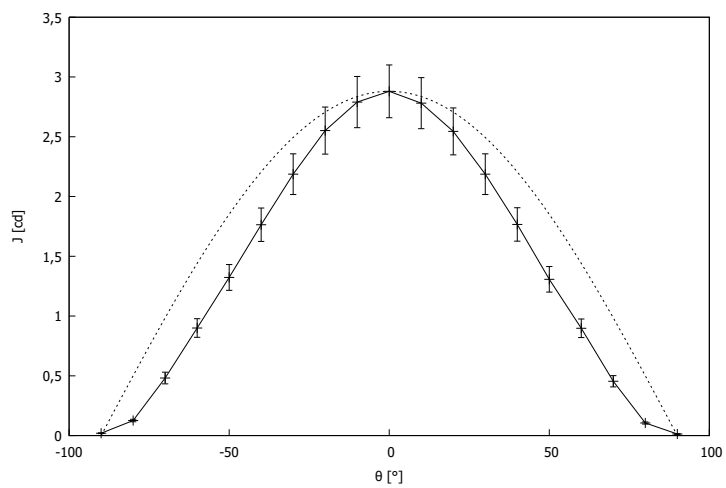
Z hodnôt jasu v tabuľke 4 je hneď vidieť, že v našom prípade sa nejedná o kosínový žiarič, pretože inak by hodnota B musela byť konštantná čo v našom prípade nie je. Na obrázku 7 je fotometrický diagram plošného zdroja v kartézskych súradniciach s vyznačenou závislosťou kosínového žiariča. Na obrázku 8 je závislosť jasu B na uhle, v kartézskych súradniciach. V prípade kosínového žiariča by táto hodnota mala byť konštantná. Svietivosť a jas pri nulovom uhle sú

$$J = (2,88 \pm 0,22) \text{ cd}$$

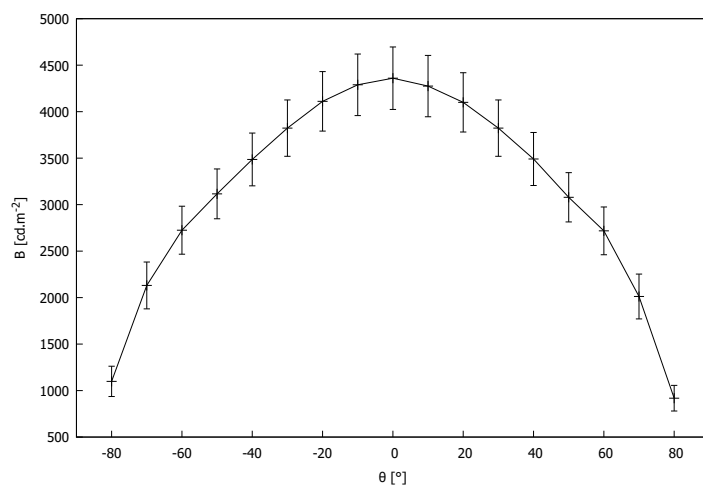
$$B = (4360 \pm 336) \text{ cd.m}^{-2}$$



Obr. 6: Fotometrický diagram plošného zdroja



Obr. 7: Graf závislosti svietivosti plošného zdroja na uhle



Obr. 8: Graf závislosti jasu plošného zdroja na uhle

Diskusia

Meranie luxmetrom mohlo mať dodatočnú chybu tým, že jeho plocha mala nejaký rozmer a bola zaguľatená a teda na celú plochu luxmetra nedopadalo svetlo kolmo. Mohlo sa to prejaviť najmä pri meraní plošného zdroja kedy vzájomná vzdialenosť bola 15 cm.

Hľadanie rovnakého jasu Lummer-Brodhunovým fotometrom je do značnej miery subjektívne, preto sme volili takú veľkú odchýlku. Nepresnosť zvyšuje aj to, že svetlá nemajú rovnakú farbu a preto sa jasy nikdy presne nerovnali.

Taktiež nepoznáme presnú polohu fotometra a luxmetra voči držiaku. Ďalšia aproximácia nastáva keď považujeme žiarovku za bodový zdroj svetla. Nižšie hodnoty svietivosti na obrázku 5 zodpovedajú polohám kedy boli dve vlákna žiarovky v zákryte.

Zistili sme, že plošný zdroj nie je kosínový žiarič. Hodnota jasu B nie je konštantná ani na malom intervale.

Menšiu chybu mohol do merania vniesť odraz svetla od predmetov v miestnosti do fotometra a luxmetra. Všimol som si, že hodnota na luxmetri závisela napríklad na polohe mojej ruky v blízkosti žiarovky.

Záver

Skorigovali sme polohu žiarovky a zistili jej svietivosť

$$J = (22, 15 \pm 0, 28) \text{ cd}$$

Z výsledkov merania sme zhotovili grafy požadované v zadaní.

Zmerali sme fotometrický diagram neznámej žiarovky v horizontálnej a vertikálnej rovine dvoma rôznymi metódami.

Zmerali sme svietivosť plošného zdroja v závislosti na uhle a zistili sme, že sa nejedná o kosínový žiarič.

Literatúra

- [1] PELANT, I. *Fyzikální praktikum III - Optika*. 3 vyd. přepr. a dopl. Praha: Matfyzpress. 2005. str. 42-44
- [2] J. ENGLICH. *Úvod do praktické fyziky I: Spracování výsledků měření*. 1. vyd. Praha: Matfyzpress. 2006