

1 Pracovní úkoly

1. Seřídte spektrometr pro kolmý dopad světla pomocí bočního osvětlení nitkového kříže (rovina optické mřížky je kolmá k ose kolimátoru).
2. Stanovte mřížkovou konstantu použité mřížky. K měření užíjte čar sodíkového dubletu v 1. a 2. řádu.
3. Odhadněte rozlišovací schopnost spektrometru ze zobrazení sodíkového dubletu ve spektru 1. a 2. řádu. Vypočtete teoreticky maximální dosažitelnou rozlišovací schopnost a oba výsledky porovnejte.
4. Proměřte viditelné čáry ve spektru rtuti 1. řádu. S pomocí vámi stanovené mřížkové konstanty z úkolu 2. spočtete vlnové délky rtuťového spektra a porovnejte je s tabelovanými hodnotami.
5. Vytvořte kalibrační křivku spektrometru jako závislost vlnové délky na úhlu.
6. Určete úhlovou disperzi mřížky ve žluté oblasti spektra 1. a 2. řádu. Vypočtete teoretické hodnoty a porovnejte s experimentálními hodnotami.
7. Spočtete relativní chyby výsledků.

2 Teoretický úvod

2.1 Spektrometr a optická mřížka

Spektrometry jsou přístroje umožňující proměření určité části spektra zkoumaného světla. K tomu, aby bylo možné analyzovat jednotlivé části spektra, je zapotřebí světelný svazek rozdělit podle vlnových délek., k čemuž se nejčastěji využívá optický hranol, či optická mřížka. Mřížkový spektrometr je tedy druhem spektrometru, který k spektrálnímu rozkladu využívá optické mřížky. [3]

Na optické mřížce dochází k ohybu světla, které na ní dopadá. Každá vlnová délka se ohýbá o jiný úhel, díky čemuž lze na stínítku umístěném okolo mřížky vidět jednotlivé spektrální čáry, které vyzařuje použitý zdroj. Základním parametrem charakterizujícím optickou mřížku je *mřížková konstanta* a , jež představuje vzdálenost mezi dvěma sousedními vrypy na mřížce. Dále lze mřížku charakterizovat její *rozlišovací schopností* R , jež je definována jako

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}, \quad (1)$$

kde λ je vlnová délka měřené spektrální čáry a $\delta\lambda$ je rozdíl vlnových délek této čára a nejbližší, ještě rozpoznatelné. Teoreticky dosažitelná maximální rozlišovací schopnost R_m je pak dáno jako

$$R_m = mk, \quad (2)$$

kde vystupuje *řád spektra* k a počet svazků interferujících na mřížce m . Pokud neosvětluje zdroj celou plochu mřížky, lze počet svazků zjistit jako

$$m = 0.82 \frac{D}{a}, \quad (3)$$

kde D je průměr výstupní pupily kolimátoru. Jako další se definuje *úhlová disperze* D_a a to vztahem

$$D_a = \frac{d\phi_k}{d\lambda}, \quad (4)$$

v němž vystupuje změna úhlu $d\phi_k$ a změna vlnové délky $d\lambda$ pozorované spektrální čáry. [1]

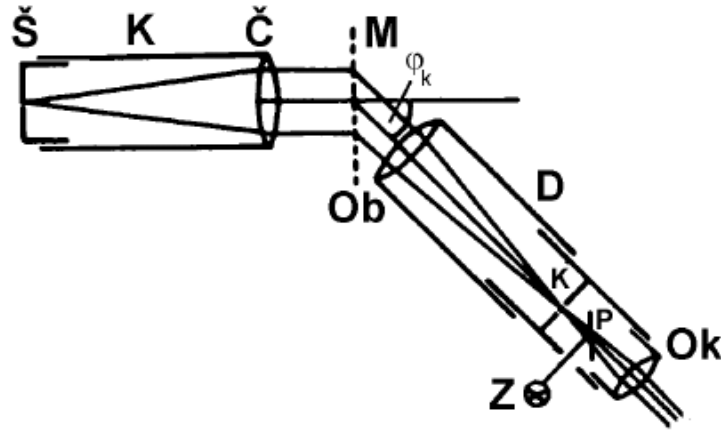


Figure 1: Schéma použité spektrometru.

Parametr	Hodnota
Průměr výstupní pupily kolimátoru D	18 mm
Hustota vrypů na mřížce	570 vrypů/mm

Tabulka 1: Známé parametry měřící aparatury.

2.2 Použitý mřížkový spektrometr

Použitý spektrometr je schématicky znázorněn na Fig 1. Ze zdroje procházelo záření přes štěrbinu \check{S} do kolimátoru K . Na konci kolimátoru světlo postupovalo přes spojnou čočku \check{C} , díky čemuž vznikla rovinná vlna, která následně dopadala na optickou mřížku M . Použitá optická mřížka byla určena na průchod, tedy světla jí prošlo a podle vlnové délky se odklonilo o úhel ϕ od kolmice na optickou mřížku. Spektrální čáry byly pozorovány dalekohledem D skládajícím se z objektivu Ob , okuláru Ok a nitkového kříže Z . Dalekohled byl upevněn tak, aby jím mohlo být otáčeno vůči optické mřížce okolo svislé osy a otočný podstavec byl opatřen stupnicí pro odečet s přesností jedné úhlové minuty.

Vztah změřeného úhlu ϕ_k a vlnové délky λ pozorované spektrální čáry je dán jako

$$\sin \phi_k = \frac{k\lambda}{a}, \quad (5)$$

kde vystupuje řád spektra k a mřížková konstanta a . Za pomoci tohoto vztahu lze také přepsat výraz pro úhlovou disperzi jako

$$D_a = \frac{k}{a \cos \phi_k}, \quad (6)$$

ve kterém vystupují dříve jmenované veličiny.[1]

3 Výsledky měření

3.1 Mřížková konstanta a rozlišovací schopnost spektrometru

V první části experimentu bylo prováděno měření sodíkové dubletu a to pro maxima 1. a 2. řádu. Zjištěné hodnoty byly zapsány do tabulky č.2. Následně byla vypočtena hodnota mřížkového parametru a pro každou pozorovanou spektrální čáru a to dle vztahu (5), kde za hodnoty úhlu ϕ byly dosazena vždy průměrná hodnota úhlu ze dvou provedených měření. Chyba určení mřížkové konstanty δa byla spočtena dle Gaussova zákona hromadění chyb, zde jako

$$\delta a = \sqrt{k\lambda \frac{\cos \phi_k}{\sin \phi_k} \delta \phi_k}, \quad (7)$$

Pořadí spektrální čáry	k	ϕ [°]	$\delta\phi$ [°]
1	-1	341,32	0,25
2	-1	341,30	0,25
1	1	20,28	0,25
2	1	20,33	0,25
1	-2	318,65	0,25
2	-2	318,35	0,25
1	2	43,02	0,25
2	2	43,35	0,25

Tabulka 2: Data získaná měřením sodíkového dubletu pro maxima 1. a 2. řádu.

Pořadí spektrální čáry	k	ϕ [°]	$\delta\phi$ [°]	a [nm]	δa [nm]
1	1	19,48	0,25	1765,9	7,3
1	2	42,18	0,25	1756,0	5,7
2	1	19,52	0,25	1763,0	7,3
2	2	42,50	0,25	1745,4	5,6
Průměrná hodnota a					(1758 ± 11) nm

Tabulka 3: Vypočtené hodnoty mřížkové konstanty a pro jednotlivé měřené spektrální čáry a konečná hodnota a .

kde vystupuje chyba odečtu úhlu ϕ_k odhadnutá z možností měření na $\pm 15'$. Konečná hodnota mřížkové konstanty a byla spočtena jako průměr jednotlivých získaných hodnot a její chyba jako odmocnina ze součtu kvadrátů směrodatné odchylky hodnot a pro jednotlivé spektrální čáry a průměrné chyby určení a pro konkrétní spektrální čáru. Získané hodnoty a pro jednotlivé čáry i konečná hodnota byly zaneseny do tabulky č.3.

Rozlišovací schopnost spektrometru R byla určena za pomoci vztahu (1), kdy potřebná vlnová délka byla spočtena dle 5 při znalosti a (viz tabulka č.3). Výpočet byl prováděn s daty získanými při měření sodíkového dubletu. Teoretická hodnota R byla určena dle (2) za pomoci (3) a údajů z tabulky č.1.

3.2 Měření s rtuťovou výbojkou

V druhé části experimentu byla sodíková lampa vyměněna za rtuťovou výbojku a následně byly proměřeny všechny viditelné spektrální čáry v prvním maximu a žluté spektrální čáry 2. maxima. Za pomoci vztahu (5) a znalosti mřížkové konstanty a byla vypočtena vlnová délka každé pozorované spektrální čáry. Chyba určení vlnové délky $\delta\lambda$ byla stanovena dle Gaussova zákona o hromadění chyb jako

$$\delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{\sin \phi_k}{k} \delta a\right)^2 + \left(\frac{a \cos \phi_k}{k} \delta \phi_k\right)^2} \quad (8)$$

Získaná data a spočtené vlnové délky jsou zaneseny v tabulce č.5.

Z dat získaných měření spektrálních čar rtuťové výbojky v 1. maximu byla vytvořena kalibrační křivka spektrometru, tedy závislost pozorované vlnové délky λ na úhlu ϕ , o které je natočen dalekohled vůči kolmici k optické mřížce - viz Fig. 2.

k	Zjištěné hodnoty	Teoretické hodnoty
1	608,2	8413,2
2	164,4	16826,4

Tabulka 4: Zjištěné a teoretické hodnoty rozlišovací schopnosti R použitého spektrometru.

Barva čáry	k	ϕ [°]	$\delta\phi$ [°]	λ [nm]	$\delta\lambda$ [nm]	λ_{tab} [nm]
Fialová 1	1	12,75	0,25	387,90	7,48	404,66
Fialová 2	1	12,72	0,25	386,90	7,48	407,78
Modrá	1	13,83	0,25	420,24	7,45	433,92
Zelená 1	1	15,65	0,25	474,13	7,38	434,75
Zelená 2	1	15,85	0,25	480,04	7,38	435,83
Zelená 3	1	16,13	0,25	488,39	7,37	491,61
Zelená 4	1	17,58	0,25	530,96	7,31	546,08
Žlutá 1	1	18,62	0,25	561,09	7,27	576,96
Žlutá 2	1	18,68	0,25	563,03	7,26	579,01
Červená 1	1	19,63	0,25	590,55	7,22	
Červená 2	1	19,85	0,25	596,81	7,21	
Červená 3	1	20,20	0,25	606,90	7,20	
Fialová 1	-1	14,05	0,25	426,69	7,44	404,66
Fialová 2	-1	14,12	0,25	428,67	7,44	407,78
Modrá	-1	15,03	0,25	455,89	7,41	433,92
Zelená 1	-1	17,02	0,25	514,36	7,33	434,75
Zelená 2	-1	17,13	0,25	517,78	7,33	435,83
Zelená 3	-1	17,40	0,25	525,59	7,32	491,61
Zelená 4	-1	18,83	0,25	567,38	7,26	546,08
Žlutá 1	-1	19,88	0,25	597,77	7,21	576,96
Žlutá 2	-1	19,97	0,25	600,17	7,21	579,01
Červená 1	-1	20,88	0,25	626,53	7,17	
Červená 2	-1	21,12	0,25	633,21	7,15	
Červená 3	-1	21,42	0,25	641,78	7,14	
Žlutá 1	2	40,58	0,25	571,71	2,91	
Žlutá 2	2	40,67	0,25	572,68	2,91	
Žlutá 1	-2	41,87	0,25	586,51	2,86	
Žlutá 2	-2	42,07	0,25	588,79	2,85	

Tabulka 5: Data získaná při měření na rtuťové výbojce (hodnoty úhlů jsou již přepočtené). Ze získaných hodnot úhlů ψ jsou vypočteny vlnové délky λ příslušející pozorovaným spektrálním čarám. V pravé části tabulky jsou zaneseny tabelované hodnoty vlnových délek λ_{tab} (z [2]), které jsou přiřazovány k naměřeným hodnotám dle odhadu intenzity a barvy pozorované spektrální čáry.

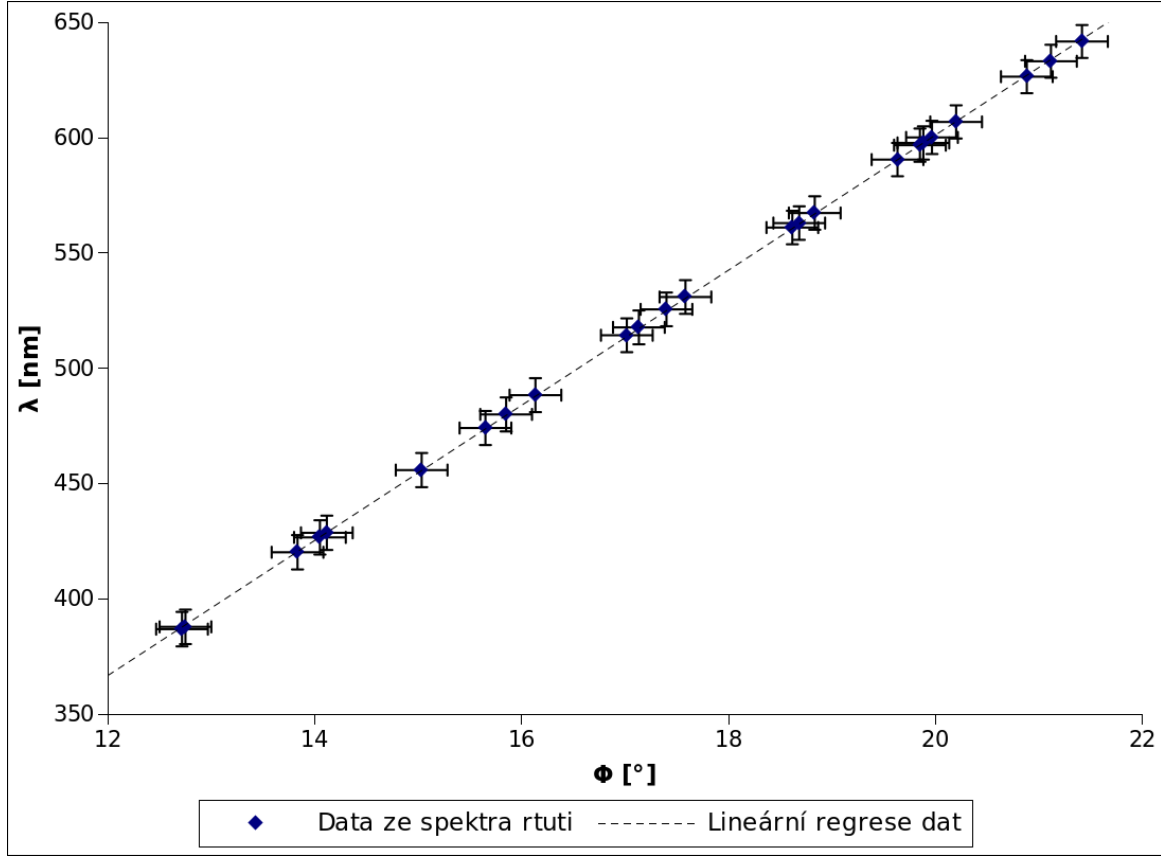


Figure 2: Kalibrační křivka spektrometru, neboli závislost pozorované vlnové délky λ na úhlu ϕ , o které je natočen dalekohled vůči kolmici k optické mřížce.

k	Výpočet z definice (4)		Výpočet pomocí (6)	
	Hodnota	Relativní chyba [%]	Hodnota	Relativní chyba [%]
1	$(1,5 \pm 6,4) \cdot 10^6 \text{ rad.m}^{-1}$	424,4	$(749,6 \pm 5,6) \cdot 10^3 \text{ rad.m}^{-1}$	0,7
2	$(1,5 \pm 2,7) \cdot 10^6 \text{ rad.m}^{-1}$	176,9	$(1530,4 \pm 6,0) \cdot 10^3 \text{ rad.m}^{-1}$	0,4

Tabulka 6: Vypočtené hodnoty úhlové disperze D_a dvěma různými způsoby.

Jako poslední byla určena úhlová disperze D_a za pomoci žlutých čar ve spektru rtuťové výbojky. Teoretický výpočet úhlové disperze $D_{a,teor}$ byl proveden dle (6), kam za úhel ϕ_k byl dosazen průměr ze dvou hodnot úhlů pro dané maximum. Chyba $\delta D_{a,teor}$ byla zjištěna jako

$$\delta D_{a,teor} = \sqrt{\left(\frac{k}{a^2 \cos \phi_k} \delta a\right)^2 + \left(\frac{k \sin \phi_k}{a \cos^2 \phi_k} \delta \phi_k\right)^2}. \quad (9)$$

Dále byl proveden výpočet úhlové disperze $D_{a,dat}$ dle definice (4), kam za rozdíl úhlů a vlnových délek byly dosazovány příslušné rozdíly změřených žlutých čar 1. a 2. maxima (vždy rozdíl mezi čarami v daném maximu). Chyba výpočtu $\delta D_{a,dat}$ za pomoci definice byla spočtena dle

$$\delta D_{a,dat} = \sqrt{\left(\frac{1}{d\lambda} \delta \phi_k\right)^2 + \left(\frac{d\phi_k}{(d\lambda)^2} \delta \lambda\right)^2}, \quad (10)$$

kde jsou symboly $d\phi_k$ a $d\lambda$ chápány jako rozdíl příslušných hodnot. Zjištěné hodnoty byly zaneseny do tabulky č.6.

4 Diskuze

Z počtu vrypů na milimetr mřížky, který byl u úlohy zadán je možné spočítat reálnou velikost mřížkové konstanty použité mřížky

$$a = 1754,39 \text{ nm} ,$$

což je hodnota která se v rámci experimentální chyby shoduje se zjištěnou hodnotou mřížkové konstanty (viz tabulka č.3). Relativní chyba určení mřížkové konstanty činí 0,64%. Určení rozlišovací schopnosti spektru dalo řádově odlišné hodnoty, než jaké jsou možné dosažitelné (viz tabulka č.4). Důvodem takto velké chyby je pravděpodobně špatný odečet úhlu, pod kterým byly viděny jednotlivé čáry sodíkového dubletu.

Při srovnání zjištěných hodnot vlnových délek jednotlivých spektrálních čar rtuti a jejich tabelovaných hodnot (viz tabulka č.5) je dobře patrné, že všechny změřené hodnoty se liší od tabelovaných ve vyšším řádu, než v jakém se pohybuje vypočtená experimentální chyba. Zároveň je však patrné, že rozdíl oproti tabelovaným hodnotám je u všech vlnových délek v rámci experimentální chyby shodný, což ukazuje na přítomnost systematické chyby v měření. Touto chybou bylo s největší pravděpodobností chybné seřízení polohy optické mřížky vůči dalekohledu spektrometru.

Kalibrační křivka spektrometru (Fig 2) ukazuje lineární závislost pozorované vlnové délky λ na úhlu natočení dalekohledu ϕ_k .

Úhlová disperze spočtená pomocí vztahu (4) z naměřených dat a úhlová disperze spočtená za pomoci (6) se shodují v rámci řádu (viz tabulka č.6). Ovšem hodnoty zjištěné za pomoci (4) vykazují řádově vyšší relativní chyby, které daleko převyšují jejich hodnoty.

5 Závěr

V první části experimentu byl proměřován sodíkový dublet. S pomocí získaných dat byla určena mřížková konstanta a (viz tabulka č.3) a rozlišovací schopnost spektrometru R (viz tabulka č.4).

V druhé části experimentu byly proměřeny spektrální čáry rtuťové výbojky, spočtena jejich vlnová délka a porovnána s tabelovanými hodnotami - tabulka č.5. S pomocí získaných hodnot byla sestrojena kalibrační křivka spektrometru (Fig 2) a vypočtena úhlová disperze D_a dvěma způsoby (viz tabulka č.6).

6 Literatura

1. Studijní text k úloze č.3 *Mřížkový spektrometr*:
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_303.pdf (20.3.2018)
2. J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch; Fyzikální a matematické tabulky;SNTL; Praha, 1980
3. P. Malý; Optika; Karolinum; Praha, 2008