

UNIVERZITA KARLOVA

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM III.
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

II. Meranie parametrov zobrazovacích sústav

Autor:
Samuel Kočiščák

19. marca 2017

1 Pracovné úlohy

1. Zmerajte ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej (planvkonvexnej) šošovky jednak Besselovou metódou, jednak metódou dvojtého zväčšenia.
2. Z nasledujúcich možností vyberte jednu:
 - (a) Zmerajte guľovú vadu vyšetruovanej ploskovypuklej šošovky v oboch smeroch pre 2 vzdialenosti $a = 30$ cm, $a = 60$ cm. Zmerané výsledky spracujte do jedného grafu a diskutujte veľkosť guľovej vady v jednotlivých prípadoch.
 - (b) Zmerajte ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej (plankonvexnej) šošovky Besselovou metódou s modrým, zeleným a červeným filtrom. Vyhodnoďte farebnú vadu vyšetruovanej šošovky, použite aj výsledky z úlohy 1.
3. Použitím goniometra určite vzdialenosť hlavných rovín šošovkymeranej v bode 1 a tučnej ploskovypuklej šošovky.
4. Na fokometri zmerajte optickú mohutnosť šošovky meranej v bode 1 a výsledok porovnajte s výsledkami merania ohniskovej vzdialenosti.
5. Na základe výsledkov získaných v bodoch 1. a 3. diskutujte, ktorá z uvedených metód merania ohniskovej vzdialenosti podľa bodu 1 je v uvedenom usporiadaní presnejšia. Porovnajte relatívne chyby merania. Odhadnite systematickú chybu, ktorej sa dopúšťame pri meraní ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou.
6. Zo známej hrúbky tučnej ploskovypuklej šošovky a zmeranej vzdialenosti hlavných rovín určite index lomu skla.

2 Teoretická časť

2.1 Ohnisková vzdialenosť, optická mohutnosť

Ohnisková vzdialenosť f je fyzikálna veličina s rozmerom dĺžky, definovaná ako vzdialenosť medzi hlavnou rovinou zobrazovacej sústavy a jej ohniskovou rovinou, pre tenkú šošovku teda vzdialenosť medzi šošovkou a bodom, do ktorého sa po prechode cez ňu zobrazia pôvodne rovnobežné lúče.

Definujeme aj *optickú mohutnosť* šošovky ϕ s rozmerom m^{-1} predpisom

$$\phi = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

kde f je ohnisková vzdialenosť danej šošovky.

2.2 Zväčšenie

Označme veľkosť predmetu Y , pri vzdialenosti predmetu od šošovky a_i označme veľkosť (ostrého) obrazu Y_i . Potom definujeme *priečne zväčšenie* β_i vzťahom:

$$\beta_i = \frac{Y_i}{Y}, \quad (2)$$

pričom pre priečne zväčšenie platí vzťah^[St]:

$$\beta_i = \frac{a'_i}{a_i}, \quad (3)$$

kde a_i a a'_i sú vzdialenosť predmetu a vzdialenosť (ostrého) obrazu od šošovky.

2.3 Zobrazovacia rovnica

Pre praktické určenie ohniskovej vzdialenosti šošovky f (a prípadné nasledovné určenie ϕ) je praktický tzv. *Gaussov tvar zobrazovacej rovnice*:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}, \quad (4)$$

kde f ohnisková vzdialenosť šošovky, a a a' sú vzdialenosť predmetu a vzdialenosť obrazu od šošovky.

2.4 Besselova metóda

Besselova metóda umožňuje určiť ohniskovú vzdialenosť šošovky f ak poznáme 2 polohy šošovky^[St], pri ktorých sa (pri pevnej vzdialenosti predmetu a tienidla D) zobrazia na tienidlo ostrý obraz. Označme vzájomnú vzdialenosť týchto 2 polôh šošovky Δ . Z Gaussovho tvaru zobrazovacej rovnice (4) potom vyplýva vzťah medzi D , Δ a f :

$$f = \frac{D^2 + \Delta^2}{4D}, \quad (5)$$

pričom odchýlka σ_f určenia f je pri nepriamom meraní f prostredníctvom známych D a Δ so známymi chybami určená vzťahom:

$$\sigma_f^2 = \left(\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\Delta^2}{D^2} \right) \right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\Delta}{2D} \right)^2 \sigma_\Delta^2 \quad (6)$$

2.5 Metóda dvojitého zväčšenia

Podobne ako pri meraní f Besselovou metódou, potrebujeme pre pevnú vzdialenosť predmetu a tienidla nájsť 2 rôzne polohy (vzdialenosti predmetu a šošovky a_1 a a_2) s ostrým obrazom (veľkosti β_1 a β_2 resp.). Potom pre f platí vzťah

$$f = \frac{\beta_1 \beta_2 |a_1 - a_2|}{|\beta_1 - \beta_2|}, \quad (7)$$

ktorý možno preformulovať do tvaru

$$f = \frac{|a'_1 - a'_2|}{|\beta_1 - \beta_2|} = |Y| \frac{|a'_1 - a'_2|}{|Y_1 - Y_2|}, \quad (8)$$

kde a'_1 a a'_2 sú vzdialenosti obrazu od šošovky. Nepriamym meraním f pomocou vzťahu 8 meriame f s odchýlkou σ_f , pre ktorú platí

$$\sigma_f^2 = 2 \left(\frac{Y}{Y_1 - Y_2} \right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{a_1 - a_2}{Y_1 - Y_2} \right)^2 \sigma_Y^2 + 2 \left(Y \frac{a_1 - a_2}{(Y_1 - Y_2)^2} \right)^2 \sigma_{Y_1}^2 \quad (9)$$

za predpokladu, že chyba určenia $\sigma_{a'_1} = \sigma_{a'_2} = \sigma_a$ a $\sigma_{Y_1} = \sigma_{Y_2}$.

2.6 Sférická vada

Pre spojnú šošovku tvaru prieniku dvoch gúľ platí, že paraxiálne rovnobežné lúče sa po prechode ňou pretnú vo väčšej vzdialenosti a' , ako lúče vo vzdialenosti h od osi. Veličinu popisujúcu tento jav značíme $\Delta a'(h)$ a nazývame *sférická vada*. Definuje ju predpis:

$$\Delta a' = a'_p - a'(h), \quad (10)$$

kde a'_p je vzdialenosť, v ktorej sa pretínajú paraxiálne lúče a $a'(h)$ je vzdialenosť, v ktorej sa pretínajú lúče vstupujúce do šošovky vzdialené h od osi. Pri nepriamom meraní využívajúcim 10 určíme $\Delta a'$ s presnosťou $\sigma_{\Delta a'}$, pre ktorú platí:

$$\sigma_{\Delta a'}^2 = \sigma_{a'_p}^2 + \sigma_{a'(h)}^2, \quad (11)$$

pričom pre spojnú šošovku platí v priblížení malej hodnoty h vzťah

$$\Delta a' = qh^2, \quad (12)$$

kde $q > 0$ pre.

2.7 Hlavné roviny šošovky

V šošovke ležia ulové body h vlnných rovinách, preto ak študujeme vzdialenosť hlavných rovin, stačí nám určiť vzdialenosť uzlových bodov δ . Pre tie platí podľa [St] vzťah:

$$\delta = \frac{n-1}{n}d \Leftrightarrow d = \delta \frac{n}{n-1} \Leftrightarrow n = \frac{d}{d-\delta}, \quad (13)$$

kde n je relatívny index lomu skla šošovky (predpokladáme, že index lomu vzduchu $n_{vzduch} = 1$) a d je hrúbka šošovky. Odchýlka určenia σ_n bude pri nepriamom meraní n použitím vzťahu 13 daná vzťahom

$$\sigma_n^2 = \left(\frac{\delta}{(d-\delta)^2} \right)^2 \sigma_d^2 + \left(\frac{d}{(d-\delta)^2} \right)^2 \sigma_\delta^2 \quad (14)$$

2.8 Meranie goniometrom

Pri otáčaní sústavy okolo uzlového bodu nedochádza k zmene smeru rovnobežných lúčov prechádzajúcich cez sústavu. Tento fakt využíva na hľadanie uzlových bodov goniometer. Cez ostriteľný okulár pozorujeme predmet prostredníctvom rovnobežných lúčov (napríklad štrbinu zobrazenú rovnobežnými lúčmi) a hľadáme polohu šošovky, v ktorej rotácia okolo osi kolmej na optickú os nespôsobí zmenu smeru prechádzajúcich lúčov.

3 Výsledky merania

Meranie prebehlo v priestoroch základného fyzikálneho praktika, pri teplote okolitého vzduchu na konci merania $24,8^{\circ}\text{C}$, tlaku okolitého vzduchu $1000,2\text{ hPa}$ a relatívnej vlhkosti $32,2\%$. Žiadny z týchto parametrov meranie neovplyvnil – môžeme vyhlásiť, že meranie prebehlo za izbových podmienok.

Pri všetkých meraniach (okrem merania fonometerom) sme použili sodíkovú výbojku, všetky výsledky teda platia pre vlnovú dĺžku svetla 589 nm .

3.1 Určenie ohniskovej vzdialenosti šošovky Besselovou metódou

Na optickú lavicu s pásmom s dielikmi 1 mm sme umiestnili sodíkovú výbojku s tienidlom s otvorom v tvare kruhu s krížom, ktoré sme použili na nájdenie ostrého obrazu. Na tú istú lavicu sme umiestnili tienidlo s 1 mm stupnicou a $0,1\text{ mm}$ nóoim, ktorými bolo možné určiť priemer ostrého obrazu. Medzi predmet a tienidlo sme umiestnili tenkú plankonvexnú šošovku vybavenú clonou, ktorú sme mali pri meraní ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou aj metódou dvojitého zväčšenia nastavenú na 1 cm , čím sme odfiltrovali neparaxiálne lúče. Svetlo výbojky bolo dostatočne intenzívne – aj napriek malému otvoru clony sme videli obraz veľmi jasný.

Pre každú z 10-tich meraných vzdialeností D predmetu a tienidla sme hľadali 2 polohy šošovky medzi nimi, pri ktorých sme dosiahli ostrý obraz predmetu na tienidle. Pre tieto polohy sme odmerali vzdialenosti a_1 a a_2 šošovky od predmetu aj priemery y_1 a y_2 obrazu na tienidle, tie sme použili pri určení f metódou dvojitého zväčšenia.

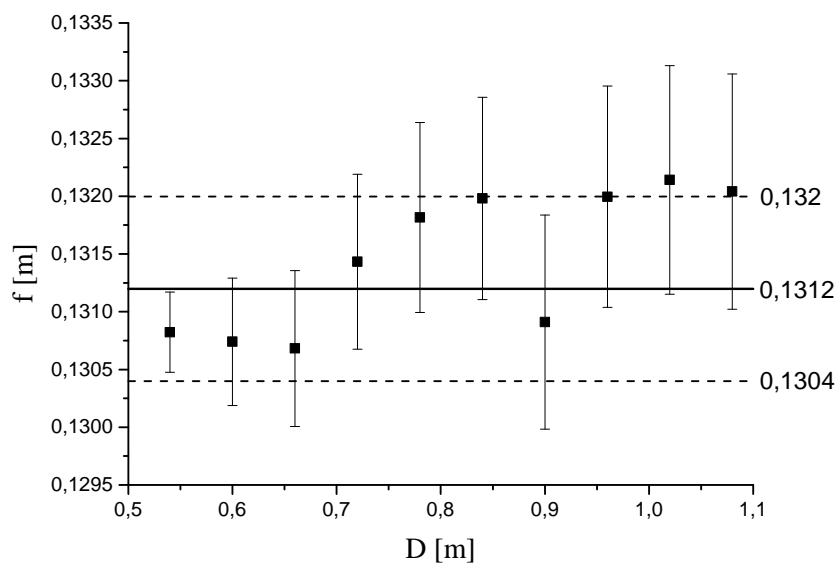
Hľadanie ostrých polôh bolo presnejšie, než sme očakávali. Presnosť určenia polôh a_1 a a_2 odhadujeme na $\sigma_a = 2\text{ mm}$, preto $\Delta = a_2 - a_1$ sme určili s presnosťou $\sigma_{\Delta} = 3\text{ mm}$. Presnosť určenia vzdialenosti predmetu a tienidla D bola $\sigma_D = 1\text{ mm}$.

V tabuľke 1 vidno namerané hodnoty $\Delta = f(D)$ a z nich dopočítané f a σ_f pomocou vzťahov 5 resp. 6.

Tabuľka 1: Meranie ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou

D [m]	Δ [m]	f [m]	σ_f [m]
0,54	0,095	0,1308	0,0003
0,60	0,215	0,1307	0,0006
0,66	0,301	0,1307	0,0007
0,72	0,374	0,1314	0,0008
0,78	0,444	0,1318	0,0008
0,84	0,512	0,1320	0,0009
0,90	0,582	0,1309	0,0009
0,96	0,644	0,132	0,001
1,02	0,708	0,132	0,001
1,08	0,772	0,132	0,001

Priemer všetkých určených f váhovaný prevrátenou hodnotou chyby je $f = 0,1312$ m. Za nepresnosť jej určenia považujeme aritmetický priemer nepresností σ_f z tabuľky 5, teda $\sigma_f = 0,0008$ m. Tabuľka 1 aj dopočítaná stredná hodnota aj s chybou sú vizualizované v grafe na obrázku 1



Obr. 1: Meranie ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou

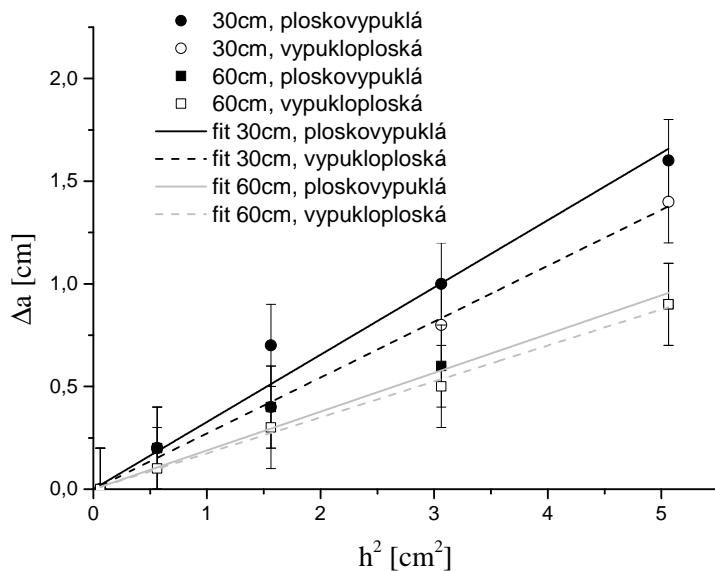
3.2 Určenie ohniskovej vzdialenosti šošovky metódou dvojitého zobrazenia

Priemery Y_1 a Y_2 pri a_1 resp. a_2 sme namerali stupnicou na tienidle pri meraní Beselovou metódou. Pomocou vzťahov 8 a 9 sme dopočítali f a σ_f , namerané hodnoty $Y_1, Y_2, a'_1 = D - a_1$ a $a'_2 = D - a_2$ sú zapísané v tabuľke 2. Y_i sme určili s presnosťou $\sigma_Y = 0,1$ mm, a'_i s presnosťou $\sigma_{a'} = 2$ mm. Pripomíname, že veľkosť predmetu je $Y = 10,0(1)$ mm.

Tabuľka 2: Meranie ohniskovej vzdialenosti metódou dvojitého zväčšenia

D [m]	a'_1 [m]	a'_2 [m]	Y_1 [mm]	Y_2 [mm]	f [m]	σ_f [m]
0,54	0,310	0,215	13,9	6,9	0,136	0,007
0,60	0,405	0,190	21,6	5,4	0,13	0,04
0,66	0,477	0,176	27,0	3,7	0,13	0,03
0,72	0,544	0,170	32,5	3,0	0,13	0,02
0,78	0,609	0,165	38,4	2,8	0,12	0,02
0,84	0,673	0,161	42,4	2,2	0,13	0,02
0,90	0,736	0,154	47,2	2,0	0,13	0,02
0,96	0,799	0,155	52,5	1,8	0,13	0,02
1,02	0,861	0,153	57,1	1,7	0,13	0,02
1,08	0,923	0,151	61,5	1,6	0,13	0,02

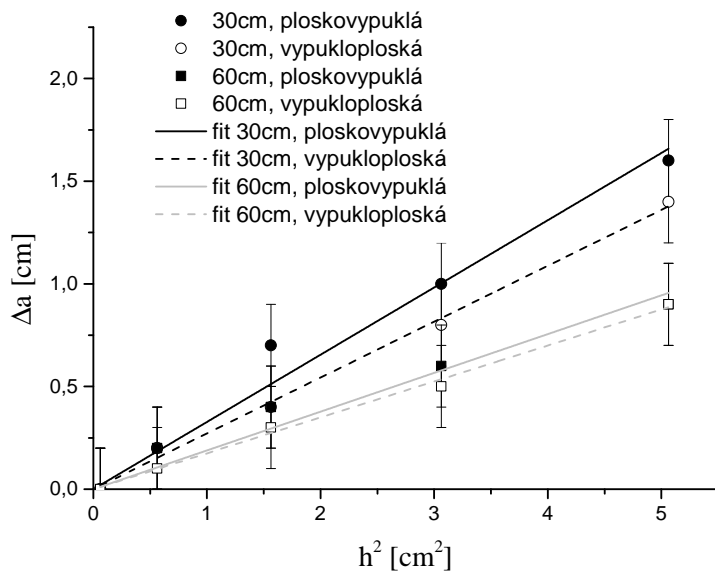
Presnosťou váhovaný priemer hodnôt f z tabuľky 2 je $f = 0,13$ m s chybou (určenou ako aritmetický priemer σ_f z tabuľky 2) na $\sigma_f = 0,02$ m. Hodnoty f z tabuľky 2 aj s výslednou f a σ_f sú vizualizované v grafe na obrázku 2.



Obr. 2: Meranie ohniskovej vzdialenosti metódou dvojitého zväčšenia

3.3 Sférická vada

Clonou s 5 rôznymi medzikružiami (priezormi), ktorú sme v predchádzajúcich meraniach použili na odfiltrovanie neparaxiálnych lúčov, sme postupne zacloňovali šošovku a pre obe orientácie (ploskovypuklú aj vypukloploskú, pričom ploskovypuklá je tá, kde svetlo prichádza od ploskej strany a k tienudlu je otočená vypuklá strana), obe vzdialenosti šošovky od predmetu (30 cm aj 60 cm) a každé medzikružie sme určili vzdialenosť a' ostrého obrazu od šošovky. Za parameter h (ako vo vzťahu 10) považujeme stred medzikružia, každé medzi kružie bolo široké 0,5 cm. Použitím vzťahov 10 a 11 sme dopočítali $\Delta a'$ a $\sigma \Delta a'$. Všetky dáta sú v prílohe, v grafe na obrázku 3 uvádzame závislosti $\Delta a' = f(h^2)$, ktoré by podľa modelu 12 mali byť lineárne (predchádzajúce nulou).



Obr. 3: Guľová vada ploskovypuklej šošovky

Týmto modelom (vzťah 12) sú dáta 3 fitované. Koefficienty fitu sú zapísané v tabuľke 3.

Tabuľka 3: Meranie ohniskovej vzdialenosti Besselovou metódou

orientácia	q [cm ⁻¹]	
	$a = 0,3$ m	$a = 0,6$ m
ploskovypuklá	0,33(2)	0,19(1)
vypukloploská	0,27(1)	0,18(1)

3.4 Meranie goniometrom

Na meranie sme použili goniometer schopný natáčať šošovku v rovine kolmej na os sústavy s 1 mm stupnicou a 0,1 mm nónoim. Pre každú zo šošoviek sme pri každej orientácii našli polohu, pri ktorej nedochádzalo (dochádzalo k minimálnym) zmenám polohy sledovaného obrazu štrbiny pri natáčaní šošovky a odčítali sme (arbitrárnú) polohu držiaku šošovky, rozdiel polôh pri ploskovypuklej a vypukloploskej orientácii považujeme za vzdialenosť uzlových bodov δ . Pre každú orientáciu každej šošovky sme polohu uzlového bodu našli 4-krát.

Všetky dáta sú zapísané v prílohe, tu uvádzame len priemerné namerané hodnoty δ (rozdiely priemerných polôh uzlových bodov) a smerodajné odchýlky ich určenia σ_δ

(kvadratický priemer smerodajnej odchýlky určenia polôh pre jednotlivé orientácie). Namerané hodnoty sú teda:

$$\delta_{tenka} = 3,3(2) \text{ mm}, \quad (15)$$

$$\delta_{tucna} = 12,9(3) \text{ mm}, \quad (16)$$

z čoho možno pomocou vzťahu 13 a 14 za vedomosti, že hrúbka hrubej šošovky je 38(1) mm určiť index lomu tejto šošovky na

$$n_{tucna} = 1,51(3) \text{ mm} \quad (17)$$

3.5 Meranie fokometrom

Optickú mohutnosť ϕ tenkej ploskovypuklej šošovky meranej v častiach 3.1 a 3.2 sme odmerali fokometrom^[N]. Ten mal stupnicu s najmenším dielikom 0,25 D, zistili sme, že (pre obe orientácie šošovky) platí

$$8,0 \text{ D} < \phi < 8,25 \text{ D}, \quad (18)$$

čiže

$$0,121 \text{ m} < f < 0,125 \text{ m} \quad (19)$$

4 Diskusia výsledkov

Meranie Besselovou metódou vykazuje oveľa nižšiu chybu, oproti meraniu metódou dvojakého zväčšenia. Pri meraní metódou dvojakého zväčšenia je za veľkú chybu zodpovedná nízka presnosť určenia Y_2 , pre väčšie D bola určená s presnosťou len na 1 platnú cifru. Táto metóda je citlivá na určenie polôh a_1 a a_2 podobne, ako Besselova metóda, nepresnosť vnesená nepresným Y_1 a Y_2 je navyše (a väčšia, ako chyba určenia polohy). Ohniskové vzdialenosti f určené jednotlivými metódami sú s ohľadom na chybu totožné. Obe merania sú zaťažené neznámou chybou určenia polohy, keďže nepoznáme presnú polohu šošovky voči jej držiaku, ktorého polohu sme merali. Najmenšia vzdialenosť šošovky od tienidla resp. predmetu bola približne 20 cm, polomer apertúry clony na šošovke bol 0,5 cm, teda najväčší uhol odklonu lúčov od osi bol zhruba $1/40 \text{ rad} \approx 1,5^\circ$, čo veľmi dobre vyhovuje paraxiálnej aproximácii.

Meranie sférickej vady je zaťažené chybou plynúcou z faktu, že pre vyššie vzdialenosti od stredu h bol problém vôbec nájsť ostrú polohu, šošovka stráca pre neparaxiálne lúče schopnosť zaostriť obraz, toto by sa dalo korigovať užšími medzikružiami, keďže práve z neurčitosti h vyplýva zlé zaostrenie. Meranie každopádne ukázalo, že pre menšie a a ploskovypuklú orientáciu (ploskú zo strany prichádzajúceho svetla) je sférická chyba väčšia, než pre väčšie a a vypukloploskú orientáciu.

Pri meraní fokometrom sme zaostrovali na zelené body a risky, teda hodnota nameraná fokometrom zodpovedá zelenému svetlu. Frekvenčná disperzia indexu lomu

pre sklo je pre takto malý rozdiel vlnových dĺžok (zelená oproti žltej) veľmi malá, nezodpovedá rozdielu ohniskových vzdialeností určených Besselovou metódou a fokometrom, aj keď má správnu tendenciu – menšia vlnová dĺžka znamená menšiu ohniskovú vzdialenosť. Predpokladáme, že meranie fokometrom je presné a rozdiel pramení zo systematickej chyby pri meraní Besselovou metódou, pravdepodobne z nesúladu medzi polohou šošovky (prípadne zdroja alebo tienidla) a polohou rysky jej stojanu.

5 Záver

Odmerali sme ohniskovú vzdialenosť tenkej ploskovypuklej šošovky Besselovou metódou na $f = 0,1312(8)$ m, toto číslo je pravdepodobne zaťažené systematickou chybou o veľkosti zhruba 5%. Odmerali sme ohniskovú vzdialenosť tej istej tenkej ploskovypuklej šošovky metódou dvojitého zväčšenia na $f = 0,13(20)$ m a fokometrom na $f = 0,123(2)$ m. Aj keď meranie Besselovou metódou je teoreticky presnejšie, kvôli zjavnej systematickej chybe sa naň nemožno spoľahnúť.

Premerali sme guľovú vadu tenkej ploskovypuklej šošovky a zistili sme, že ja väčšia pre menšiu vzdialenosť a šošovky od predmetu a pre ploskovypuklú orentáciu.

Goniometrom sme určili vzdialenosť hľvných rovín tenkej šošovky meranej v predchádzajúcich bodoch na $3,3(2)$ mm a vzdialenosť hlavných rovín tučnej šošovky na $12,9(3)$ mm, z čoho vyplýva, že index lomu skla tučnej šošovky je $n_{tucna} = 1,51(3)$ mm, čo je prípustná^[C] hodnota pre optické sklo.

todo napisat usporiadanie veľkosti K guľovej vady

6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Meranie parametrov zobrazovacích sústav*. [cit. 2017-03-10]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_302.pdf>.
- [Pm] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Pokyny pro měření: Meranie parametrov zobrazovacích sústav*. [cit. 2017-03-10]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_302.pdf>.
- [N] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Návod k fokometru F-910*. [cit. 2017-03-10]. URL: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/fokometr.pdf>.
- [C] kolektív conVERTER. *Index lomu* [cit. 2017-02-27]. URL: <<http://www.converter.cz/tabulky/index-lomu.htm>>.