

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

- Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových magnetizačních cívek
 - v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm,
 - v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek.
- Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi sousými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
- Presvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možností homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
- Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
- Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

1 Teoretická část

1.1 Magnetické pole sousých kruhových cívek

Pro velikost intenzity magnetického pole H na ose dvou stejných sousých kruhových cívek, kterými protéká proud shodné velikosti, lze odvodit vztah [3]

$$H = \frac{NIR^2}{2} [(R^2 + (a+x)^2)^{-3/2} \pm R^2 + (a-x)^2)^{-3/2}], \quad (1)$$

kde R je střední poloměr cívek, N počet jejich závitů, I velikost procházejícího proudu, $2a$ je vzdálenost cívek (a vzdálenost cívek od středu osy) a x je vzdálenost od středu osy. V (1) platí + pro souhlasnou, - pro opačnou orientaci proudu v cívkách.

Konkrétně při stejné orientaci proudu v cívkách pro střed osy ($x = 0$) dostáváme

$$H = NIR^2(R^2 + a^2)^{-3/2}, \quad (2)$$

a speciálně v tzv. Helmholtzově zapojení, kdy $R = 2a$,

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R}. \quad (3)$$

V tomto případě je pole H mezi cívkami prakticky homogenní.

1.2 Detekční cívka

Velikost intenzity H měříme tzv. detekční cívkou, umístěnou ve stejné ose jako magnetizační cívky, na které se v důsledku použití střídavého proudu, a tedy proměnlivému mag. toku, indukuje napětí U . Pro konstantu úměrnosti mezi efektivními hodnotami H a U můžeme za pomoci Faradayova zákona elmag. indukce najít vztah [1]

$$H = kU, \quad k = \frac{1}{\mu_0 \omega n S}, \quad (4)$$

kde μ_0 je permeabilita (vakua, pro nás i vzduchu), $\omega = 2\pi f$ kruhová frekvence připojeného proudu (f frekvence), n počet závitů detekční cívky a $S = \pi r^2$ plocha závitů cívky a její poloměr r .

1.3 Solenoid

Pro velikost magnetické intenzity na ose solenoidu v závislosti na poloze x vůči jeho středu platí¹

$$H(x) = \frac{NI}{2l(r_2 - r_1)} \left[\left(\frac{l}{2} + x \right) \log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}} + \left(\frac{l}{2} - x \right) \log \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}} \right], \quad (5)$$

kde I je procházející proud, r_1 vnitřní, r_2 vnější poloměr solenoidu, l pak jeho délka a N počet závitů.

¹log značí přiroz. logaritmus.

1.4 Postup měření

Pro účely měření intenzity mezi magnetisačními cívkami je stačí nastavit do konkrétních poloh na pevné stupnici odpovídající dané vzdálenosti $2a$ posunem detekční cívky po jejich ose pak na digitálním multimetru odečítáme indukované napětí ve vybraných polohách det. cívky na stupnici.

Měření průběhu intenzity v solenoidu se prakticky liší pouze realizováním stupnice, ze které následně určujeme polohu x .

1.5 Použité přístroje

Ampérmetr Třída 0.2, logaritmická stupnice s dílkem velikosti 0.025 A při proudu 3 A.

Digitální multimetr Při použitím rozsahu 2 V nese chybu 0.8 % + 10 digit.

Pevná stupnice aparatury Na ní odečítáme polohu cívek a tedy jejich vzdálenost $2a$ a také umístění det. cívky resp. přímo x . Velikost nejmenšího dílku je 1 mm.

zdroj střídavého proudu, magnetisační cívky, detekční cívky, solenoid

2 Výsledky měření

2.1 Zpracování

Není-li uvedeno jinak, jsou chyby spočtených veličin zjišťovány podle [2] :

$$\sigma_{f(x_i)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (6)$$

2.2 Detekční cívky

Z [1], resp. přímo z údajů uvedených u připraveného experimentu jsem podle (4) dopočetl konstanty úměrnosti použitých detekčních cívek k a k_s (od solenoidu). Pro první det. cívku $n = 1000$, $r = (1.28 \pm 0.01)$ cm a frekvenci $f = (50.0 \pm 0.5)$ Hz, což dává

$$k = (4921 \pm 91) \text{ A/Vm.}$$

Pro detekční cívku použitou v solenoidu: $n_s = 370$, $r_s = (10.5 \pm 0.1)$ mm a stejná frekvence f

$$k_s = (19.77 \pm 0.42) \text{ kA/Vm.}$$

2.3 Průběh intenzity H na ose cívek

Vzdálenost cívek (12, 16, 20 cm) nastavujeme na stupnici aparatury, chybu určení $2a$ a polohy detekční cívky x beru 2 mm. Intenzitu H dopočítávám z naměřeného indukovaného napětí podle (4). Parametry cívek jsou $N = 100$, $R = (10.4 \pm 0.1)$ cm. Výsledky shrnuté v tabulce 2 a znázorněny v grafu na obr. 1, kam jsou vynášeny pouze absolutní hodnoty polohy x a střední hodnoty dvou odpovídajících H , jak je doporučeno v [1]. Hodnoty jsou přímo v grafu porovnány s teoretickou závislostí podle (1) při protékajícím efektivním proudu $I = (1.50 \pm 0.01)$ A každou z magnetisačních cívek. V tabulce 1 jsou zmíněny konkrétní polohy cívek c_1 , c_2 a středu osy na pevné stupnici.

$2a$ [cm]	c_1 [mm]	c_2 [mm]	$x = 0$ [mm]
12	60	180	120
16	60	220	140
20	60	260	160

Tabulka 1: Nastavení poloh cívek c_1 a c_2 a předpokládaný střed osy na stupnici pro jednotlivá měření.

Vzdálenost 12 cm

x [mm]	shodný směr proudu		opačný směr proudu	
	U [mV]	H [A/m]	U [mV]	H [A/m]
-30	194	955 ± 13	67	330 ± 8
-20	193	950 ± 13	47	231 ± 7
-10	191	940 ± 12	25	123 ± 6
0	190	935 ± 12	5	25 ± 5
+10	191	940 ± 12	22	108 ± 6
+20	191	940 ± 12	45	221 ± 7
+30	192	945 ± 12	64	315 ± 7

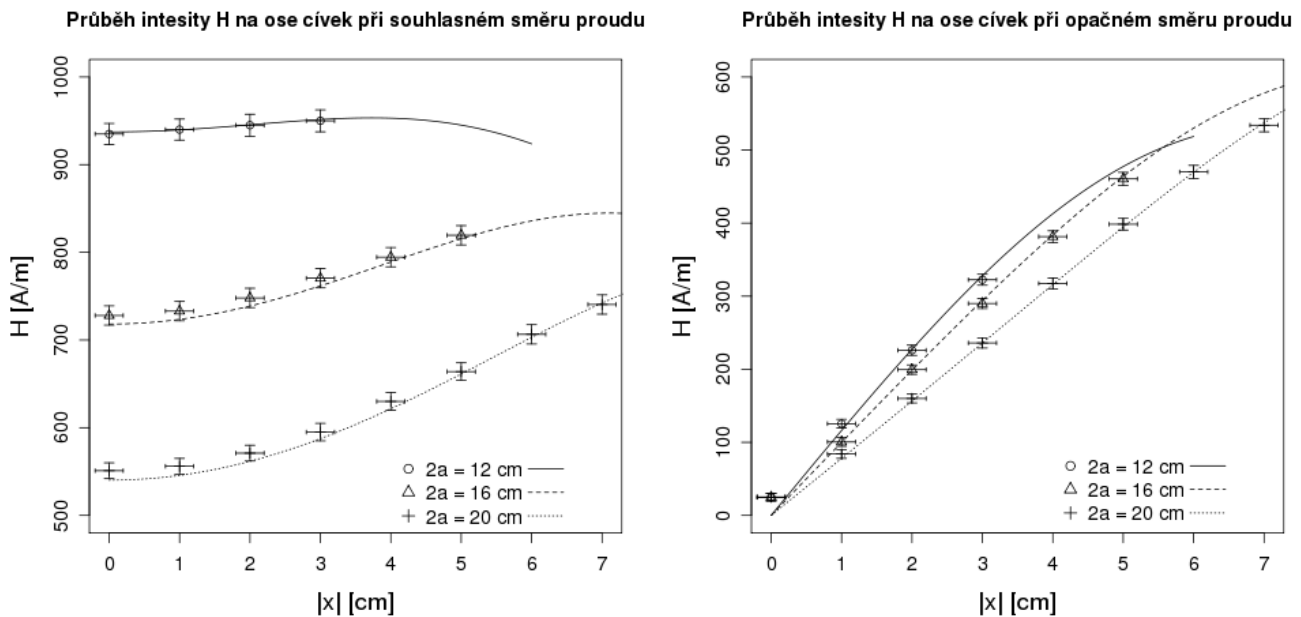
Vzdálenost 16 cm

x [mm]	shodný směr proudu		opačný směr proudu	
	U [mV]	H [A/m]	U [mV]	H [A/m]
-50	167	822 ± 11	93	458 ± 9
-40	162	797 ± 11	77	379 ± 8
-30	157	773 ± 11	58	285 ± 7
-20	152	748 ± 11	40	197 ± 6
-10	149	733 ± 11	20	98 ± 6
0	148	728 ± 11	5	25 ± 5
+10	149	733 ± 11	21	103 ± 6
+20	152	748 ± 11	41	202 ± 7
+30	156	768 ± 11	60	295 ± 7
+40	161	792 ± 11	78	384 ± 8
+50	166	817 ± 11	94	463 ± 9

Vzdálenost 20 cm

x [mm]	shodný směr proudu		opačný směr proudu	
	U [mV]	H [A/m]	U [mV]	H [A/m]
-70	151	743 ± 11	107	527 ± 9
-60	144	709 ± 11	94	463 ± 9
-50	135	664 ± 10	79	389 ± 8
-40	128	630 ± 10	63	310 ± 7
-30	121	595 ± 10	46	226 ± 7
-20	116	571 ± 9	31	153 ± 6
-10	113	556 ± 9	15	74 ± 6
0	112	551 ± 9	5	25 ± 5
+10	113	556 ± 9	19	94 ± 6
+20	116	571 ± 9	34	167 ± 6
+30	121	595 ± 10	50	246 ± 7
+40	128	630 ± 10	66	325 ± 8
+50	135	664 ± 10	83	408 ± 8
+60	143	704 ± 11	97	477 ± 9
+70	150	738 ± 11	110	541 ± 9

Tabulka 2: Naměřené indukované napětí na detekční cívce U při její poloze x na ose mag. cívek a výsledná intenzita H při různé orientaci proudů a vzdálenosti cívek.



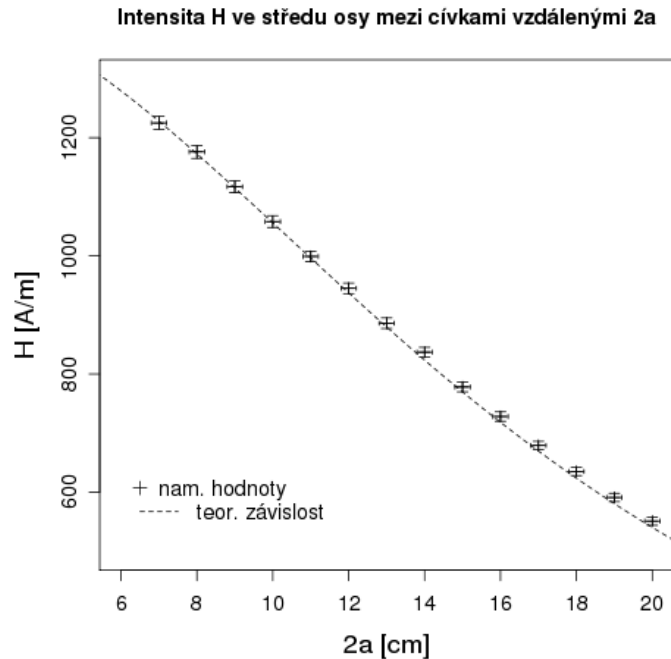
Obr. 1: Průběh mag. intenzity na ose cívek při souhlasné (vlevo) a opačné (vpravo) orientaci proudů proloženy teoretickou závislostí.

2.4 Intenzita uprostřed osy, $x = 0$, při proměnné vzdálenosti cívek $2a$

Technicky vše probíhá obdobně jako výše. Výsledky v tabulce 3, v grafu na obr. 2 pak přímo i porovnány s teoretickou závislostí podle (2).

$2a$ [cm]	7	8	9	10	11	12	13
U [mV]	249	239	227	215	203	192	180
H [A/m]	1225 ± 11	1176 ± 11	1117 ± 10	1058 ± 10	999 ± 9	945 ± 9	886 ± 9
$2a$ [cm]	14	15	16	17	18	19	20
U [mV]	170	158	148	138	129	120	112
H [A/m]	837 ± 8	778 ± 8	728 ± 8	679 ± 7	635 ± 7	591 ± 7	551 ± 7

Tabulka 3: Indukované napětí U ve středu osy cívek vzdálených $2a$ a výsledná magnetická intenzita H .



Obr. 2: Graf závislosti velikosti magnetické intenzity H ve středu osy cívek vzdálených $2a$.

2.5 Helmholtzovo zapojení

Pro vzdálenost cívek $2a = R = 10.4$ cm jsem ověřoval homogenitu pole H na jejich ose. Výsledky měření najdeme v tabulce 4. Použitím (3) mohu spočítat předpokládanou velikost H_h mezi cívkami

$$H_h = (1032 \pm 13) \text{ A/m},$$

z čehož posléze určím konstantu úměrnosti k_h mezi H a U při dosazení aritmetického průměru U z tab. 4 $U_k = (209.4 \pm 0.1)$ mV. Výsledek:

$$k_h = (4929 \pm 68) \text{ A/Vm}.$$

x [mm]	-25	-20	-15	-10	-5	0	+5	+10	+15	+20
U [mV]	209	210	210	210	210	210	209	209	209	208
H [A/m]	1029	1033	1033	1033	1033	1033	1029	1029	1029	1024

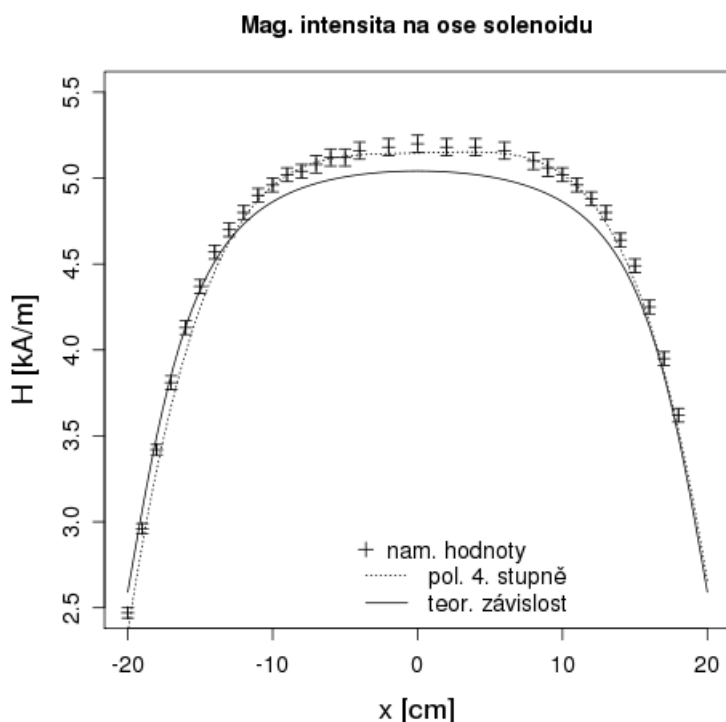
Tabulka 4: Intenzita H na ose cívek v Helmholtzově zapojení. Chyba všech H činí ± 10 A/m.

2.6 Solenoid

Polohu detekční cívky v solenoidu měříme pomocí tyčky s milimetrovou sítí k ní přidělané. Výsledky v tabulce 5, H dopočteno z (4) užitím k_s a v grafu na obr. 3, hodnoty jsou fitovány polynomem 4. stupně metodou nejmenších čtverců a přímo i porovnány s teoretickou závislostí dle (5). Parametry solenoidu: délka $l = 400$ mm, počet závitů $N_s = 4204$, vnější průměr $d_2 = 140$ mm, vnitřní průměr $d_1 = 80$ mm, chyby těchto neuvažuji, neboť slouží pouze k vyobrazení teoretické závislosti v grafu na obr. 3.

x [mm]	U [mV]	H [kA/m]	x [mm]	U [mV]	H [kA/m]	x [mm]	U [mV]	H [kA/m]
-200	125	2.47 ± 0.03	-90	254	5.02 ± 0.04	+80	258	5.10 ± 0.05
-190	150	2.96 ± 0.03	-80	255	5.04 ± 0.04	+90	256	5.06 ± 0.05
-180	173	3.42 ± 0.03	-70	257	5.08 ± 0.05	+100	254	5.02 ± 0.04
-170	193	3.81 ± 0.04	-60	259	5.12 ± 0.05	+110	251	4.96 ± 0.04
-160	209	4.13 ± 0.04	-50	259	5.12 ± 0.05	+120	247	4.88 ± 0.04
-150	221	4.37 ± 0.04	-40	261	5.16 ± 0.05	+130	243	4.80 ± 0.04
-140	231	4.57 ± 0.04	-20	262	5.18 ± 0.05	+140	235	4.64 ± 0.04
-130	238	4.70 ± 0.04	0	263	5.20 ± 0.05	+150	227	4.49 ± 0.04
-120	243	4.80 ± 0.04	+20	262	5.18 ± 0.05	+160	215	4.25 ± 0.04
-110	248	4.90 ± 0.04	+40	262	5.18 ± 0.05	+170	200	3.95 ± 0.04
-100	251	4.96 ± 0.04	+60	261	5.16 ± 0.05	+180	183	3.62 ± 0.04

Tabulka 5: Indukované napětí U na ose solenoidu a výsledná magnetická intenzita H v místě x vůči jeho středu.



Obr. 3: Graf závislosti velikosti mag. intenzity H na poloze x vůči středu solenoidu, fitován polynomem a porovnán s teoretickou závislostí.

3 Diskuse výsledků

Chyba spočtených konstant úměrnosti k a k_s je velká kvůli použitým chybám poloměrů r a r_s , které jsem možná zbytečně nadhodnotil. Proto jsem výsledné chyby H spíše zaokrouhloval dolů, ale relativní chyby zůstávají (kromě případů pro malá H v zapojení opačné orientace proudu) stejně jako chyby k a k_s mezi 1 a 2 %. Možno ještě konečné chyby zaokrouhlovat s přesností na jednu platnou cifru (podobně jako při vyhodnocení měření na ose solenoidu) a to na ± 10 A/m, to je zřejmě dostatečně vypovídající.

Jak je vidět v grafech na obr. 1 a 2 výsledky dobře odpovídají teoretickému modelu. Drobné neshody mohou být způsobeny jednak vlivem samotné detekční cívky na pole H , zanedbané šířky vinutí cívek nebo také nepřesným stanovením vzdáleností cívek $2a$ či polohy det. cívky x . Pevná stupnice na aparatuře je prohnutá, cívky se při posouvání po ose viklají apod. Proto jsem tyto chyby nepatrně navýšil na 2 mm, ačkoli bych teoreticky mohl dosáhnout i menší 1 mm.

Velikost intesity H a experimentálně stanovená konstanta úměrnosti k_h při Helmholtzově zapojení cívek se v rámci chyb taktěž neliší od svých teoretických hodnot.

Z výsledků měření na ose solenoidu, resp. z grafu na obr. 3, je patrná oblast prakticky homogenního pole H uprostřed solenoidu a naopak rychlý pokles intesity na jeho okrajích. Při porovnání s teoretickou závislostí usuzují, že došlo k lehkému posunutí (cca 0.5 cm) vůči skutečné poloze detekční cívky uvnitř solenoidu. To by pak také vysvětlilo drobnou asymetrii naměřenou v obou polovinách solenoidu.

4 Závěr

Proměřen byl průběh magnetické intesity na ose sousých kruhových cívek při stejné i opačné orientaci proudu ve vzdálenostech 12, 16 a 20 cm. Výsledky shrnuje tabulka 2 závislosti ilustrují grafy na obr. 1.

Zkoumána byla závislost velikosti mag. intesity H uprostřed mezi dvěma sousými cívkami za stejné orientace procházejícího proudu při různých vzdálenostech 7 až 20 cm. Výsledky v tabulce 3 a v grafu na obr. 2. Speciálně pro Helmholtzovo zapojení byla ověřena homogenita pole H mezi cívkami (tab. 4) a experimentálně určena konstanta úměrnosti mezi indukovaným napětím U na detekční cívce a výslednou intenzitou H

$$k_h = (4929 \pm 68) \text{ A/Vm.}$$

Proměřen byl průběh mag. intesity na ose solenoidu, viz. tabulka 5 a graf na obr. 3.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *R 2.10.1*.

Použitá literatura

- [1] Studijní text, PII - XXIII Měření intenzity magnetického pole sousých kruhových cívek, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] English J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, 1999, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>
- [3] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II, SPN, Praha 1989