

1 Pracovní úkoly

- Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových magnetizačních cívek
 - v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 18, 22 cm
 - v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek
- Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi sousými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm
- Přesvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možností homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
- Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
- Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

2 Teoretická část

Intenzita magnetického pole cívek, kterými prochází proud I lze spočítat z Biot-Savartova zákona. Na ose cívky bude vektor magnetické intenzity \mathbf{H} směřovat podél její osy a pro velikost vektoru \mathbf{H} bude platit [1]

$$H = \frac{NIR^2}{2} (R^2 + x^2)^{-3/2} \quad (1)$$

kde R je střední poloměr cívky, N je počet závitů a x je vzdálenost na ose od středu cívky. Ve vztahu (1) jsme navíc předpokládali, že rozměry vinutí cívky jsou vůči jejímu poloměru R zanedbatelné.

Pokud umístíme dvě takové cívky tak, aby jejich osy splývaly a necháme jimi procházet stejný proud I , bude pro velikost intenzity magnetického pole na ose cívek platit vztah [1]

$$H = \frac{NIR^2}{2} \left\{ \left[R^2 + (a+x)^2 \right]^{-3/2} \pm \left[R^2 + (a-x)^2 \right]^{-3/2} \right\} \quad (2)$$

kde $2a$ je rovno vzájemné vzdálenosti středů cívek a x je vzdálenost na ose měřena od střední polohy mezi cívkami. Znaménko $+$ platí, pokud cívkami protéká proud v souhlasném směru a znaménko $-$, pokud protéká v nesouhlasném směru.

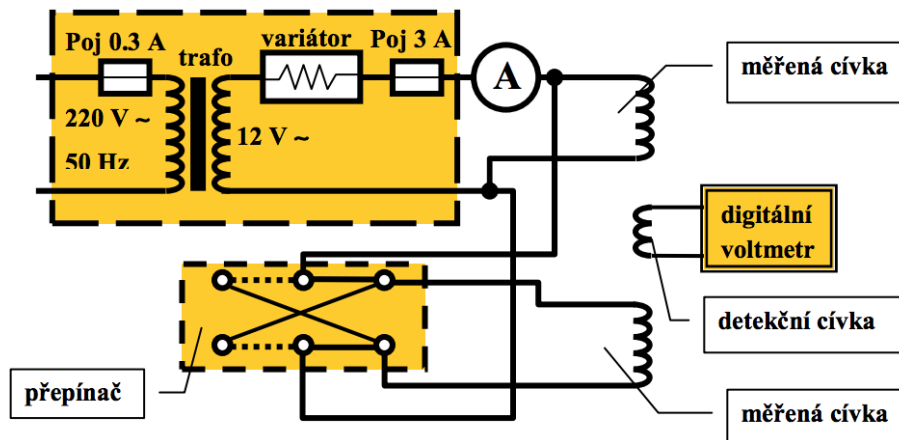
Homogenita magnetické pole mezi cívkami, kterými protéká proud v souhlasném směru, bude nejlepší pokud bude platit $2a = R$ [1]. Na ose cívek je pak velikost magnetické indukce daná (2) v rámci možností konstantní. Cívky v tomto uspořádání se nazývají Helmholtzovy.

Pokud cívkami protéká sinusový střídavý proud, pak intenzita magnetického pole H a magnetizační proud I ve vztacích (1) a (2) mohou mít význam jejich efektivních hodnot. Vložíme-li v tomto případě detekční cívku mezi magnetizační cívky, tak aby jejich osy splývaly, bude se na ní indukovat střídavé napětí s efektivní hodnotou U , a pro efektivní hodnotu intenzity magnetického pole H bude platit [1]

$$H = \frac{1}{2\pi^2 \mu_0 f n R_d^2} U \quad (3)$$

kde f je frekvence střídavého proudu procházejícího magnetizačními cívkami, n je počet závitů na detekční cívce, R_d je střední poloměr detekční cívky a μ_0 je permeabilita vakua.

Velikost intenzity magnetického pole budeme měřit při zapojení obvodu podle obrázku 1. Síťové napětí je zde transformováno na menší hodnotu pomocí transformátoru a do obvodu je zároveň zapojen variátor, který slouží ke stabilizaci proudu.



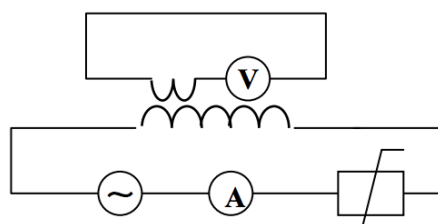
Obrázek 1: Schéma zapojení pro měření intenzity magnetického pole sousých kruhových cívek [1]

Podobně můžeme určit intenzitu magnetického pole na ose solenoidu. Vektor intenzity magnetického pole \mathbf{H} zde opět bude mířit podél osy a pro jeho velikost bude platit [1]

$$H = \frac{NI}{2l} \left(\frac{\frac{l}{2} - x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2} - x\right)^2 + R^2}} + \frac{\frac{l}{2} + x}{\sqrt{\left(\frac{l}{2} + x\right)^2 + R^2}} \right) \quad (4)$$

kde l značí délku solenoidu, R jeho střední poloměr a x je vzdálenost na ose solenoidu měřena od jeho středu.

Solenoidem opět necháme procházet střídavý proud a budeme měřit efektivní napětí indukované na detekční cívce. Efektivní hodnotu intenzity magnetického pole H pak můžeme určit podle (3). Schéma zapojení obvodu je zobrazeno na obrázku 2.



Obrázek 2: Schéma měření magnetického pole v ose solenoidu s detekční cívkou [1]

3 Výsledky měření

Průběh intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových magnetizačních cívek jsem měřil při zapojení obvodu podle obrázku 1. V obvodu byl zapojen analogový ampérmetr s třídou přesnosti 0,2 a rozsahem 3 A. Změřil jsem tak efektivní hodnotu proudu $2I = (3,000 \pm 0,006)$ A. Cívkami tedy procházel proud $I = (1,500 \pm 0,003)$ A. Variátor proud stabilizoval, takže se hodnota I během měření neměnila. Frekvence proudu ze sítě je rovna $f = 50$ Hz, chybu určení frekvence σ_f zanedbávám.

Podle přiložených materiálů byl střední poloměr cívek roven $R = (10,4 \pm 0,1)$ cm, počet závitů $N = 100$, střední poloměr detekční cívky $R_d = (1,28 \pm 0,01)$ cm a její počet závitů $n = 1000$. Chyby určení středních poloměrů σ_R a σ_{R_d} nebyly uvedeny, takže jsem je musel odhadnout.

Pro tři různé vzdálenosti jsem pak proměřil velikost efektivní hodnoty indukovaného napětí na detekční cívce U v závislosti na její vzdálenosti od střední polohy mezi cívkami x .

Vzdálenosti středů cívek byly rovny $2a = 12, 18, 22$ cm. Poloha detekční cívky i polohy středů cívek byly odečítány z milimetrové stupnice, chyby těchto měření jsou tedy $\sigma_x = 1$ mm a $\sigma_a = 1$ mm.

Efektivní hodnota indukovaného napětí na detekční cívce byla měřena pomocí multimetru FLUKE 8808A. Chyba měření napětí σ_U byla určena z přesnosti měřicího přístroje, která je podle přiložených materiálů při použitím rozsahu 20 V rovna $\pm(0,015\%$ čtení $+ 0,05$ LSB). Použitý multimetr nebyl přesně kalibrován na nulovou hodnotu napětí, takže i bez připojení do obvodu ukazoval hodnotu $U_0 = 0,002$ V, která byla od změřených hodnot odečtena.

Velikost intenzity magnetického pole na ose cívek pak byla ze změřených hodnot vypočítána podle vzorce (3), kde jsem dosadil hodnotu $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Hm⁻¹, a chyba σ_H podle zákona šíření chyb [2]

$$\sigma_H = H \sqrt{\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{2\sigma_{R_d}}{R_d}\right)^2} \quad (5)$$

Změřené hodnoty polohy detekční cívky x a velikosti indukovaného napětí U společně s dopočítanými hodnotami velikosti intenzity magnetického pole H , σ_H jsou uvedeny v tabulkách 1, 2 a 3.

Tabulka 1: Průběh intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových cívek pro případ $2a = 12$ cm

a) souhlasný směr proudu				b) nesouhlasný směr proudu			
$\frac{x}{mm}$	$\frac{U}{mV}$	$\frac{H}{Am^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{Am^{-1}}$	$\frac{x}{mm}$	$\frac{U}{mV}$	$\frac{H}{Am^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{Am^{-1}}$
-30	191,4	942	15	-30	61,1	301	6
-25	191,2	941	15	-25	50,9	250	5
-20	190,8	939	15	-20	40,5	199	4
-15	190,2	936	15	-15	29,4	145	4
-10	190,0	935	15	-10	18,3	90	3
-5	189,9	935	15	-5	6,9	34	3
0	189,9	935	15	0	6,8	33	3
5	190,2	936	15	5	18,5	91	3
10	190,4	937	15	10	29,5	145	4
15	191,1	940	15	15	41,1	202	4
20	191,6	943	15	20	51,3	252	5
25	192,4	947	15	25	61,9	305	6
29	192,6	948	15	29	68,0	335	6

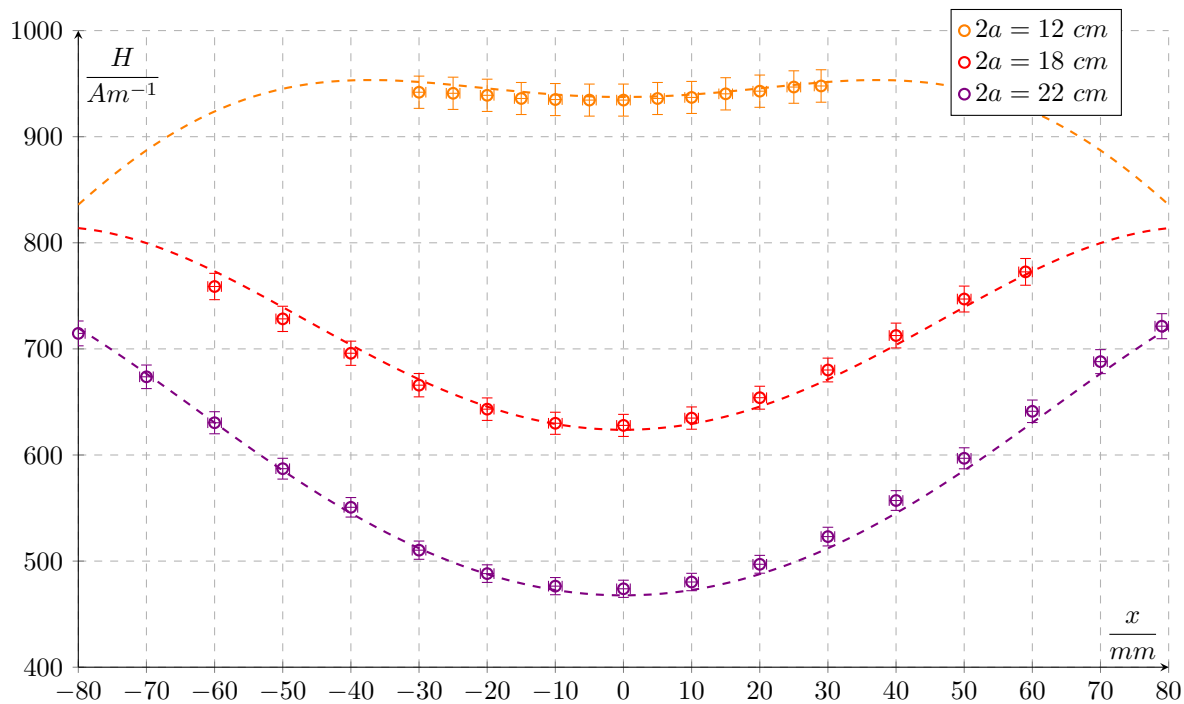
Tabulka 2: Průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových cívek pro případ $2a = 18 \text{ cm}$

a) souhlasný směr proudu				b) nesouhlasný směr proudu			
$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{\text{Am}^{-1}}$
-60	154,2	759	12	-60	97,7	481	8
-50	148,0	728	12	-50	83,1	409	7
-40	141,4	696	11	-40	67,1	330	6
-30	135,3	666	11	-30	49,7	245	5
-20	130,7	643	11	-20	32,5	160	4
-10	128,0	630	10	-10	14,3	70	3
0	127,6	628	10	0	5,5	27	3
10	129,0	635	10	10	22,9	113	3
20	132,9	654	11	20	41,0	202	4
30	138,2	680	11	30	58,5	288	5
40	144,8	713	12	40	75,5	372	7
50	151,8	747	12	50	91,7	451	8
59	157,0	773	13	59	103,5	509	9

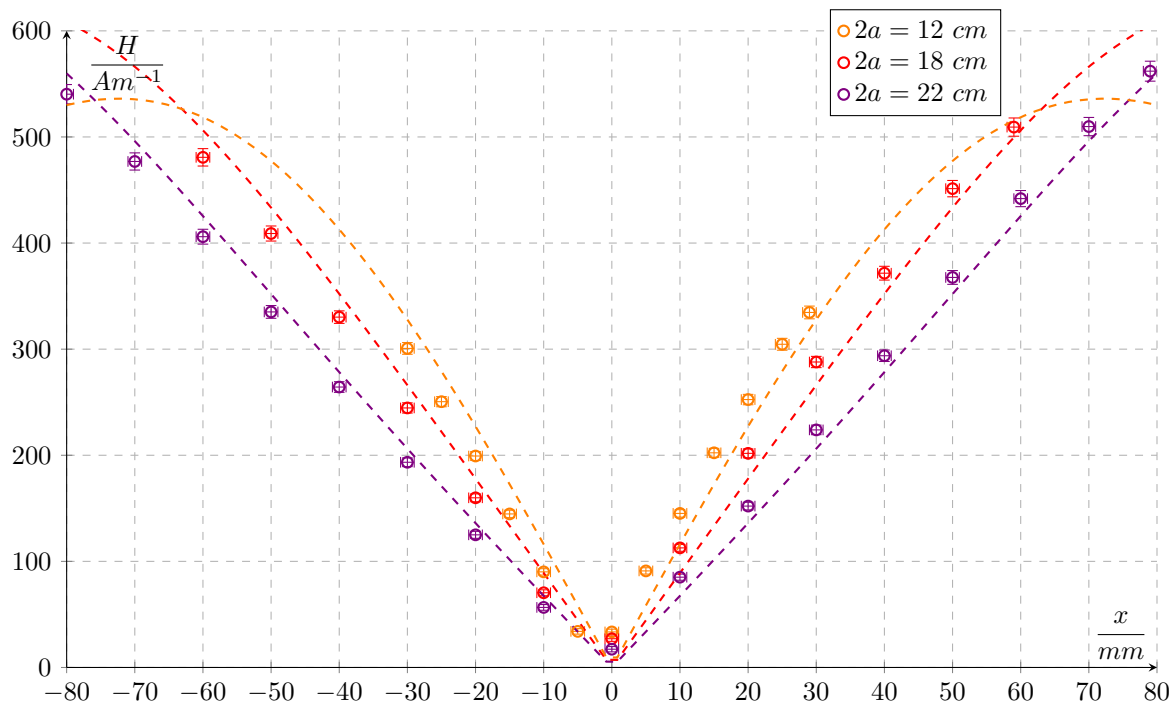
Tabulka 3: Průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových cívek pro případ $2a = 22 \text{ cm}$

a) souhlasný směr proudu				b) nesouhlasný směr proudu			
$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{\text{Am}^{-1}}$
-80	145,2	715	12	-80	109,8	540	9
-70	136,9	674	11	-70	96,9	477	8
-60	128,1	630	10	-60	82,5	406	7
-50	119,3	587	10	-50	68,1	335	6
-40	111,9	551	9	-40	53,7	264	5
-30	103,7	510	9	-30	39,3	193	4
-20	99,2	488	8	-20	25,4	125	3
-10	96,8	476	8	-10	11,5	57	3
0	96,3	474	8	0	3,5	17	3
10	97,6	480	8	10	17,3	85	3
20	101,0	497	8	20	30,9	152	4
30	106,3	523	9	30	45,5	224	4
40	113,2	557	9	40	59,7	294	5
50	121,3	597	10	50	74,7	368	6
60	130,3	641	11	60	89,8	442	8
70	139,8	688	11	70	103,6	510	9
79	146,6	721	12	79	114,2	562	9

Změřené hodnoty $H(x)$ pro souhlasný směr proudu zobrazuje graf 1 a pro nesouhlasný směr proudu graf 2. Do grafů byly kromě naměřených hodnot také zakresleny teoretické závislosti dané výrazem (2).



Graf 1: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek, souhlasný směr proudu

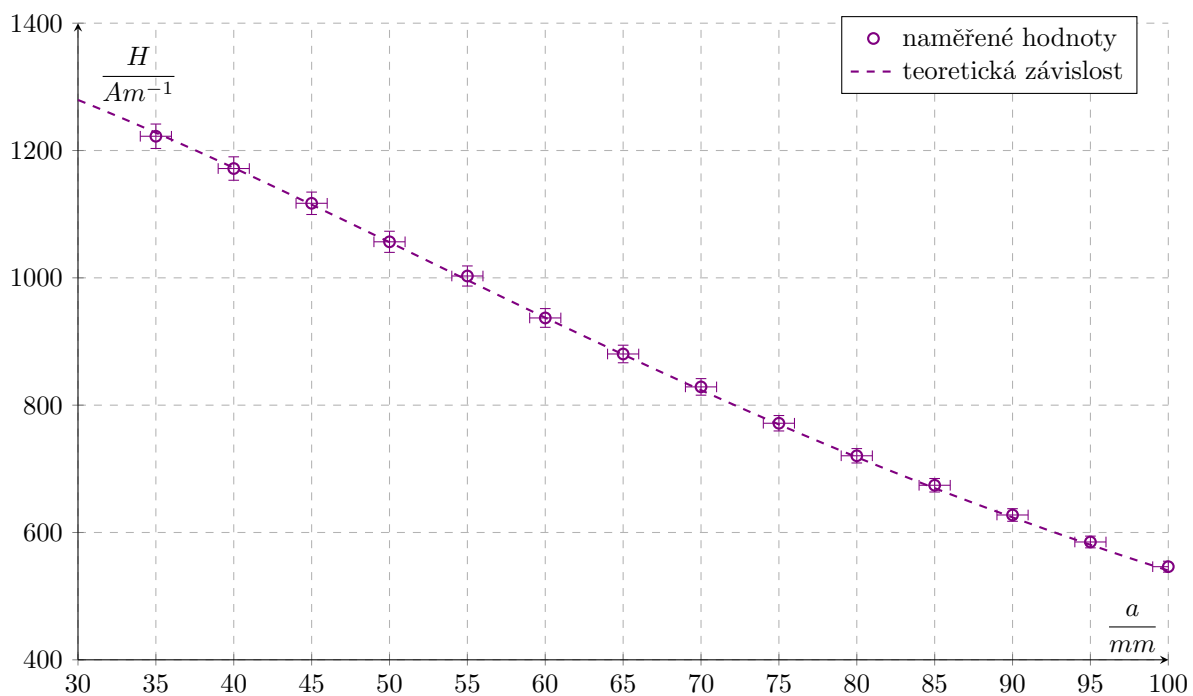


Graf 2: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek, nesouhlasný směr proudu

Při stejném zapojení obvodu jsem proměřil průběh intenzity magnetického pole H uprostřed mezi cívkami při proměnné vzdálenosti cívek $2a$. Hodnoty H , σ_H jsem určil stejným způsobem jako v předchozím měření. Naměřené hodnoty jsou uvedené v tabulce 4 a jsou také zobrazeny v grafu 3 společně s teoretickou závislostí danou (2). Proud v tomto případě procházel cívkami v souhlasném směru.

Tabulka 4: Intenzita magnetického pole uprostřed mezi cívkami při proměnné vzájemné vzdálenosti

$\frac{a}{mm}$	$\frac{U}{mV}$	$\frac{H}{Am^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{Am^{-1}}$
35	248,4	1222	19
40	238,1	1172	18
45	227,0	1117	18
50	214,7	1057	17
55	203,8	1003	16
60	190,4	937	15
65	178,9	880	14
70	168,4	829	13
75	156,8	772	12
80	146,4	720	11
85	137,0	674	11
90	127,5	627	10
95	118,9	585	9
100	111,0	546	9



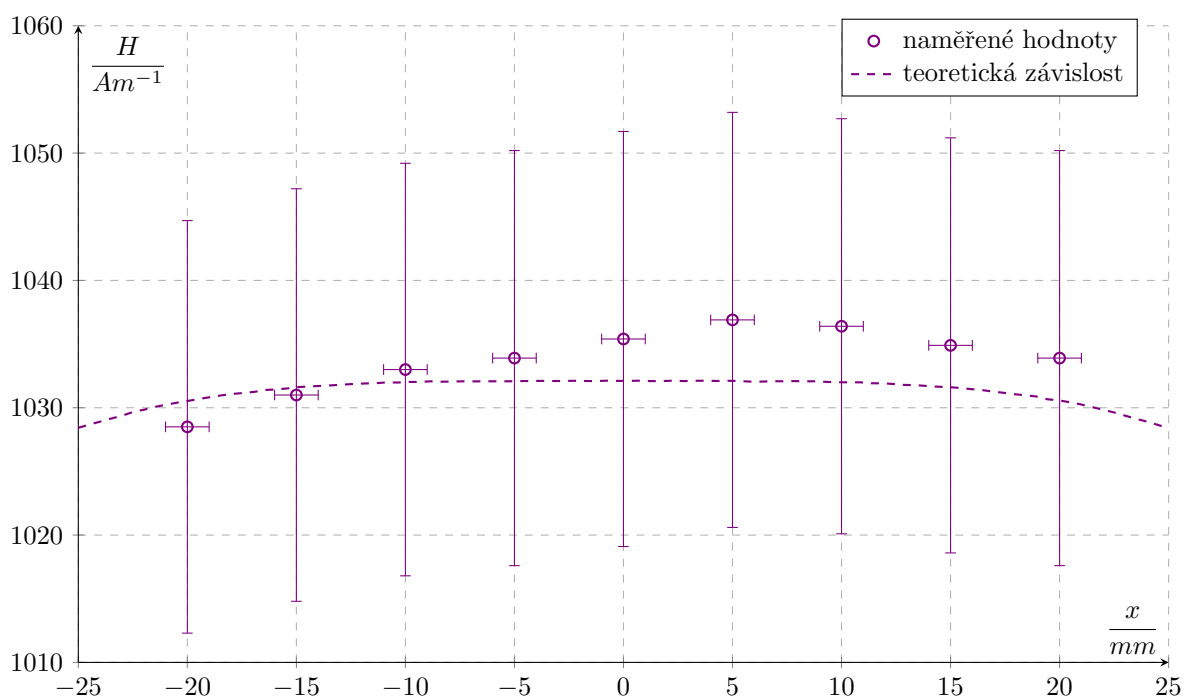
Graf 3: Intenzita magnetického pole uprostřed mezi cívkami při proměnné vzájemné vzdálenosti

Opět při stejném zapojení obvodu jsem proměřil velikost intenzity magnetického pole na ose cívek při Helmholtzově zapojení tedy pro případ, kdy platí $2a = R$. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 5 a zobrazeny v grafu 4 společně s teoretickou závislostí danou vztahem (2).

Experimentálně byla určena konstanta úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce k_e podle vzorce (3) na hodnotu $k_e = (4,92 \pm 0,08) \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$. Teoretická hodnota této konstanty byla určena ze vztahu (2) na hodnotu $k_t = (4,91 \pm 0,06) \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$.

Tabulka 5: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při Helmholtzově zapojení

$\frac{x}{\text{mm}}$	$\frac{U}{\text{mV}}$	$\frac{H}{\text{Am}^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{\text{Am}^{-1}}$
-20	209,0	1029	16
-15	209,5	1031	16
-10	209,9	1033	16
-5	210,1	1034	16
0	210,4	1035	16
5	210,7	1037	16
10	210,6	1036	16
15	210,3	1035	16
20	210,1	1034	16



Graf 4: Průběh intenzity magnetického pole na ose cívek při Helmholtzově zapojení

Obvod pro měření se solenoidem byl zapojen podle obrázku 2. Byl použit zdroj střídavého napětí 65 V se sítovou frekvencí $f = 50\text{ Hz}$. Odpor na reostatu byl nastaven tak, aby solenoidem procházel proud $0,5\text{ A}$.

Pro měření proudu byl použit analogový ampérmetr s třídou přesnosti 1,5 a rozsahem 500 mA . Proud procházející solenoidem tak byl určen na hodnotu $I = (500 \pm 8)\text{ mA}$.

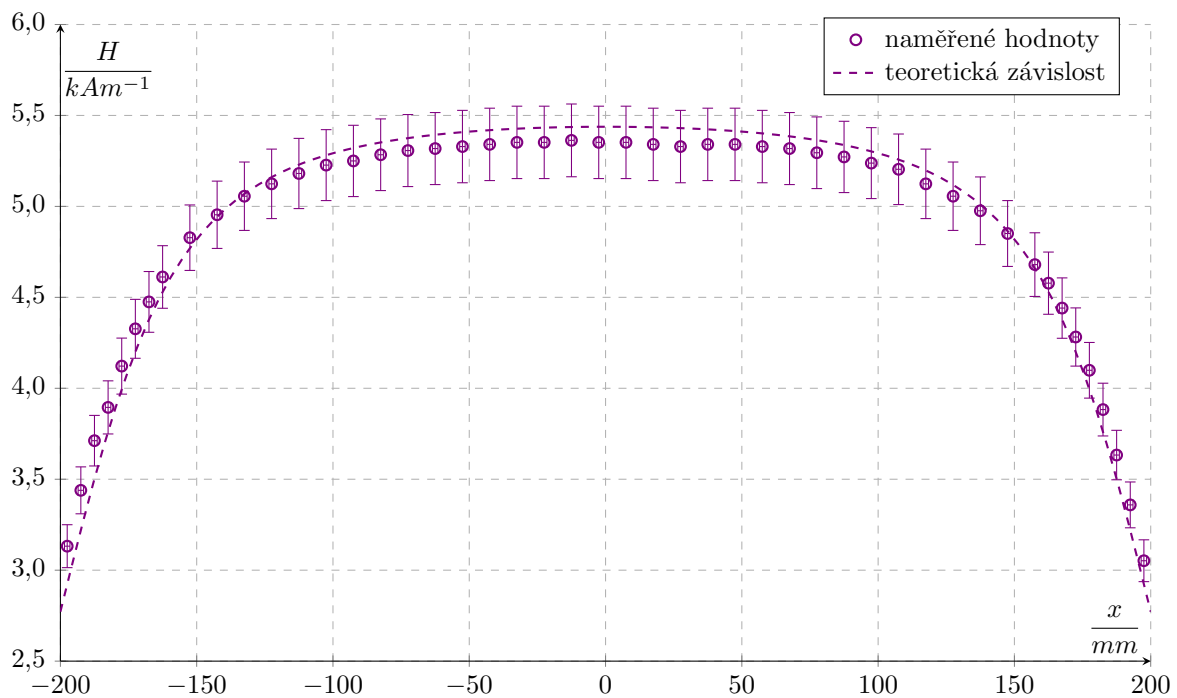
Měřil jsem se solenoidem S II. Podle přiložených materiálů byl počet závitů na solenoidu $N = 4464$, jeho délka $l = (400 \pm 1)\text{ mm}$ a střední poloměr $R = (4,60 \pm 0,05)\text{ cm}$. Detekční cívka měla střední poloměr $R_d = (6,0 \pm 0,1)\text{ mm}$ a $n = 200$ závitů. Chyby určení délky σ_l a poloměrů σ_R , σ_{R_d} nebyly v přiložených materiálech uvedeny, a tak jsem je musel odhadnout.

Napětí bylo měřeno stejným multimetrem jako v předchozích měření a podobně velikost intenzity magnetického pole byla určena ze vzorce (3) pouze byly dosazeny hodnoty pro danou detekční cívku.

Poloha detekční cívky byla měřena relativně. Na začátku měření byla zasunuta přibližně k jednomu konci solenoidu a pak postupně vytahována přes vnitřek solenoidu a na milimetrovém papíře bylo měřeno posunutí detekční cívky y vzhledem k počáteční poloze y_0 . Počáteční poloha detekční cívky byla určena na $y_0 = -(2,5 \pm 1)\text{ mm}$. Vzdálenost detekční cívky od středu solenoidu jsem pak vypočítal podle vzorce

$$x = (y + y_0) - \frac{l}{2} \quad (6)$$

Naměřené hodnoty jsou uvedené v tabulce 6 a v grafu 5. V grafu 5 je také zakreslen teoretický průběh velikosti intenzity magnetického pole na ose solenoidu v závislosti na vzdálenosti od středu $H(x)$ daný vztahem (4).



Graf 5: Průběh velikosti intenzity magnetického pole na ose solenoidu S II

Tabulka 6: Průběh velikosti intenzity magnetického pole na ose solenoidu S II

$\frac{x}{mm}$	$\frac{U}{mV}$	$\frac{H}{kAm^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{kAm^{-1}}$	$\frac{x}{mm}$	$\frac{U}{mV}$	$\frac{H}{kAm^{-1}}$	$\frac{\sigma_H}{kAm^{-1}}$
-202,5	24,7	2,8	0,1	7,5	47,0	5,4	0,2
-197,5	27,5	3,1	0,1	17,5	46,9	5,3	0,2
-192,5	30,2	3,4	0,1	27,5	46,8	5,3	0,2
-187,5	32,6	3,7	0,1	37,5	46,9	5,3	0,2
-182,5	34,2	3,9	0,1	47,5	46,9	5,3	0,2
-177,5	36,2	4,1	0,2	57,5	46,8	5,3	0,2
-172,5	38,0	4,3	0,2	67,5	46,7	5,3	0,2
-167,5	39,3	4,5	0,2	77,5	46,5	5,3	0,2
-162,5	40,5	4,6	0,2	87,5	46,3	5,3	0,2
-152,5	42,4	4,8	0,2	97,5	46,0	5,2	0,2
-142,5	43,5	5,0	0,2	107,5	45,7	5,2	0,2
-132,5	44,4	5,1	0,2	117,5	45,0	5,1	0,2
-122,5	45,0	5,1	0,2	127,5	44,4	5,1	0,2
-112,5	45,5	5,2	0,2	137,5	43,7	5,0	0,2
-102,5	45,9	5,2	0,2	147,5	42,6	4,9	0,2
-92,5	46,1	5,2	0,2	157,5	41,1	4,7	0,2
-82,5	46,4	5,3	0,2	162,5	40,2	4,6	0,2
-72,5	46,6	5,3	0,2	167,5	39,0	4,4	0,2
-62,5	46,7	5,3	0,2	172,5	37,6	4,3	0,2
-52,5	46,8	5,3	0,2	177,5	36,0	4,1	0,2
-42,5	46,9	5,3	0,2	182,5	34,1	3,9	0,1
-32,5	47,0	5,4	0,2	187,5	31,9	3,6	0,1
-22,5	47,0	5,4	0,2	192,5	29,5	3,4	0,1
-12,5	47,1	5,4	0,2	197,5	26,8	3,1	0,1
-2,5	47,0	5,4	0,2	-	-	-	-

4 Diskuse

Magnetizační cívky použité při měření nebyly zcela shodné, což se projevilo v naměřených hodnotách intenzity magnetického pole - z grafu 2 můžeme vidět, že pro kladné hodnoty x byla naměřena větší hodnota H než odpovídá teorii a pro záporné hodnoty x byla naměřena naopak menší hodnota H . Podobná tendence je vidět i v grafu 1 a 4. Je tedy zřejmé, že jedna z magnetizačních cívek generovala o něco větší pole než druhá cívka, což vysvětluje pozorované odchylky od teoretických předpokladů.

Odchylka naměřených hodnot od teoretických hodnot mohla být také částečně způsobena použitými aproximacemi. Rozměry závitů magnetizačních cívek jsme považovali za zanedbatelné, ovšem délka vinutí cívky byla řádově 1 cm a její poloměr řádově 10 cm, takže vzorec (1) nemusí platit zcela přesně. Dále jsme při výpočtu velikosti intenzity magnetické indukce vzorcem (3) předpokládali, že velikost magnetizačního indukčního toku je stejný pro všechny závity detekční cívky, jelikož však má detekční cívka konečnou délku, tak tento předpoklad neplatí přesně. Předpokládám však, že chyba způsobená použitými aproximacemi je zanedbatelná, především vůči systematické chybě způsobené rozdíly mezi použitými cívkami.

Velký vliv na určení přesnosti měření měl odhad přesnosti parametrů cívek a solenoidu, které jsem musel odhadnout, jelikož nebyly v příložených materiálech uvedeny. Především určení chyby středního poloměru detekčních cívek bude mít značný vliv na určení chyby σ_H , neboť se ve vzorci (3) vyskytuje ve druhé mocnině. Je možné, že jsem tuto chybu σ_{R_d} podcenil a to by znamenalo, že chyba určení σ_H bude větší než hodnoty uvedené ve výsledcích měření.

Při měření se solenoidem se značně projevila chyba měření napětí σ_U , neboť jsem měřil na rozsahu 20 V a měřená hodnota napětí se pohybovala kolem 0,04 V. To vedlo k velké chybě určení intenzity σ_H , jak je patrné z tabulky 6 a grafu 5. Pro větší přesnost by bylo třeba použít multimetr, který dokáže měřit na menším rozsahu.

Naměřené hodnoty intenzity magnetického pole pro magnetizační cívky se v rámci chyby měření s přihlédnutím k systematické chybě způsobené odlišnostmi mezi cívkami shoduje s teoretickými hodnotami, jak je patrné z grafů 1, 2, 3 a 4.

Konstanta úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukované na detekční cívce určená experimentálně při Helmholtzově zapojení na hodnotu $k_e = (4,92 \pm 0,08) \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$ se v rámci přesnosti měření shoduje s teoretickou hodnotou $k_t = (4,91 \pm 0,06) \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$.

Pro solenoid můžeme z grafu 5 vidět, že teoretická hodnota je větší než naměřená hodnota uprostřed solenoidu a menší na krajích solenoidu. Výsledky se však v rámci chyby shodují a případná odlišnost mohla být velmi dobře způsobena trochu jinou hodnotou parametrů solenoidu, či použité detekční cívky než té, která byla uvedena v příložených materiálech. Především mohl hrát roli střední poloměr detekční cívky, který známe pouze na jednu platnou číslici. Teoretická závislost uvedená v grafu 5 je také počítána ze vzorce (4), který počítá pouze se střední hodnotou poloměru vinutí solenoidu a neplatí tak zcela přesně. Jelikož je však chyba určení σ_H značná, tak nebylo potřeba počítat s přesnou teoretickou závislostí $H(x)$, která má pro vícevrstevnaté vinutí solenoidu poměrně komplikovaný tvar.

5 Závěr

Byl proměřen průběh velikosti intenzity magnetického pole na ose sousých kruhových cívek při různých vzdálenostech cívek a při souhlasném i nesouhlasném průchodu proudu. Naměřené hodnoty se v rámci přesnosti měření shodovaly s teoretickými hodnotami.

Při Helmholtzově zapojení cívek bylo pole na ose skutečně v rámci chyby měření homogenní a konstanta úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukované na detekční cívce byla experimentálně určena na hodnotu $k_e = (4,92 \pm 0,08) \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}\text{V}^{-1}$, která se shodovala s teoretickou hodnotou.

Intenzita magnetického pole byla proměřena také na ose solenoidu a nebyly pozorovány výrazné odchylky od teoretických předpokladů.

6 Seznam použité literatury

- [1] Měření intenzity magnetického pole sousých kruhových cívek a solenoidu. Fyzikální praktikum. [online]. [cit. 07-12-2018]. https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_223.pdf
- [2] English, Jiří. Úvod do praktické fyziky I. 1. vyd. Praha: MATFYYPRESS, 2006, 145 s.