

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM II.

úloha č. 23.....

Název: Měření intenzity magnetického pole souosých kruhových cívek.....

Pracoval: Jakub Michálek..... stud. skup. 12..... dne: 6. listopadu 2009.....

Odevzdal dne: 20. listopadu 2009.....

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
	max. 20	

Posuzoval:..... dne

Pracovní úkoly

1. Změřte průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových magnetizačních cívek
 - (a) v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm,
 - (b) v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek.
2. Změřte intenzitu magnetického pole uprostřed mezi souosými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
3. Přesvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možností homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívice a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
4. Proměřte průběh intenzity magnetického pole na ose solenoidu.
5. Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

1 Teorie

1.1 Zpracování

Při výpočtu chyb odvozených veličin užívám Gaussův vzorec,

$$\Delta f(x_i) = \sqrt{\left(\sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2}, \quad (1)$$

v němž značím Δ absolutní chyby (kvadratický součet statistické chyby a chyby měřidla); dále značím δ relativní chyby. Gaussův vztah platí pro nekorelované veličiny.

U digitálních přístrojů počítám chybu způsobem uvedeným v návodu, u ručičkových přístrojů předpokládám rovnoměrné rozdělení, a přístroji s třídou přesnosti p připisuji směrodatnou chybu σ . Třída přesnosti udává maximální chybu u z rozsahu v procentech; za předpokladu rovnoměrného rozdělení uvádí [2] směrodatnou chybu $\sigma = \frac{u}{\sqrt{3}}$.

1.2 Detekční cívka

Pro měření magnetické intenzity uijeme detekční cívku, na které se díky střídavému proudu a tudíž střídavému magnetickému poli indukuje napětí. Skripta [1] odvozují pro konstantu úměrnosti mezi efektivní hodnotou magnetického pole H a efektivní hodnotou napětí U

$$H = kU, \quad k = \frac{1}{\mu_0 \omega n S} = \frac{1}{2\pi^2 \mu_0 f n r^2}, \quad (2)$$

kde S značí průřez cívky, r poloměr, n počet závitů, ω úhlovou frekvenci proudu a μ_0 permeabilitu vakua.

1.3 Magnetické pole sousých cívek

Podle [1, s. 143] lze pro intenzitu magnetického pole na ose mezi dvěma cívkami odvodit vztah

$$H = \frac{1}{2} N I R^2 \left[(R^2 + (a+x)^2)^{-3/2} \pm (R^2 + (a-x)^2)^{-3/2} \right] \quad (3)$$

pro stejnou resp. opačnou orientaci proudu ve vodiči, kde N značí počet závitů každé z cívek, R jejich poloměr, $2a$ vzdálenost mezi cívkami, I proud cívkami a x okamžitou polohu na rotační ose souměrnosti. Pokud ji neměříme od středu vzdálenosti mezi cívkami, musíme provést záměnu $x \mapsto x+s$, v níž s značí vzdálenost od středu, která by ideálně měla být $s=0$. Magnetické pole budeme měřit detekční cívkou umístěnou na ose; díky toku magnetického pole se na ní bude indukovat napětí úměrné magnetickému poli

$$U \sim H. \quad (4)$$

Speciálně, pokud bereme $x=0$, dostáváme vztah

$$H(a) = N I R^2 (R^2 + a^2)^{-3/2} \quad (5)$$

Speciálně, pokud bereme $R=2a$, dostáváme vztah

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{N I}{R}. \quad (6)$$

Pro solenoid uvádí tabulka u úlohy vztah pro intenzitu magnetického pole H v závislosti na poloze vůči středu solenoidu x

$$H(x) = \frac{N I}{2l(r_2 - r_1)} \left[\left(\frac{l}{2} + x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2}} + \left(\frac{l}{2} - x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} - x \right)^2}} \right] \quad (7)$$

2 Výsledky měření

Ampérmetr pro měření proudu vzorkem byl třídy přesnosti 0,2 a všechna měření v tomto úkolu probíhala na stupnici o rozsahu 5 A, takže chyba činí $\sigma = 0,01$ A. Mimo to nutno přičíst chybu nejmenšího dílku, která činí 0,02 A a tedy převažuje.

V režimu **voltmetru** jsem používal digitální multimetr, který má při střídavém napětí chybu 2,5 % z hodnoty a 10 na posledním digitu při měření souhlasné orientace proudu a 0,8 % z hodnoty a 10 digitů při opačné orientaci (menší rozsah).

U měření vzdáleností počítám s chybou jednoho dílku.

2.1 Detekční cívka

V návodu k úloze [1] jsem zjistil údaje $n = (1000 \pm 1)$, $r = (1,28 \pm 0,01)$ cm, které po dosazení $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H m⁻¹ a $f = (50,0 \pm 0,5)$ Hz dávají podle (2) hodnotu s chybou vypočtenou podle (1)

$$k = (4920 \pm 90) \frac{\text{A}}{\text{V m}}.$$

2.2 Závislost magnetické intenzity na poloze

Výsledky měření magnetické intenzity v závislosti na poloze pro různé vzdálenosti cívek a pro souhlasnou nebo opačnou orientaci proudu shrnuje tab. 1. Výsledky jsem přehledně vynesl do grafů na obr. 1 a 2. Ve výsledcích se ukázalo, že excentricita $s = (0,001 \pm 0,009)$ cm je zanedbatelná.

Program gnuplot, který používá k fitování metodu nejmenších čtverců, získal z fitu funkce (3) údaje v tab. 2.

2.3 Měření magnetického pole uprostřed

Výsledky měření magnetické intenzity uprostřed na ose s proudem se souhlasnou orientací jsem vynesl do tab. 3 a graf na obr. 3.

Program gnuplot získal z fitu funkce (3) údaje

$$\begin{aligned} R &= (10,74 \pm 0,01) \text{ cm} \\ NIR^2 &= (1,771 \pm 0,005) \text{ Am}^2 \end{aligned}$$

poloha x [cm]	H [A/m] při souhlasné orientaci	H [A/m] při opačné orientaci
$a = 6$ cm		
3,0	968	324
2,0	962	219
1,0	957	112
0,0	953	15
-1,0	954	121
-2,0	956	226
-2,9	959	314
$a = 8$ cm		
5,0	832	458
4,0	802	381
3,0	777	294
2,0	754	198
1,0	739	99
0,0	734	15
-1,0	739	106
-2,0	752	198
-3,0	774	292
-4,0	798	379
-4,9	819	446
$a = 10$ cm		
7,0	753	533
6,0	715	462
5,0	674	391
4,0	637	308
3,0	604	232
2,0	579	155
1,0	564	78
0,0	558	14
-1,0	563	88
-2,0	580	162
-3,0	606	243
-4,0	637	319
-5,0	674	397
-6,0	714	471
-6,8	744	525

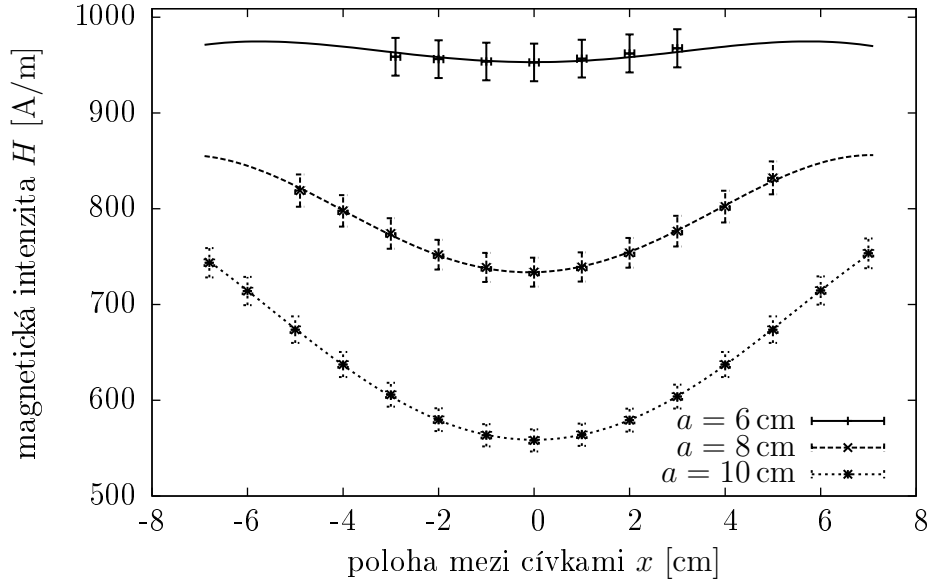
Tabulka 1: Závislost magnetické intenzity na poloze pro různé vzdálenosti cívek. Relativní chyba všech výsledků jsou 2 %.

a [m]	souhlasný směr		opačný směr	
	R [cm]	$\frac{1}{2}NIR^2$ [Am ²]	R [cm]	$\frac{1}{2}NIR^2$ [10 ² Am ²]
6	14 ± 3	$2,4 \pm 1,7$	10,5*	0,89*
8	$10,7 \pm 0,4$	$0,88 \pm 0,02$	10,9*	0,89*
10	$10,70 \pm 0,08$	$0,88 \pm 0,02$	10,87*	0,89*

Tabulka 2: Fitovaná závislost (3) na změřené intenzity. U veličin označených hvězdičkou vrátil program nesmyslně vysoké hodnoty pro chybu, takže ji nevypisují.

vzdálenost a [cm]	H [A/m]
3,5	1228
4,0	1178
4,5	1120
5,0	1062
5,5	1007
6,0	948
6,5	895
7,0	838
7,5	788
8,0	737
8,5	688
9,0	644
9,5	600
10,0	561

Tabulka 3: Závislost magnetické intenzity uprostřed mezi cívkami na vzdálenosti a . Relativní chyba všech výsledků jsou 2 %.



Obrázek 1: Napětí v detekční cívce v závislosti na její poloze mezi cívkami vzdálenými $2a$ pro souhlasnou orientaci proudu v cívkách. Závislosti jsem proložil teoretickými závislostmi podle (3).

2.4 Měření Helmholtzových cívek

Dosazením do (6) vychází očekávaná intenzita magnetického pole pro $N = 100$, $2I = (2,98 \pm 0,02)$ A

$$H = (1025 \pm 7) \text{ A m}^{-1}.$$

Výsledky měření magnetické intenzity shrnuje tabulka (4). Z naměřených hodnot $U = (211,0 \pm 0,1)$ mV jsem stanovil konstantu úměrnosti

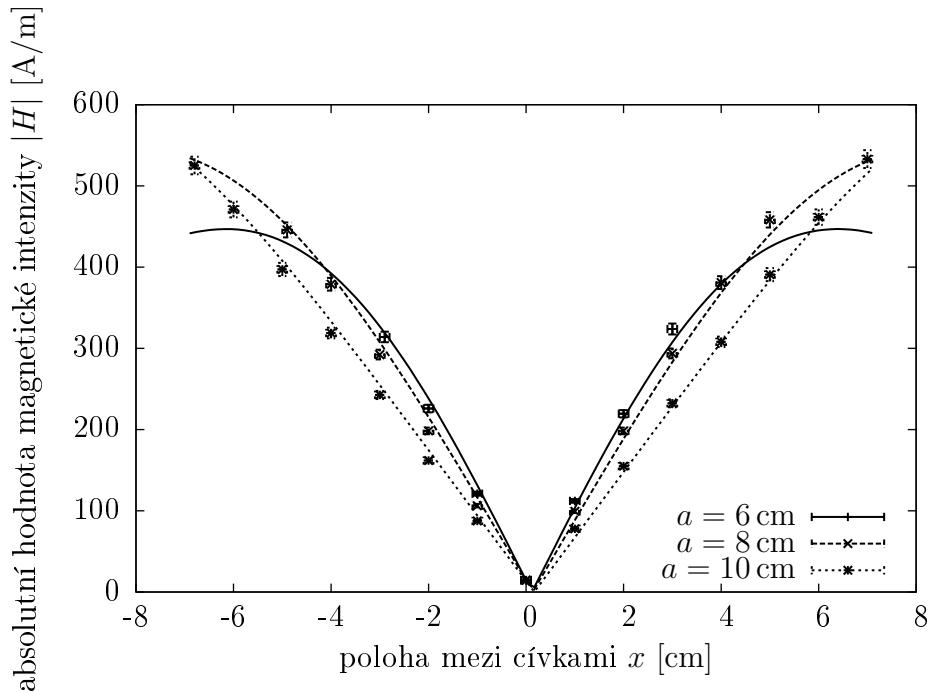
$$k = (4860 \pm 30) \frac{\text{A}}{\text{V m}}.$$

2.5 Solenoid

Při měření se používala detekční cívka s $n = 370$ závitů a $r = 7$ mm, pro niž $k' = (44,4 \pm 0,9) \text{ kA V}^{-1} \text{ m}^{-1}$. Výsledky měření magnetické intenzity shrnuje tab. 5 a obr. (4), kterým jsem proložil fit teoretické závislosti (7).

Program gnuplot získal z fitu funkce hodnotu

$$A = \frac{NI}{2l(r_2 - r_1)} = (87,3 \pm 0,1) \text{ kA/m}^2. \quad (8)$$



Obrázek 2: Napětí v detekční cívce v závislosti na její poloze mezi cívkami vzdálenými $2a$ pro opačnou orientaci proudu v cívkách. Závislosti jsem proložil teoretickými závislostmi podle (3).

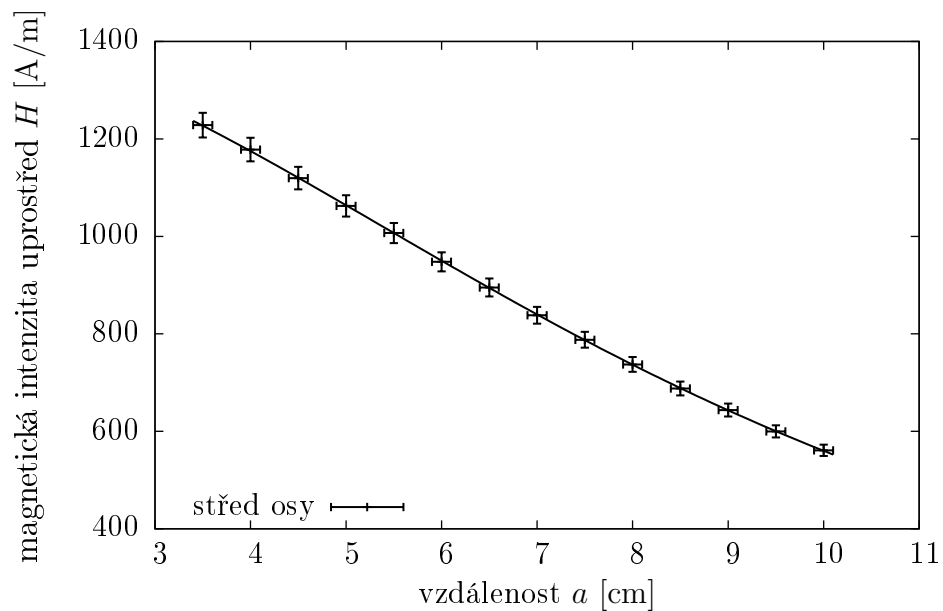
3 Diskuse

3.1 Detekční cívka

Nepřesnost výpočtu konstanty úměrnosti k je poměrně vysoká a vyplývá především z chyby poloměru, kterou jsem nemohl ovlivnit, a který se ve vzorci (2) vyskytuje ve druhé mocnině.

3.2 Závislost magnetické intenzity na poloze

Původně jsem se domníval, že magnetické pole není přesně vystředováno kvůli pootočeným cívkám. Fitováním excentricity $s = (0,001 \pm 0,009)$ cm jsem tuto domněnku vyvrátil. Tab. 2 ukazuje, že fitované hodnoty poloměru jsou vyšší než udávaná hodnota $R = 10,4$ cm, nicméně v rámci chyby měření. Fitovací chyby při opačné orientaci proudu jsou problematické, protože metoda nejmenších čtverců a způsob určování chyb `gnuplotem` nejsou pro úlohu vhodné. Pro veličinu $\frac{1}{2}NIR^2 = (0,81 \pm 0,2)$ Am², zatímco jsem naměřil hodnotu $(0,88 \pm 0,02)$ Am², takže výsledky se liší o víc než tři směrodatné odchylky, což značí systematickou chybu měření. Ta může spočívat ve fitování, ovlivňování sledovaného magnetického pole detekční cívkou, naklonění cívek a zanedbané



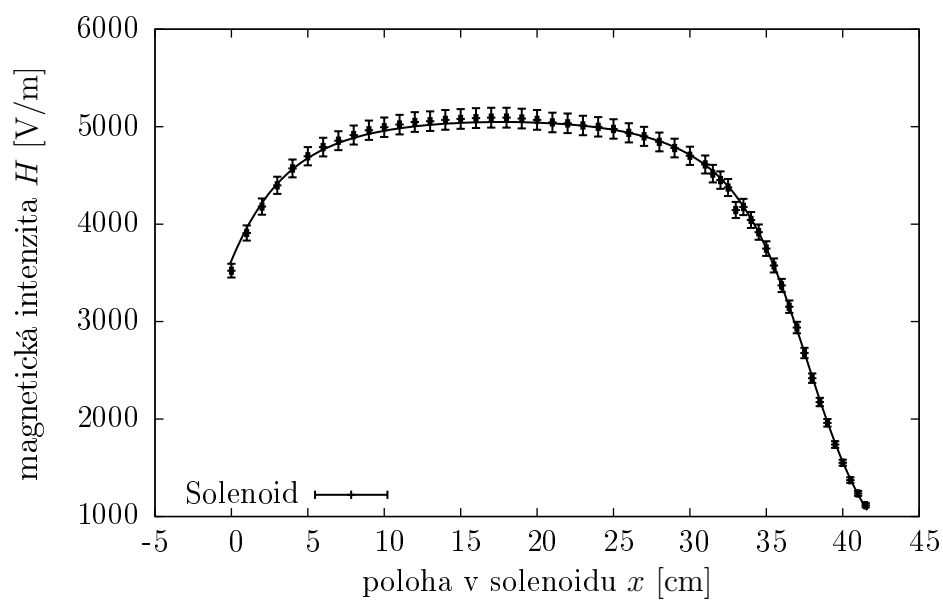
Obrázek 3: Závislost magnetické intenzity uprostřed mezi cívkami na vzdálenosti a proložená teoretickou závislostí (5).

poloha x [cm]	H [A/m]
2,5	1040
2,0	1040
1,5	1040
1,0	1040
0,5	1040
0,0	1040
-0,5	1040
-1,0	1040
-1,5	1040
-2,0	1030
-2,2	1030

Tabulka 4: Závislost magnetické intenzity uprostřed mezi cívkami v Helmholtzově zapojení na poloze x . Absolutní chyba všech výsledků činí 20 A/m, proto zaokrouhluji na desítky.

poloha x	intenzita H [A/m]	poloha x	intenzita H [A/m]
0,0	3522	24,0	4999
1,0	3909	25,0	4976
2,0	4180	26,0	4936
3,0	4398	27,0	4901
4,0	4572	28,0	4843
5,0	4696	29,0	4781
6,0	4790	30,0	4701
7,0	4856	31,0	4612
8,0	4914	31,5	4518
9,0	4963	32,0	4452
10,0	4994	32,5	4376
11,0	5021	33,0	4145
12,0	5048	33,5	4176
13,0	5057	34,0	4043
14,0	5070	34,5	3918
15,0	5079	35,0	3749
16,0	5088	35,5	3576
17,0	5092	36,0	3371
18,0	5092	36,5	3153
19,0	5083	37,0	2940
20,0	5070	37,5	2677
21,0	5043	38,0	2419
22,0	5034	38,5	2175
23,0	5012	39,0	1961
39,5	1739	41,0	1236
40,0	1552	41,5	1116
40,5	1374		

Tabulka 5: Závislost magnetické intenzity na poloze na ose solenoidu x . Relativní chyba všech výsledků jsou 2 %.



Obrázek 4: Závislost magnetické intenzity na poloze na ose solenoidu proložená závislostí, která je uvedena u úlohy. Při fitování jsem získal parametr posunu $s = (-17,67 \pm 0,01)$ cm a parametr $A = (87,3 \pm 0,1)$ kA/m², kterým je pronásobena celá závislost. Teorie pro něj předvídá hodnotu $A = \frac{NI}{2l(r_2 - r_1)} = (87,2 \pm 1,5)$ kA/m².

délce cívek.

3.3 Měření magnetického pole uprostřed

Při měření magnetického pole uprostřed vychází střední hodnota poloměru $R = (10,74 \pm 0,01)$ cm, což je opět více než očekávaných $R = (10,4 \pm 0,1)$ cm. Může to být způsobeno tím, že středování se má ve skutečnosti provádět jinak než jako průměr vnějšího a vnitřního poloměru. Druhá hodnota fitu $NI R^2 = (1,771 \pm 0,005)$ Am² se liší od teoretické hodnoty $(1,61 \pm 0,05)$ Am² o 2 směrodatné odchylky a lze není nutno ji považovat za hrubou chybu; ostatní důvody nepřesnosti jsou podobné jako v předchozím úkolu.

3.4 Měření Helmholtzových cívek

Jak vyplývá z tab. 6, pole uprostřed cívky je skutečně téměř homogenní. Změřená hodnota konstanty úměrnosti $k = (4860 \pm 30) \frac{\text{A}}{\text{V}_m}$ se od teoretické hodnoty $k = (4920 \pm 90) \frac{\text{A}}{\text{V}_m}$ liší o méně než jednu směrodatnou odchylku a lze tedy shrnout, že se v rámci chyby shodují.

3.5 Solenoid

Měřený solenoid měla parametry $N = 4204$ závitů, $r_1 = 4$ cm, $r_2 = 7$ cm, $l = 0,4$ m, kterým odpovídá z (8) hodnota parametru $A = (87,2 \pm 1,5)$ kA/m². S nařizovanou hodnotou $(87,3 \pm 0,1)$ kA/m² se vypočtená hodnota dobře shoduje. Měření drobně ovlivňuje detekční cívka a nepřesnosti na solenoidu.

4 Závěr

Změřil jsem průběh závislosti magnetického pole na poloze na ose (obr. 1, 2), kde jsou změřené hodnoty magnetického pole vyšší než teoretické. Dále jsem změřil závislost magnetického pole při shodné orientaci proudu v závislosti na vzdálenosti cívek (obr. 3) a ověřil jsem homogenní pole při Helmholtzově zapojení. Konstanta úměrnosti mezi napětím na detekční cívce a magnetickou intenzitou $k = (4860 \pm 30) \frac{\text{A}}{\text{V}_m}$ odpovídá teoretické hodnotě. U solenoidu jsem vynesl závislost na obr. 4 a měření dobře odpovídá teorii.

Reference

- [1] Bakule, R.; Šternberk, J.: *Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989.

- [2] English, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. 1999. Dostupný na <http://physics.mff.cuni.cz/to.en/vyuka/zfp/mereni.pdf> (přístup 16. října 2009).