

Pracovní úkoly

1. Změřte závislost výchylky magnetometru na proudu protékajícím cívkou. Měření proved'te pro obě cívky a různé počty závitů (5 a 10).
2. Výsledky měření znázorněte graficky.
3. Diskutujte výsledky měření z hlediska platnosti Biot-Savartova zákona.
4. Změřte direkční moment vlákna metodou torzních kmitů.
5. Určete magnetický moment magnetu užívaného při měření (v Coulombových i Ampérových jednotkách).

Teoretická část

Na magnetický dipól vložený do homogenního magnetického pole o intenzitě H tak, že osa dipólu svírá se směrem intenzity úhel blízký $\pi/2$, působí silový moment

$$M = pH. \quad (1)$$

Při měření na torzním magnetometru považujeme za dipól malý magnet, který je zavěšený na napjatém kovovém lanku. Zkroucením se vyvolá direkční silový moment a v rovnovážné poloze bude platit

$$H = \alpha D/p, \quad (2)$$

kde D je direkční moment a α je rovnovážná výchylka. Magnetické pole ve středu kruhové cívky o poloměru r , počtu závitů N a protékané proudem I působí intenzitou

$$H = NI/2r, \quad (3)$$

což je důsledek Biot-Savartova zákona.¹

Pro magnet ve středu cívky dostáváme chování popsané vzorcem

$$\alpha = \frac{Np}{2rD} I. \quad (4)$$

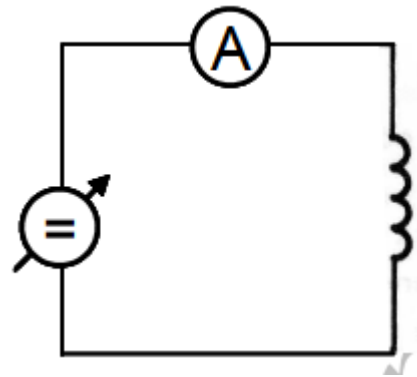
Direkční moment vlákna určíme metodou torzních kmitů, pro těleso o známém momentu setrvačnosti J zavěšeném na vlákně, jehož direkční moment zjišťujeme, platí

$$D = \frac{4\pi^2 J}{T^2}, \quad (5)$$

kde T je doba torzního kmitu.¹

Pro vztah mezi Coulombovými jednotkami a Ampérovými jednotkami magnetického momentu platí

$$p_C = \mu_0 p_A. \quad (6)$$



Obrázek 1. Zapojení cívky

Výsledky měření

Direkční moment vlákna

Direkční moment vlákna byl určen pomocí metody torzních kmitů, měřila se třikrát doba 40 kmitů 40T kovové tyčky. Reakční dobu odhaduji jako 0,2 s, což má mnohem vyšší vliv, než přesnost použitých stopek. Reakční doba se projevila celkem dvakrát, chyba měření je tedy podle zákona přenosu chyb $\sigma_{40T} = 0,3$ s.

Tabulka 1. Naměřené hodnoty 40T

| 40T [s] |
|---------|
| 161,5 |
| 161,4 |
| 161,3 |

Moment setrvačnosti měřené tyčky byl zadán jako $J = 2,72 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Doba jednoho kmitu byla dopočtena $T = (4,036 \pm 0,008) \text{ s}$. Direkční moment byl dopočten podle (5) jako $D = (6,59 \pm 0,03) \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$, chyba byla určena přenosem chyby veličiny T^2 , tedy jako dvojnásobek relativní chyby T .

Měření na magnetometru

Jako zdroj magnetického pole byly použity cívky, měření bylo provedeno s cívkami o průměrech $d_m = (20,3 \pm 0,2) \text{ cm}$ a $d_v = (40,3 \pm 0,1) \text{ cm}$ pro počty závitů $N = 10$ a $N = 5$. Magnet byl umístěn do napnutého závěsu ve středu cívky (ale ne přímo v rovině cívky). Proud procházející cívkou byl měřen na analogovém ampérmetru třídy přesnosti 0,2 s rozsahem 7,5 A. Výchylka byla měřena pomocí zrcátka a škály, pro výchylku od rovnovážné polohy platí $\alpha = \frac{\Delta x}{2l}$, kde Δx je výchylka od rovnovážné polohy na škále a $l = (130 \pm 1) \text{ cm}$ je vzdálenost škály od zrcátka. Výchylka je určena s odhadnutou chybou $\sigma_{\Delta x} = 0,3 \text{ cm}$.

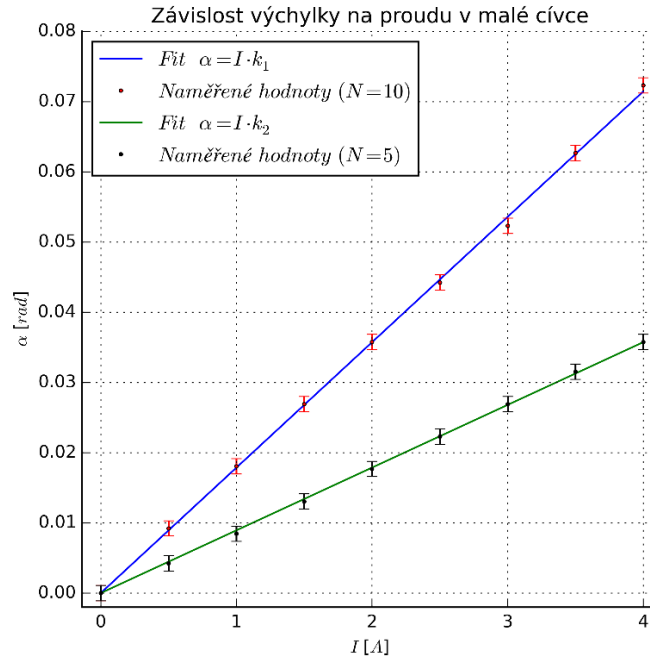
Tabulka 2. Hodnoty výchylek od rovnovážné polohy v závislosti na proudu. Hodnoty úhlů jsou v radiánech. M představuje hodnoty pro malou cívku (o průměru d_m), V pro velkou cívku (průměr d_v) a číslem je označen počet závitů.

| I [A] | α_{M10} | $\sigma_{\alpha M10}$ | α_{M5} | $\sigma_{\alpha M5}$ | α_{V10} | $\sigma_{\alpha V10}$ | α_{V5} | $\sigma_{\alpha V5}$ |
|-------|----------------|-----------------------|---------------|----------------------|----------------|-----------------------|---------------|----------------------|
| 0,0 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 |
| 0,5 | 0,009 | 0,001 | 0,004 | 0,001 | 0,004 | 0,001 | 0,002 | 0,001 |
| 1,0 | 0,018 | 0,001 | 0,008 | 0,001 | 0,009 | 0,001 | 0,004 | 0,001 |
| 1,5 | 0,027 | 0,001 | 0,013 | 0,001 | 0,013 | 0,001 | 0,006 | 0,001 |
| 2,0 | 0,036 | 0,001 | 0,018 | 0,001 | 0,018 | 0,001 | 0,009 | 0,001 |
| 2,5 | 0,044 | 0,001 | 0,022 | 0,001 | 0,023 | 0,001 | 0,011 | 0,001 |
| 3,0 | 0,052 | 0,001 | 0,027 | 0,001 | 0,027 | 0,001 | 0,013 | 0,001 |
| 3,5 | 0,063 | 0,001 | 0,032 | 0,001 | 0,032 | 0,001 | 0,016 | 0,001 |
| 4,0 | 0,072 | 0,001 | 0,036 | 0,001 | 0,037 | 0,001 | 0,018 | 0,001 |

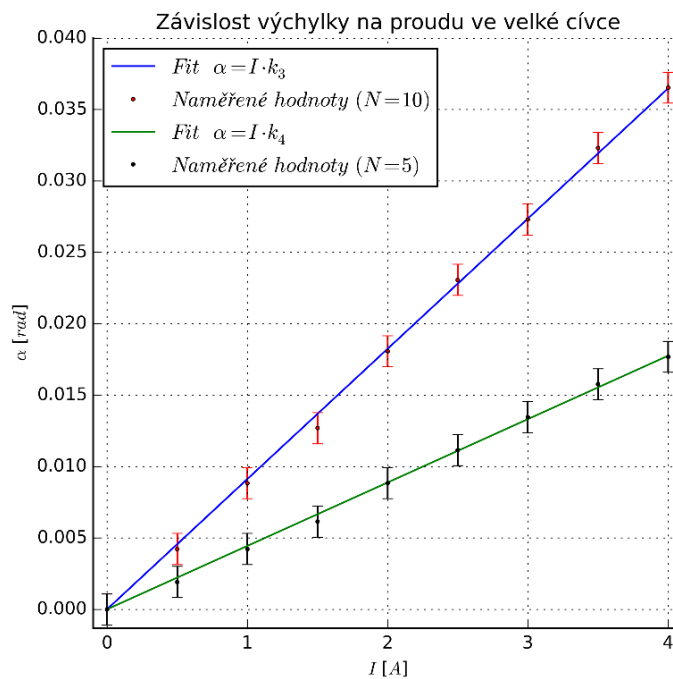
Chyba výchylky byla určena pomocí vzorce

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta x}}{2l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x \sigma_l}{l^2}\right)^2}$$

Metodou lineární regrese byly proloženy přímky podle rovnice $\alpha = I \cdot k_n$, kde $n = 1$ přísluší malé cívice s 10 závitů, $n = 2$ malé cívice s 5 závitů, $n = 3$ velké cívice s 10 závitů a $n = 4$ velké cívice s 5 závitů. Chybu v hodnotě I zde zanedbáváme².



Obrázek 2. Graf závislosti výchylky na proudu v malé cívice.



Obrázek 3. Graf závislosti výchylky na proudu ve velké cívice

Lineární regrese byla provedena pomocí knihovny `scipy.optimize`, výsledné koeficienty úměrnosti k_n byly určeny jako $k_1 = (17,86 \pm 0,08) \cdot 10^{-3} A^{-1}$, $k_2 = (8,93 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} A^{-1}$, $k_3 = (9,12 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} A^{-1}$ a $k_4 = (4,44 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} A^{-1}$. Podle (4) parametry

$$k_n = \frac{N_n D}{2r_n D}$$

a můžeme dopočítat výsledné magnetické momenty pro jednotlivé cívky a zprůměrováním dostaneme výslednou hodnotu $p_c = (2,39 \pm 0,01) \cdot 10^{-7} Wb \cdot m$, což je podle (6) v Ampérových jednotkách $p_A = (0,1899 \pm 0,0008) A \cdot m^2$.

Chyba magnetických momentů pro jednotlivé cívky (v Coulombových jednotkách) byla dopočtena jako

$$\sigma_{p_n} = p_n \sqrt{\left(\frac{\sigma_{kn}}{k_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{rn}}{r_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2}$$

a chyba aritmetického průměru jednotlivých p_n jako

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{n=1}^4 \left(\frac{1}{4} \sigma_{p_n}\right)^2}$$

Diskuze

Při měření direkčního momentu vlákna byl použit kovový váleček vložený do držáku na lanku. Moment setrvačnosti držáku byl zanedbán, je přibližně stokrát menší¹, než moment setrvačnosti tyčky, zanedbání je tedy opodstatněné. Moment setrvačnosti tyčky byl zadán bez informací o chybě určení, a chyba této veličiny nebyla uvažována. Chyba měření doby kmitu byla redukována měřením čtyřiceti opakování, reakční doba se tedy projevila jen dvakrát pro 40 kmitů. Dostáváme tak s ohledem na výskyt druhé mocniny ve vzorci (5) poměrně malou chybu určení direkčního momentu.

Při měření na magnetometru byl předpoklad, že se dipól nachází v homogenním magnetickém poli, tedy ve středu cívky. Magnet musel být ale umístěn mimo rovinu cívky a ne přesně ve středu, čímž není jisté zda byla homogenita pole splněna s dostatečnou přesností a jestli tak nebyla vnesena systematická chyba do měření. Použitím Helmholtzových cívek by šlo zajistit téměř homogenní pole a zároveň by lépe umožnily umístění magnetu v držáku do pole.

Měření na škále bylo prováděno zrcátkovou metodou, laserový paprsek ale dopadal na škálu značně rozptýlený (jeho šířka byla přibližně 4 mm), čímž byla do měření vnesena velká chyba. Dále se muselo čekat na ustálení kmitů magnetu při změně intenzity magnetického pole. Chybu způsobenou drobnými, téměř ustálenými kmity (a případně mírnými otřesy) při odečítání hodnot můžeme ale vzhledem k chybě vzniklé rozptylem laserového svazku zanedbat.

Měření proudu bylo prováděno ampérmetrem třídy přesnosti 0,2 na rozsahu 7,5 A, chybu v hodnotách nastaveného proudu tedy vůči chybě určení výchylky považujeme za zanedbatelnou (což je i jedním z předpokladů lineární regrese²). Protože chyby výchylek se neliší dříve, než na 4 platné číslici, neprovádíme regresi s vážením chyb – všechny hodnoty by měly stejnou váhu. Regrese také potvrzuje lineární chování naměřených dat a tedy platnost Biot-Savartova zákona.

Závěr

Lineární závislost a tedy i Biot-Savartův zákon byly experimentálně ověřeny.

Direkční moment vlákna byl určen jako

$$D = (6,59 \pm 0,03) \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Dále byl určen magnetický moment magnetu v Coulombových a Ampérových jednotkách

$$p_C = (2,39 \pm 0,01) \cdot 10^{-7} \text{ Wb} \cdot \text{m}$$

$$p_A = (0,1899 \pm 0,0008) \text{ A} \cdot \text{m}^2.$$

Použité zdroje

[1] Bakule, R., Šternberk, J. : Fyzikální praktikum II., SPN, Praha, 1989.

[2] English J. : Úvod do praktické fyziky, první vydání. Matfyzpress, Praha, 2016. ISBN 80-867-3293-2.