

# (18) Přejchodové jevy v RLC obvodu

Přemysl Šťastný

29. října 2018

## 1 Pracovní úkoly

1. Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu změřte závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ( $C = 0,1 - 10\mu F$ ,  $R = 20\Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti  $L$ .
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

## 2 Konvence

Desetinná čárka a desetinná tečka jsou vzájemně zaměnitelné.

## 3 Teorie

RLC obvod je oscilační obvod složený z odporu, kondenzátoru a cívky. V této úloze se budeme zabývat sériovým RLC odporem, kde jsou zapojené tyto tři součástky v sérii. Z ryze praktických důvodů jsou součástí schématu i zdroj a přepínač, který slouží k nabíjení kondenzátoru v odděleném okruhu. (viz. obrázek 1) Samotné měření pak probíhá po přepnutí přepínače do stavu, ve kterém odpor, cívka a kondenzátor budou zkratované.

Dle instrukcí cvičícího<sup>1</sup> byli všechny úkoly měřeny na schématu (obrázek 1). Pro třetí úkol byla pouze cívka zkratována a tedy  $L = 0$ .

V dalším textu v Teorii budu mluvit již pouze o uzavřené smyčce RLC s proudem  $I$ .

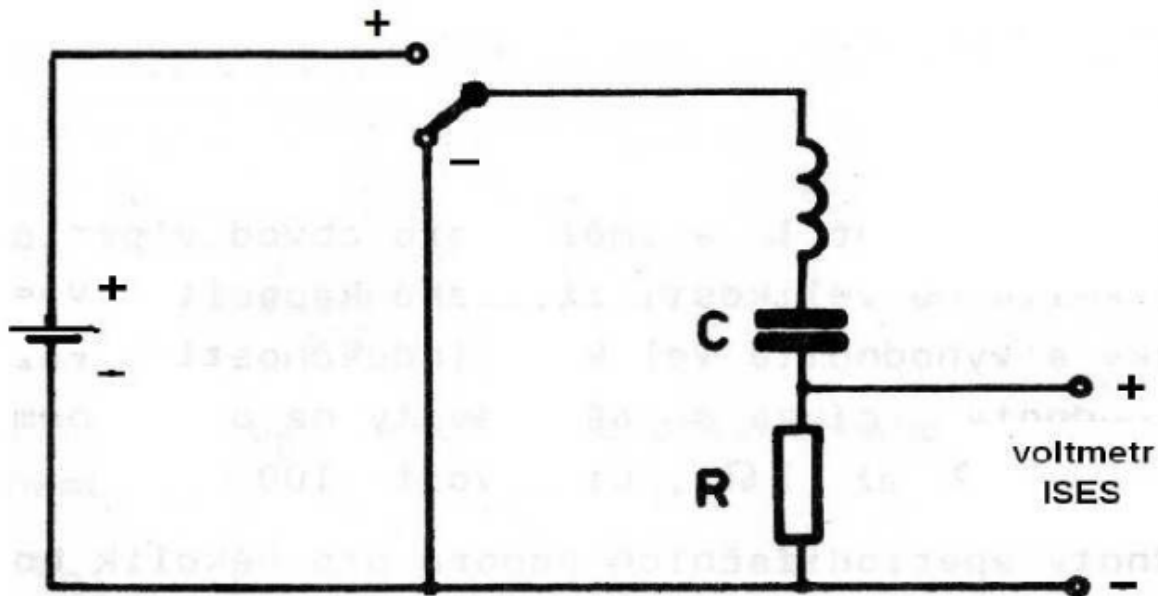
Pokud sepíšeme druhý Kirchofovův zákon a zderivujeme ho podle času, získáme [1]

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0 \quad (1)$$

Toto je rovnice tlumeného harmonického oscilátoru. Její řešení se liší pro tlumené, mezně tlumené a utlumené kmity.

---

<sup>1</sup>Nevím, zda to byla chyba nebo úmysl.



Obrázek 1: Schéma použitého RLC obvodu [1]

### 3.0.1 Úkol 1

Nechť je doba kmitu  $T_P$ . Pak platí, že [1]

$$T_P = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (2)$$

$L$  získáme fitováním.

### 3.0.2 Úkol 2

Aperiodační odpor je odpor v RLC obvodu takové velikosti, že obvod dosahuje mezně tlumených kmitů. Platí pro něj [1]

$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3)$$

I v tomto případě získáme  $L$  fitováním tohoto vztahu

### 3.0.3 Úkol 3

Řešením diferenciální rovnice (1) pro  $L = 0$  získáme

$$I = I_0 e^{-t/RC} \quad (4)$$

Konstanta  $\tau = RC$  se nazývá relaxační doba RC obvodu. [1] Definujme  $b = -\frac{1}{RC}$ .

$U_R$  je napětí na odporu. Z Ohmova zákona platí, že

$$U_R = IR \quad (5)$$

A proto můžeme rovnici (4) přepsat na

$$U_R = U_{R0}e^{-t/RC} \quad (6)$$

### 3.0.4 Fitování

Mělo by být zmíněno, že mluvíme-li o fitování, máme na mysli ortogonální vzdálenostní regresi kombinovanou metodou nejmenších čtverců. Ke specifickému výběru algoritmu došlo za pomoci složitých mechanismů Python3 knihovny `scipy.odr`.

Odchylka fitované veličiny byla zcela spočítána za pomoci algoritmů této knihovny. (jako vstup ji byli předány i chyby jednotlivých měření veličin)

## 4 Výsledky měření

### 4.1 Úkol 1

Nejprve byl sestaven obvod na obrázku 1. Po té bylo pro 13 různých nastavení kondenzátorové desky provedeno měření průběhu kmitů po sepnutí přepínače.<sup>2</sup> Data z voltmetru byli přeneseny do počítače, který průběh vykreslil do grafu  $U$  v závislosti na  $t$ . Citlivost voltmetru byla průběžně přizpůsobována kapacitě kondenzátoru.

Pro každé jedno měření bylo z grafu vybráno  $n$  period, pro které lze s rozumnou přesností zjistit jejich počátek a konec. Pak bylo z grafu za pomoci dodaného softwaru změřeno  $T$ , označující dobu, za kterou proběhlo oněch  $n$  period.

Relativní odchylka kondenzátorové a odporové desky byla stanovena na 1%. Z důvodů šumu byla odchylka naměřeného  $T$  odhadnuta na 3%. To, proč odchylka byla stanovena relativně a nikoliv absolutně má své kořeny v průběhu měření. Vždy byl pokus nastavit měřící voltmetr tak, aby byl pro různé hodnoty kapacit použit celý rozsah.

Graf je proložen křivkou, která vznikla fitováním vztahu (2) pro  $R = 20\Omega$ .

Výsledek fitu je

$$L = (0.299 \pm 0.005)H \quad (7)$$

### 4.2 Úkol 2

V této části používáme stejné zapojení jako v předchozí.

Nejprve nastavíme kapacitu kondenzátoru  $C$  a pak se snažíme opakovaným vybíjením kondenzátoru a přepínáním odporové desky získat takové  $R$ , že vykreslené kmity na počítači budou mezně utlumené.

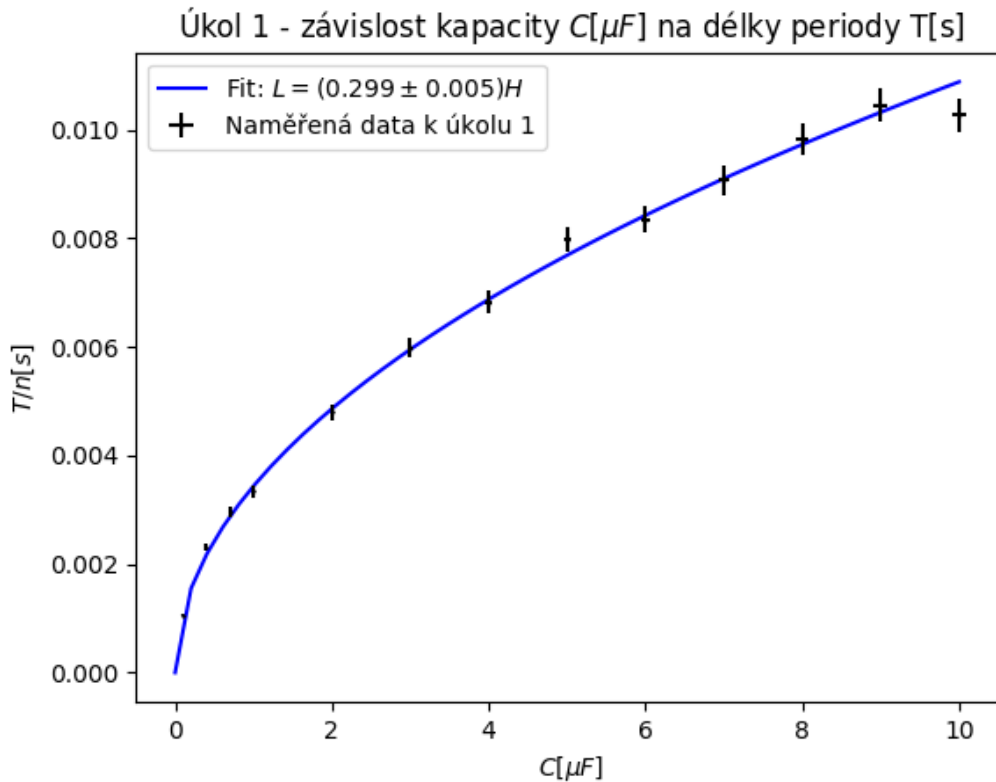
Odchylka měření  $R_{ap}$  byla na základě průběhu experimentu (svobody experimentátora při volbě odporů) odhadnuta na 10%.

---

<sup>2</sup>Toho bylo dosaženo za pomoci triggeru nastaveného na velké výchylky napětí

$C[\mu F]$	$T[s]$	$n$	$T_P[s]$	$\sigma_C[\mu F]$	$\sigma_T[s]$	$\sigma_{T_P}[s]$
0.1	0.0075	7	0.00107	0.001	0.0002	$3 \cdot 10^{-5}$
0.4	0.0092	4	0.00231	0.004	0.0003	$7 \cdot 10^{-5}$
0.7	0.0178	6	0.00296	0.007	0.0005	$9 \cdot 10^{-5}$
1	0.0167	5	0.0033	0.01	0.0005	0.0001
2	0.0192	4	0.0048	0.02	0.0006	0.0001
3	0.0239	4	0.006	0.03	0.0007	0.0002
4	0.034	5	0.0068	0.04	0.001	0.0002
5	0.0319	4	0.008	0.05	0.001	0.0002
6	0.042	5	0.0084	0.06	0.001	0.0003
7	0.045	5	0.0091	0.07	0.001	0.0003
8	0.039	4	0.0098	0.08	0.001	0.0003
9	0.042	4	0.0105	0.09	0.001	0.0003
10	0.051	5	0.0103	0.1	0.002	0.0003

Tabulka 1: Zpracovaná data k úkolu 1



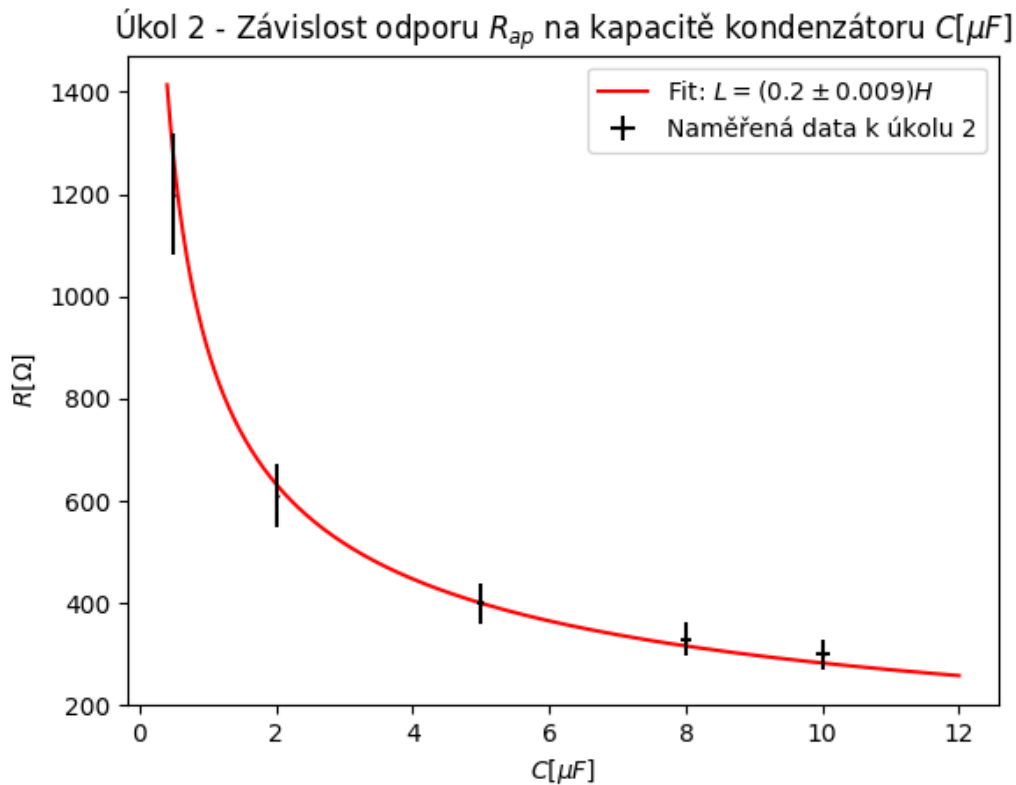
Obrázek 2: Graf k úkolu 1

Tentokrát budeme fitovat podle vztahu (3). Výsledek fitu je

$$L = (0.2 \pm 0.009)H \quad (8)$$

$C[\mu F]$	$R[\Omega]$	$\sigma_C[\mu F]$	$\sigma_R[\Omega]$
2	610	0.02	60
5	400	0.05	40
8	330	0.08	30
10	300	0.1	30
0.5	1200	0.005	100

Tabulka 2: Zpracovaná data k úkolu 2



Obrázek 3: Graf k úkolu 2

### 4.3 Úkol 3

Před zahájením tohoto úkolu byla zkratována cívka.

Měření započalo nastavením  $R$  a  $C$ . RC obvod byl nabit a po té bylo naměřeno jeho vybití. Na počítači byl vykreslen graf, kde experimentátor zvolil na ose  $y$  přibližně ekvidistatně několik bodů a software pak provedl fit grafem.

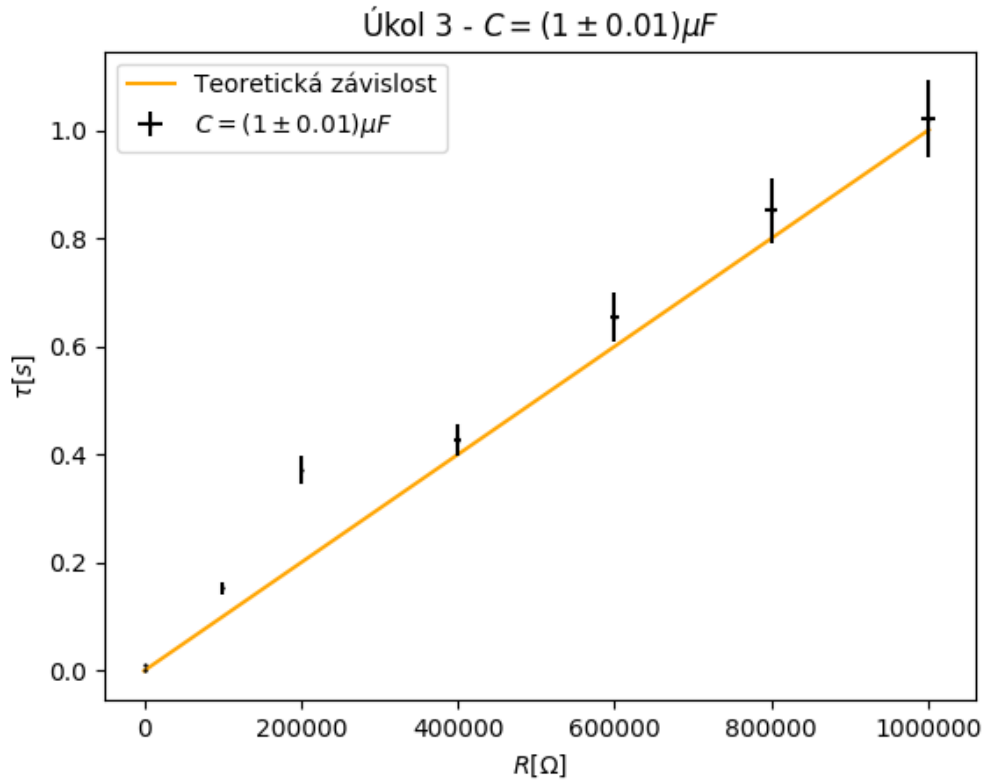
Nejprve byl zvolen konstantní odpor  $R = (10^6 \pm 10^4)\Omega$  a pro něj změřeno několik kapacit kondenzátorů a pak byl zvolen konstantní kapacita kondenzátoru  $C = (1 \pm 0.01)\mu F$  a pro ni několik různých odporů

$$U_R = U_{R0} e^{bt} \quad (9)$$

Odchylka  $b$  softwarem nebyla uvedena a odhaduji ji s ohledem na již zmíněný šum na 7%.

$R[\Omega]$	$\sigma_R[\Omega]$	$b[\frac{1}{s}]$	$\sigma_b[\frac{1}{s}]$	$\tau[s]$	$\sigma_\tau[s]$
1000000	10000	-0.98	0.07	1.02	0.07
800000	8000	-1.18	0.08	0.85	0.06
600000	6000	-1.5	0.1	0.65	0.05
400000	4000	-2.3	0.2	0.43	0.03
200000	2000	-2.7	0.2	0.37	0.03
100000	1000	-6.5	0.5	0.15	0.01
1000	10	-96	7	0.0105	0.0007
100	1	-810	60	0.00124	$9 \cdot 10^{-5}$

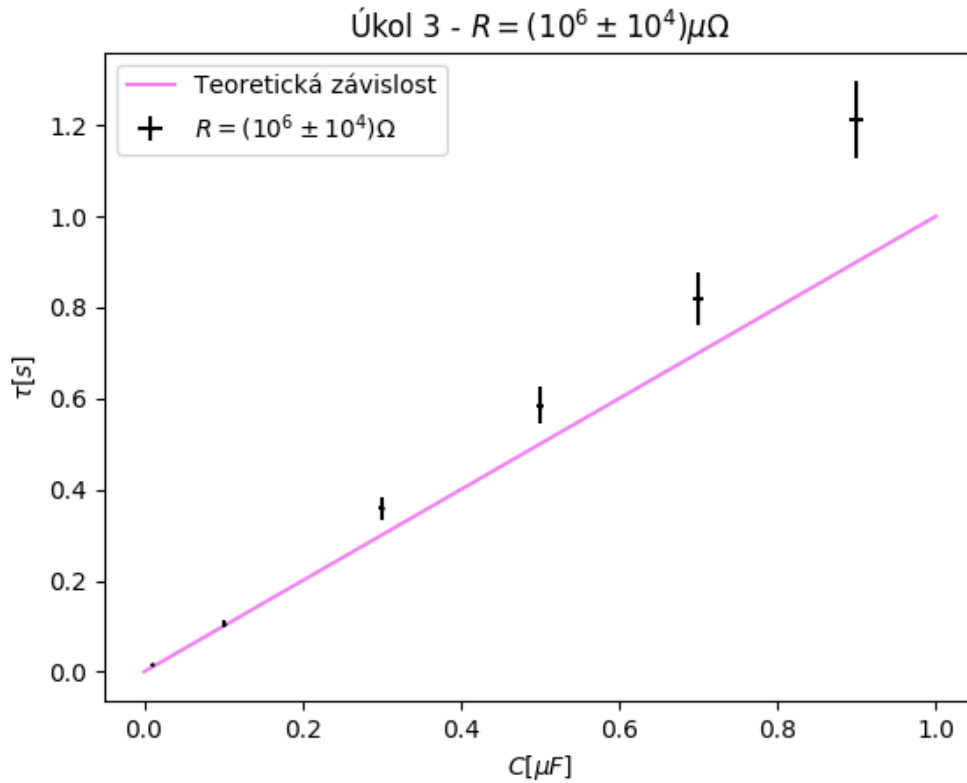
Tabulka 3: Zpracovaná data k úkolu 3 -  $C = (1 \pm 0.01)\mu F$



Obrázek 4: Graf k úkolu 3

$C[\mu F]$	$\sigma_C[\mu F]$	$b[\frac{1}{s}]$	$\sigma_b[\frac{1}{s}]$	$\mathcal{T}[s]$	$\sigma_{\mathcal{T}}[s]$
0.9	0.009	-0.83	0.06	1.21	0.08
0.7	0.007	-1.22	0.09	0.82	0.06
0.5	0.005	-1.7	0.1	0.58	0.04
0.3	0.003	-2.8	0.2	0.36	0.03
0.1	0.001	-9.4	0.7	0.106	0.007
0.01	0.0001	-66	5	0.015	0.001

Tabulka 4: Zpracovaná data k úkolu 3 -  $R = (10^6 \pm 10^4)\Omega$



Obrázek 5: Graf k úkolu 3

## 5 Diskuze

V následujících několika odstavcích budou rozebrány jednotlivé úkoly a můj názor na jejich přesnost a důvěryhodnost. Rád bych ovšem před tím vystihl některé důležité body, které byli společné pro všechny měření.

Obecnější zdroje odchylek by dle mého názoru měly být hledány v vnitřních odporech cívky a kondenzátorů. Nezanedbatelný zdroj chyb byl způsoben neschopností experimentátora číst a správně zapisovat čísla. Zároveň bych se po několikáté rád zmínil o relativní nepřesnosti voltmetru a šumu, který v průběhu měření vznikál, a znemožňoval tak přesnější

analýzu grafů.

## 5.1 Úkol 1

Teoretické závislosti odpovídají naměřeným hodnotám, což se vzájemně potvrzuje s tím, že by měřené grafy mohli být korektní. Nafitovaná hodnota vyšla  $L = (0.299 \pm 0.005)H$ , kde odchylka byla stanovena za pomoci statistického softwaru a odhadnutých odchylek měření. (předchozí části textu)

## 5.2 Úkol 2

I zde naměřená závislost v rámci odchylek odpovídá naměřeným hodnotám. Nafitovaná hodnota  $L = (0.2 \pm 0.009)H$  je ovšem jiná od úkolu 1 a úplně jiná od hodnoty  $0.9mH$  udávané výrobcem. Máme tedy možnost propadnout oprávněné skepsy, zda měření, či teorie není špatně v jednom či obou úkolech, ovšem já se zastávám teorie, že  $L$  cívky se mění v závislosti na frekvencích kmitů, což by velmi v dobrém přiblížení vysvětlovalo nastalý problém.

## 5.3 Úkol 3

Zde je evidentní, že při zvyšujícím se napětí se na kondenzátoru přestává teoretická závislost fungovat. To ovšem můžeme vysvětlit vnitřním odporem kondenzátoru, který jsme nezapočítali a který by dle mého názoru z části odstranil nesoulad s teorií.

## 6 Závěr

Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu byla úspěšně změřena závislost doby kmitu na velikosti zařazené kapacity kondenzátoru. Z tohoto měření vyplynulo, že cívka má vlastní indukčnost  $L = (0.299 \pm 0.005)H$ .

Dále byli úspěšně stanoveny aperiodizační odpory pro několik různých kapacit kondenzátorů a z toho bylo stanoveno  $L = (0.200 \pm 0.009)H$ .

Nakonec byla změřena závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu a kapacity v obvodu. Výsledky neodpovídají v krajních hodnotách teoretickým závěrům pravděpodobně kvůli zanedbání vnitřního odporu kondenzátoru.

## Reference

- [1] 18. *Přechodové jevy v sériovém RLC obvodu* Základní fyzikální praktikum [online]. [cit. 2018-10-24].

Dostupné z: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_218.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_218.pdf)