

UNIVERZITA KARLOVA

MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTA

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM II

VII. Přejchodové jevy v RLC obvodu

Autor:

Pavel Váňa

23. listopadu 2018



1 Pracovní úkol

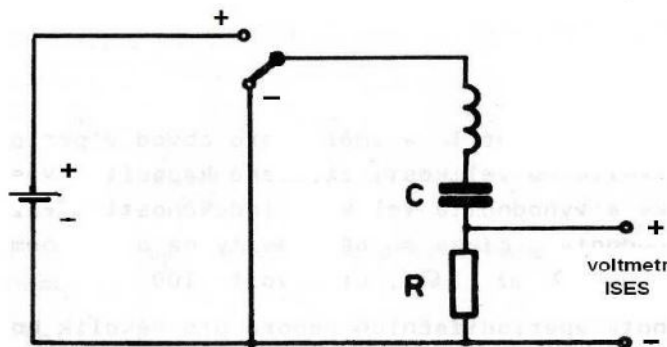
1. Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu změřte závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ($C = 0.1 - 10 \mu F$, $R = 20 \Omega$). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti L zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti L .
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

2 Teoretický úvod

Pokud zapojíme RLC obvod dle schématu na obrázku 1, tak lze tento systém popsat dle [1] rovnicí

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

kde L je indukčnost cívky, I je proud, R je odpor, C je kapacita kondenzátoru a ε je napětí zdroje. Tato rovnice popisuje tlumené kmitání.



Obrázek 1: Schéma zapojení RLC obvodu pro měření pomocí přístroje ISES. Převzato z [1].

Při zapojení obvodu ke zdroji neprotéká odporem R žádný proud, ovšem po zkratování bude procházet odporem R tlumený střídavý proud, jehož průběh nám dává periodické řešení rovnice (1), které požaduje, aby $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{(2L)^2}$. V tomto případě popisuje průběh proudu [1] $I(t)$ v obvodu vztah

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} \exp(-At) \sin Bt \quad (2)$$

kde $A = \frac{R}{2L}$ a $B^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$.

Pokud $A^2 = \frac{1}{LC}$, pak mluvíme o mezně aperiodickém vztahu, který je popsán vztahem

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{L} \exp(-At). \quad (3)$$

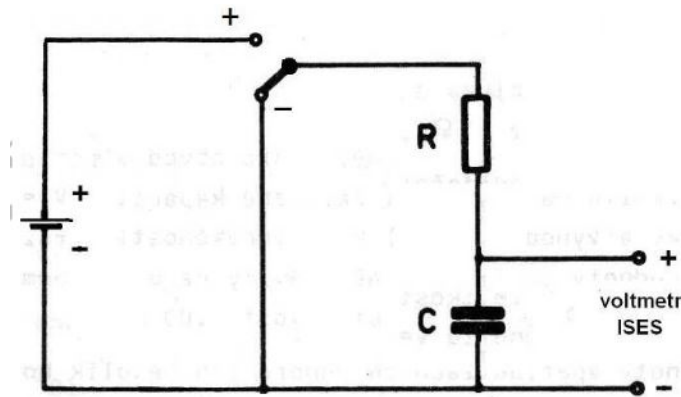
Při periodickém řešení se dle [1] dá perioda kmitů popsat vztahem

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (4)$$

Ovšem perioda se vlivem tlumení mění. Pokud by se zvyšovalo tlumení, tak by se hodnota R blížila mezní hodnotě aperiodizačního odporu R_{ap} a tedy perioda kmitů by rostla nade všechny meze. Pro hodnotu mezního aperiodizačního odporu platí

$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (5)$$

Pro měření posledního pracovního úkolu je nutné sestavit obvod dle schématu na obrázku 2. V tomto



Obrázek 2: Schéma zapojení RC obvodu pro pracovní úkol 3. Převzato z [1].

obvodu vznikají vlivem nepřítomnosti indukčnosti L relaxační kmity, neboť je proud úměrný funkci $\exp(\frac{-t}{\tau})$, kde τ je relaxační doba, která je rovna

$$\tau = RC. \quad (6)$$

3 Výsledky měření

Výslednou chybu měření určujeme dle [2] jako

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{system.}^2 + \sigma_{stat.}^2} \quad (7)$$

jde tedy o odmocninu ze součtu čtverců chyby systematické a statistické. A chybu nepřímého měření určujeme dle [2] pomocí zákona o přenosu chyb.

Chyba použité odporové dekády je $\pm 0.1\%$ z hodnoty, chybu použité kapacitní dekády neuvažujeme a chybu použití měřícího přístroje a SW ISES budeme diskutovat v další části výsledků měření a v diskuzi.

Při všech měřeních jsme používali zdroj stejnosměrného napětí a generovali jsme napětí 2.5 V .

3.1 Periodický stav RLC obvodu

Při zapojení RLC obvodu dle schématu na obrázku 1 jsme měřili závislost velikosti periody kmitů na zařazené kapacitě při odporu $R = 20\ \Omega$. Pomocí voltmetru a softwaru ISES jsme určovali periodu kmitání, přičemž jsme se snažili zohlednit, že dochází k tlumení kmitů. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

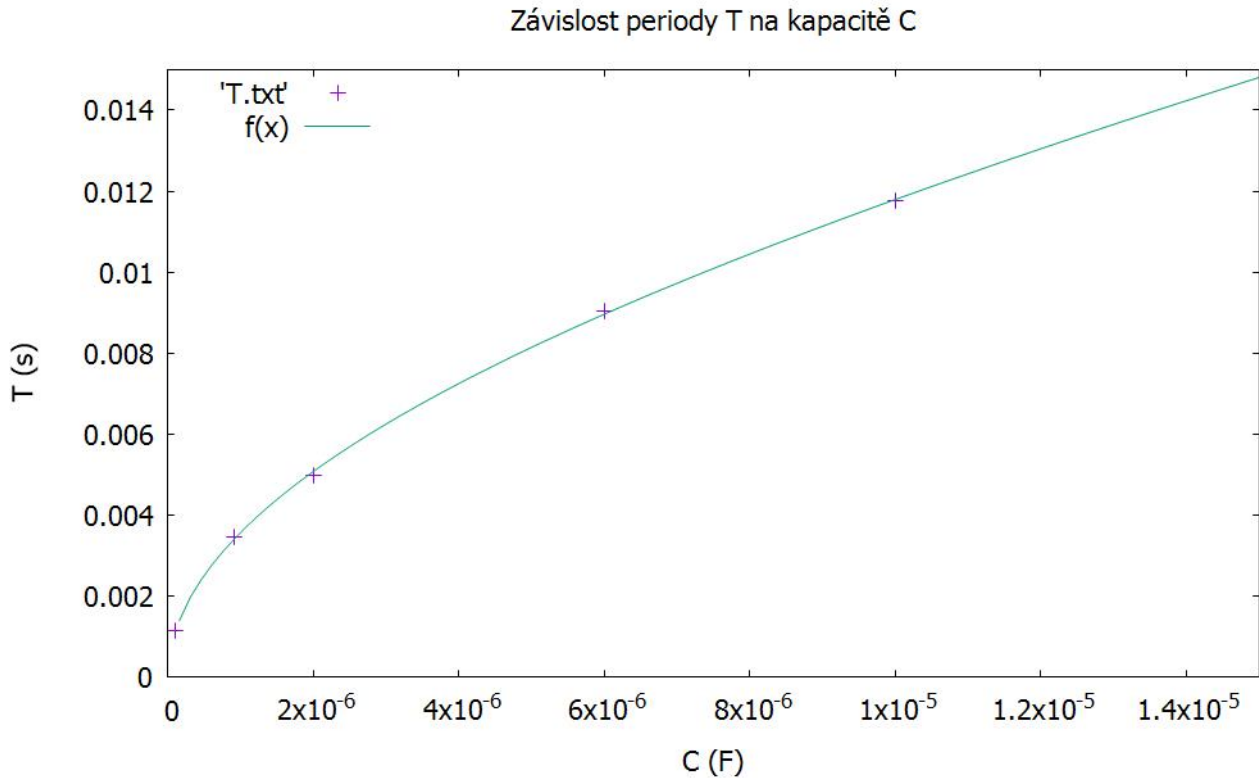
$C\ (\mu F)$	$T\ (ms)$
0.1	1.2
0.9	3.4
2	5.0
6	9.0
10	11.8

Tabulka 1: Naměřené hodnoty závislosti velikosti periody na zařazené kapacitě.

Abychom dosáhli větší periody, tak jsme určovali hodnoty $3T$, avšak v tabulce jsou již uvedeny hodnoty jedné periody. Navíc jsme provedli několik měření při jedné nastavené hodnotě C , abychom určili chybu, s jakou určujeme periodu. Tuto chybu jsme zpracovali statisticky dle [2] s přesností $1\ \sigma$ a

výslednou chybu jsme určili na $\pm 0.0005\text{ s}$, tedy tuto chybu nadále nebudeme uvažovat. Ovšem snažíme se do měření započítat chybu, která vznikla vlivem chyby odečítání hodnot z programu. Výsledky jsme zpracovali graficky v programu Gnuplot a proložili jsme tuto závislost křivkou dle vztahu (4).

Obrázek 3: Graf závislosti periody T na kapacitě C .



Z tohoto fitu jsme určili indukčnost cívky jako $L = (0.3 \pm 0.1)\text{ H}$, kde jsme chybu určili pomocí vzorce (7).

3.2 Mezní aperiodický stav RLC obvodu

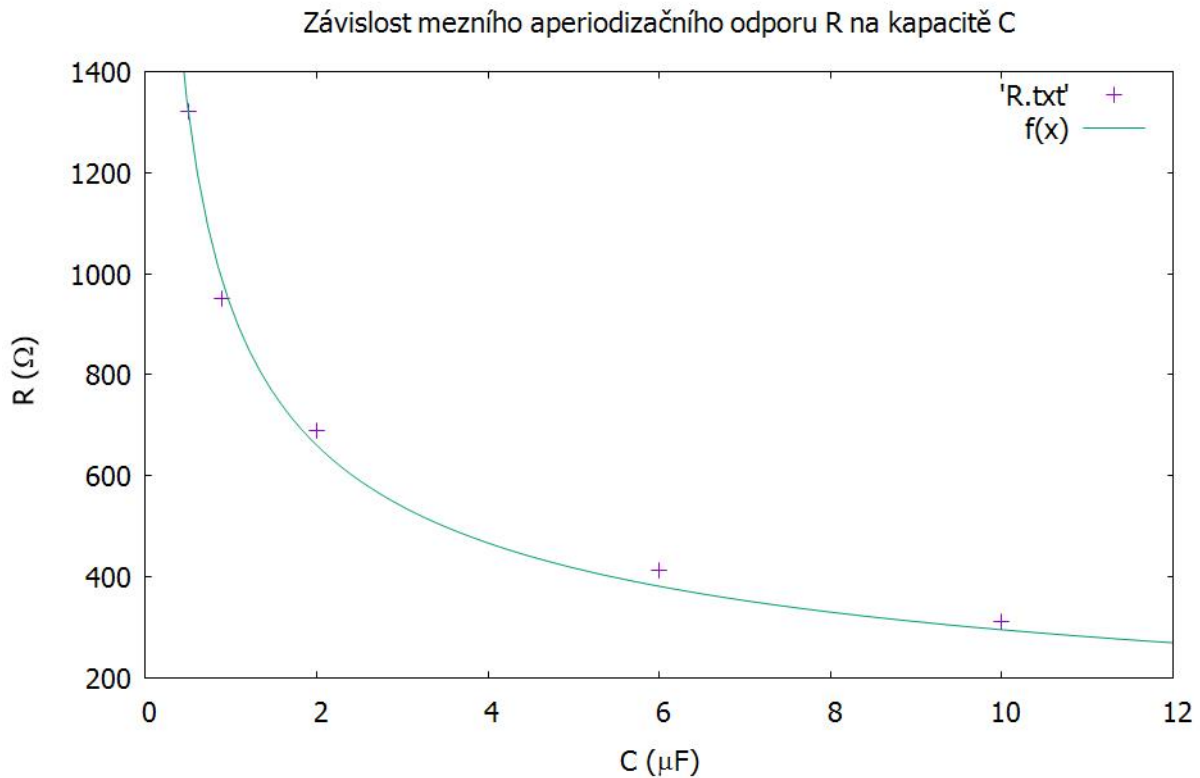
V další části naší práce jsme určovali hodnoty mezních aperiodizačních odporů R_{ap} v závislosti na různých hodnotách zařazené kapacity C . Zkoumali jsme tedy opět pomocí voltmetru ISES tu hodnotu odporu, kdy jsou kmity okamžitě tlumeny. Chyby odporů jsme se snažili určovat přímo pomocí posouzení citlivosti změny hodnoty odporu na výsledném tlumení. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 2. Naměřené hodnoty jsme fitovali v programu Gnuplot pomocí vzorce (5) a z fitu jsme určili hodnotu

C (μF)	R_{ap} (Ω)	$\sigma_{R_{ap}}$ (Ω)
0.5	1320	10
0.9	950	10
2	690	10
6	412	3
10	312	3

Tabulka 2: Závislosti hodnoty R_{ap} na zařazené kapacitě C .

indukčnosti cívky jako $L = (0.22 \pm 0.10)\text{ H}$. Výslednou chybu určení indukčnosti jsme stanovili dle vzorce (7).

Obrázek 4: Graf závislosti hodnoty mezního aperiodizačního odporu na zařazené kapacitě.



3.3 Relaxační doba kmitů RC obvodu

V poslední části našeho měření jsme zapojili RC obvod dle schématu na obrázku 2. Po odpojení obvodu od zdroje jsme pozorovali exponenciální vybíjení kondenzátoru [1]. Průběh napětí U je pak úměrný vztahu (8)

$$U \approx \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \quad (8)$$

V první části úkolu jsme měřili závislost relaxační doby τ na zařazeném odporu R při kapacitě $C = 10 \mu F$, poté závislost τ na zařazené kapacitě C při zařazeném odporu $R = 500 \Omega$.

Naměřené hodnoty jsme bezprostředně po měření fitovali v programu ISES křivkou popsanou vztahem (8), pomocí fitu jsme určili hodnoty parametru b , z nějž jsme pomocí vztahu (8) určili jako

$$\tau = -\frac{1}{b}. \quad (9)$$

Chybu určení relaxační doby τ jsme určili jako $\pm 10\%$. Výsledky měření jsou shrnuty v tabulce 3.

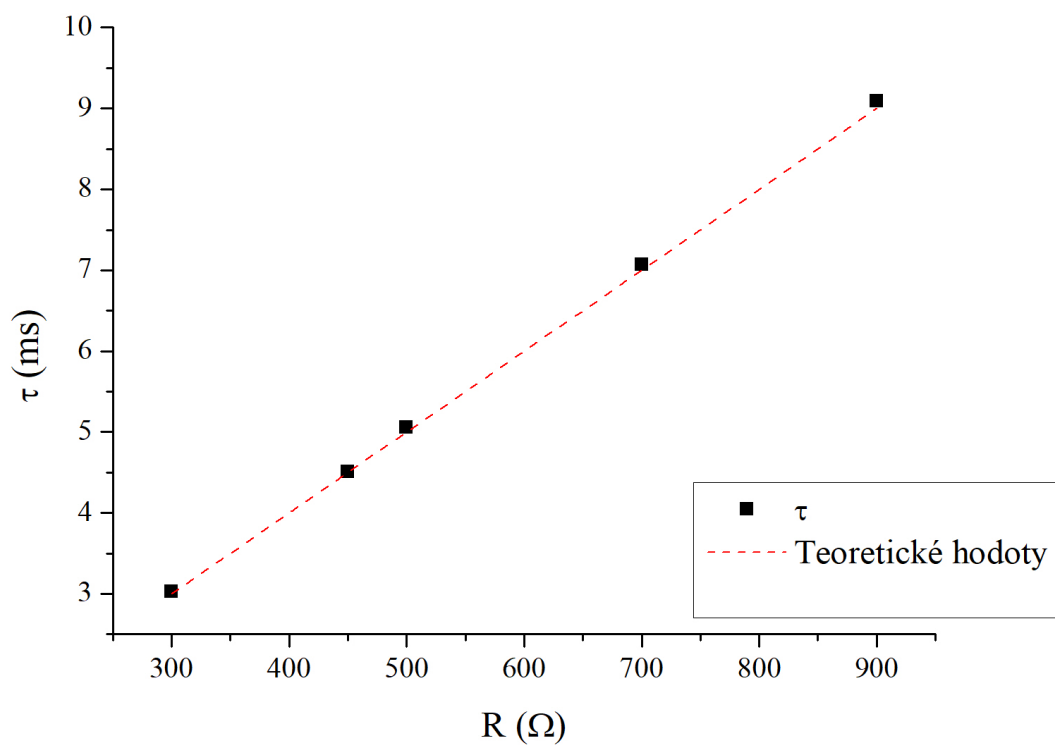
$R (\Omega)$	b	$\tau (ms)$	$\sigma_\tau (ms)$	$\tau_{teor} (ms)$
300	-330.1	3.0	0.3	3
450	-221.9	4.5	0.5	4.5
500	-197.8	5.1	0.5	5
700	-141.4	7.1	0.7	7
900	-110.0	9.1	0.9	9

Tabulka 3: Závislost relaxační doby na velikosti odporu.

Námi naměřené hodnoty jsme také srovnávali s teoretickými hodnotami, které jsme určili dle vztahu (6).

V druhé části úkolu jsme tedy měřili závislost relaxační doby na zařazené kapacitě při konstantním odporu $R = 500 \Omega$.

Obrázek 5: Graf závislosti relaxační doby na zařazeném odporu.

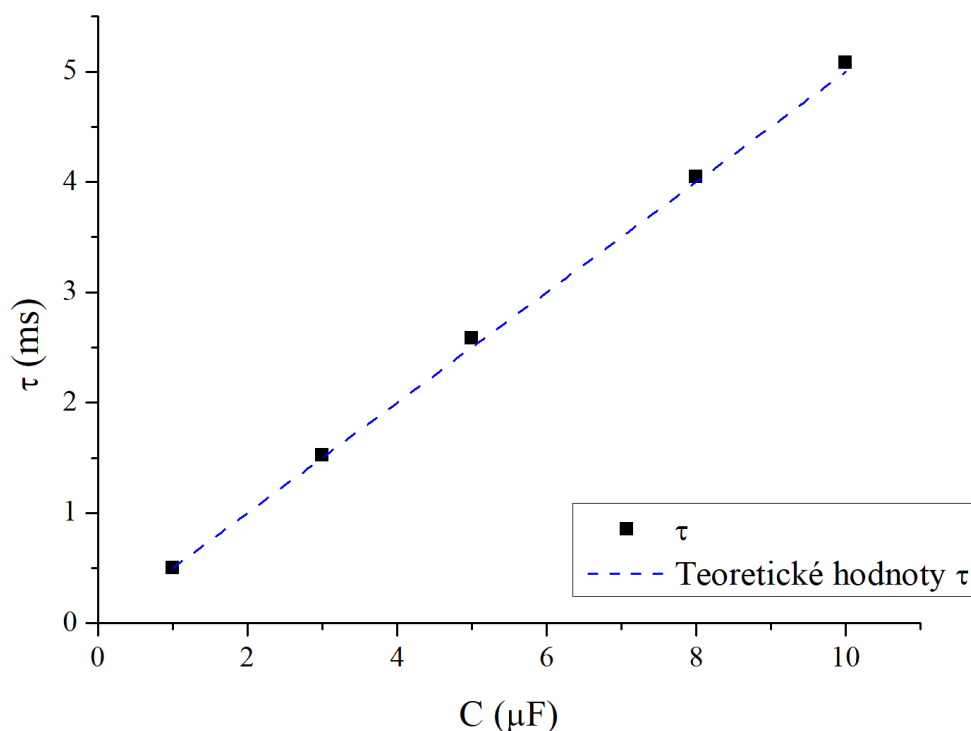


C (μF)	b	τ (ms)	σ_τ (ms)	τ_{teor} (ms)
1	-1997.8	0.5	0.1	0.5
3	-655.5	1.5	0.2	1.5
5	-387.4	2.6	0.3	2.5
8	-247.1	4.0	0.4	4
10	-196.7	5.1	0.5	5

Tabulka 4: Závislost relaxační doby τ na zařazené kapacitě C .

I tato měření jsme znázornili graficky v obrázku 6.

Obrázek 6: Graf závislosti relaxační doby na zařazené kapacitě.



4 Diskuze

V první části měření jsme určovali závislost periody kmitů napětí na v RLC obvodu na zařazené kapacitě. Měření jsme prováděli pomocí programu ISES a největší chybu do měření jsme vnášeli chybným odečítáním hodnotu z programu. Tuto chybu jsme tedy stanovili ± 0.0005 s. Pomocí fitování naměřených dat v programu Gnuplot jsme určili indukčnost použité cívky na $L = (0.3 \pm 0.1) H$. Ovšem do chyby určení indukčnosti cívky se projevuje také fakt, že jsme neuvažovali vnitřní odpor cívky a při práci s programem bylo někdy obtížné určit kmity od parazitních signálů (šumu).

V druhé části měření jsme stanovovali závislost hodnoty mezních aperiodizačních odporů na zařazené kapacitě. Do měření jsme vnášeli chybu opět z chybného odečítání. Tentokrát bylo největším problémem určení hodnoty odporu, kdy je opravdu tlumení tak velké, že námi určený odpor je mezní aperiodizační odpor. Určení tohoto odporu bylo ztíženo velkým šumem. I zde jsme se určili pomocí fitování dat křivkou dle vztahu (5) hodnotu indukčnosti použité cívky jako $L = (0.22 \pm 0.10) H$. Rozdílné hodnoty indukčnosti cívky si vysvětlujeme tím, že při některých měřeních jsme určili chybně mezní aperiodizační odpor. Z fitu na obrázku 4 jde také vidět, že některá měření již hodně vybočují z fitu. Jde tedy vidět, že i kvalita fitu promluvila do hodnoty určené indukčnosti.

V posledním úkolu jsme určovali závislost relaxační doby na zařazené kapacitě a konstantním odporu a také na zařazeném odporu a konstantní kapacitě. Naměřené hodnoty jsme srovnávali s teoretickými hodnotami (tabulky 3, 4) a námi určené hodnoty, které jsme určili prostřednictvím fitu v programu ISES, odpovídají teoretickým hodnotám. Toto měření bylo nejpřesnější, neboť nebylo natolik ovlivněno šumem jako předchozí měření.

5 Závěr

V našem měření jsme pomocí naměřené závislosti doby periody kmitů RLC obvodu na zařazené kapacitě při konstantní hodnotě odporu ($R = 20 \Omega$) určili hodnotu indukčnosti použité cívky na

$$L = (0.3 \pm 0.1) H.$$

V druhé části měření jsme pomocí naměřené závislosti mezních aperiodizačních odporů na zařazené kapacitě určili indukčnost téže cívky na

$$L = (0.22 \pm 0.10) H$$

V poslední části měření jsme měřili závislost relaxační doby RC obvodu na zařazené kapacitě při konstantním odporu a poté na zařazeném odporu při konstantní kapacitě.

Reference

- [1] Kolektiv ZFP KVOF MFF UK. *Přechodové jevy v RLC obvodu* [online]. [cit. 2018-11-23]. Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/218>
- [2] ENGLICH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky I*. Praha: Matfyzpress, 2006.