

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM 2

Úloha č.: 18.

Název: Přejíchodové jevy v RLC obvodu

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 14 dne 7. 12. 2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval:dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úloha:

1. Zostavte obvod podľa obr. 1 a zmerajte pre obvod v periodickom stave závislosť doby kmitu na veľkosti zaradenej kapacity ($C = 0,5 - 10 \mu\text{F}$, $R = 20 \Omega$). Výsledky merania spracujte graficky a vyhodnoťte veľkosť indukčnosti L zaradenej do obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačných odporov pre desať hodnôt kapacít zaradeného kondenzátora ($1 - 10 \mu\text{F}$). I v tomto prípade stanovte veľkosť indukčnosti L .
3. Zmerajte závislosť relaxačnej doby obvodu RC na veľkosti odporu alebo kapacity v obvode. Výsledky merania spracujte graficky a porovnajte s teoretickými.

Teoretická časť:

Pre periódu sériového RLC obvodu podľa [1] platí:

$$T = \frac{2p}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (1)$$

Ak poznáme kapacitu C a odpor R , môžeme zo zmeranej periódy T určiť indukčnosť zapojenej cievky L . Ak platí $\frac{R^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$ (t. j. doba kmitu je približne rovnaká ako doba netlmených kmitov), potom platí

$$T^2 = 4p^2 LC. \quad (2)$$

Hodnota aperiodizačného odporu je podľa [1] rovná $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Ak poznáme odpor R a kapacitu C pri aperiodizačnom deji, určíme indukčnosť lineárnou regresiou podľa vzťahu

$$R^2 = \frac{4L}{C}. \quad (3)$$

Ak v obvode nie je zaradená indukčnosť, bude prúd úmerný funkcii $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, kde τ je relaxačná doba, ktorá je rovná

$$\tau = RC. \quad (4)$$

Výsledky meraní:

Zapojili sme obvod podľa obr. 1. str. 120 v [1] a merali sme napätie na odpore systémom ISES. Zo zobrazeného priebehu sme určili dobu kmitu v závislosti na zaradenej kapacite. Pre každú hodnotu kapacity sme určili dobu piatich a desiatich kmitov T_5 a T_{10} , z týchto údajov sme dostali doby kmitu, výslednú periódu T sme určili ako ich aritmetický priemer. Hodnota odporu bola pri všetkých meraniach 20Ω . Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1.

Chyba periódy je daná presnosťou odčítania z obrazovky. Z posunutia kurzoru sme chybu odhadli podľa zvolenej mierky časovej osi na 1 ms pre $C = 0,50 - 1,50 \mu\text{F}$, 2 ms pre $C = 2,00 - 4,50 \mu\text{F}$ a 3 ms pre ostatné hodnoty. Nepresnosti odporovej a kapacitnej dekády považujeme za zanedbateľné.

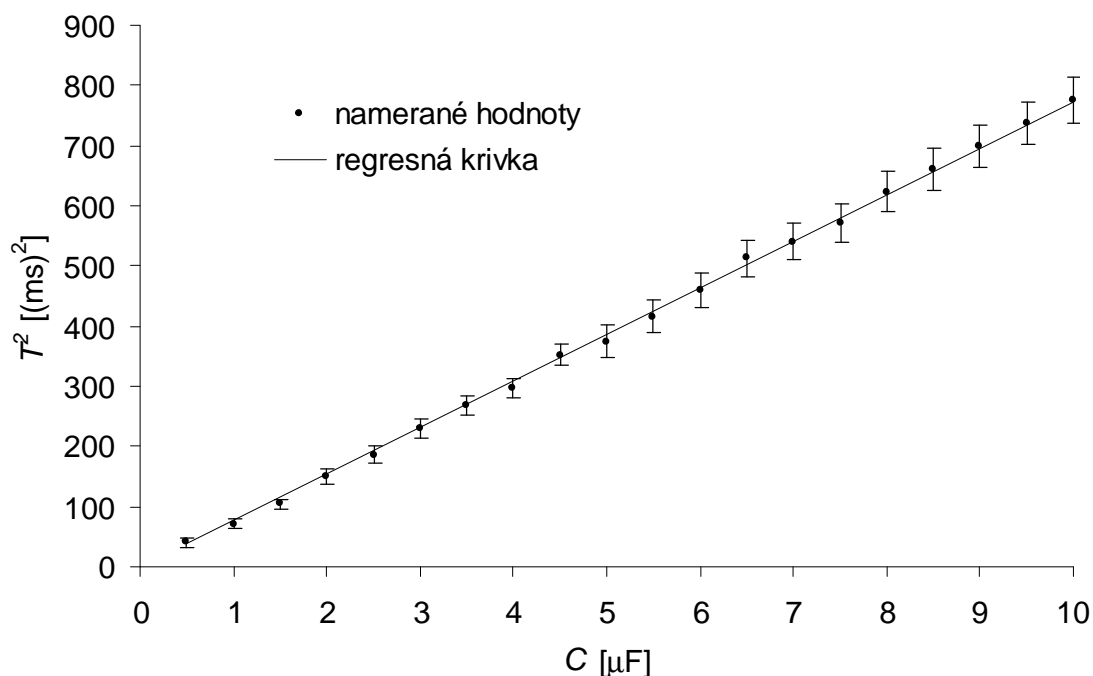
Tabuľka 1: Namerané hodnoty periódy v závislosti od kapacity

C [μF]	T_5 [ms]	T_{10} [ms]	T [ms]	C [μF]	T_5 [ms]	T_{10} [ms]	T [ms]
0,50	33	61	$6,35 \pm 0,22$	5,50	105	198	$20,40 \pm 0,66$
1,00	43	82	$8,40 \pm 0,22$	6,00	112	205	$21,45 \pm 0,65$
1,50	52	100	$10,20 \pm 0,22$	6,50	117	219	$22,65 \pm 0,66$
2,00	63	118	$12,20 \pm 0,44$	7,00	121	223	$23,25 \pm 0,66$
2,50	70	133	$13,65 \pm 0,44$	7,50	124	230	$23,90 \pm 0,66$
3,00	78	147	$15,15 \pm 0,44$	8,00	129	241	$24,95 \pm 0,66$
3,50	84	159	$16,35 \pm 0,44$	8,50	132	250	$25,70 \pm 0,66$
4,00	89	167	$17,25 \pm 0,44$	9,00	137	255	$26,45 \pm 0,66$
4,50	97	181	$18,75 \pm 0,44$	9,50	141	261	$27,15 \pm 0,66$
5,00	100	187	$19,35 \pm 0,66$	10,00	144	269	$27,85 \pm 0,66$

Z nameraných hodnôt sme lineárnou regresiou určili indukčnosť cievky podľa rovnice (2) ako $L = (1,96 \pm 0,02)$ H,

chybu sme určili ako chybu z lineárnej regresie spojenú s chybou T^2 (relatívnu chybu T^2 určíme z relatívnej chyby T ako jej dvojnásobok). Závislosť kvadrátu doby kmitu na kapacite je vynesená v grafe 1. Chybové úsečky udávajú chybu určenú z lineárnej regresie spojenú s chybou T^2 .

Graf 1: Závislosť kvadrátu doby kmitu na zaradenej kapacite



Ďalej sme určovali hodnotu aperiodizačného odporu R pre desať rôznych zaradených kapacít. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 2. Bolo obtiažne určiť presný odpor, pri ktorom dôjde k aperiodickému deju, chyba odporu je preto odhadnutá z toho, nakoľko sa dalo posúdiť, že dej zobrazený na obrazovke je ešte aperiodický. Chybu kapacity oproti tomu opäť zanedbávame.

Tabuľka 2: Namerané hodnoty aperiodizačných odporov

C [μF]	R [kΩ]	σ_R [kΩ]	L [H]
1	2,5	0,1	1,56
2	1,9	0,1	1,81
3	1,5	0,1	1,69
4	1,35	0,05	1,82
5	1,25	0,05	1,95
6	1,13	0,05	1,92
7	1,05	0,03	1,93
8	0,98	0,03	1,92
9	0,92	0,02	1,90
10	0,88	0,01	1,94

Lineárnou regresiou podľa vzťahu (3) sme opäť určili indukčnosť cievky, dostali sme hodnotu

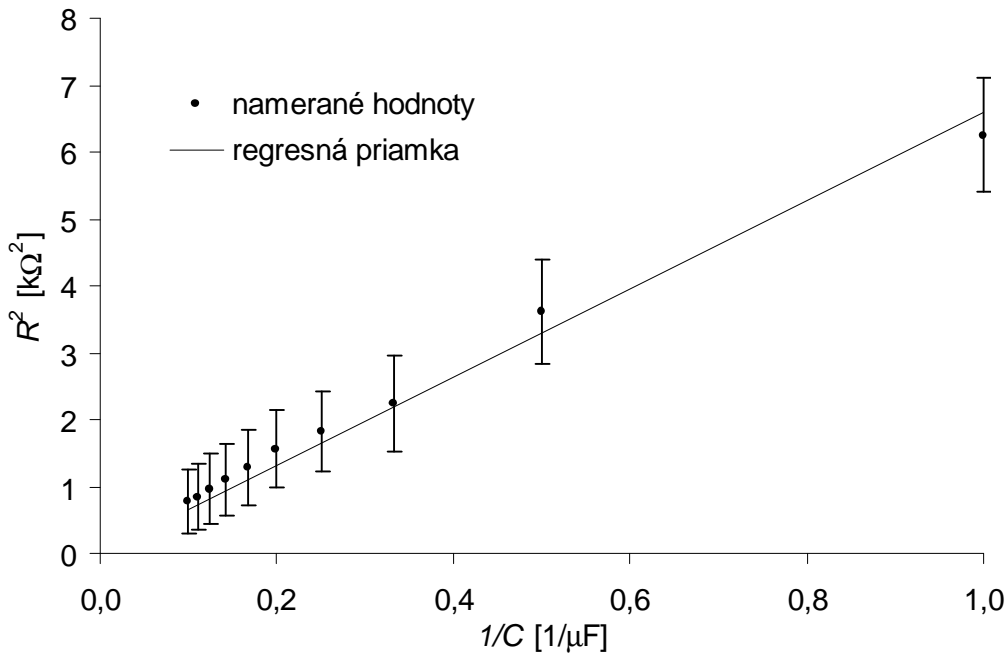
$$L = (1,65 \pm 0,06) \text{H}.$$

Chyba tejto hodnoty je určená spojením chyby z lineárnej regresie s chybou R^2 (podobne ako v predošlom prípade). Závislosť, z ktorej sme určovali indukčnosť, sa však mierne odchyľovala od lineárnej. V tabuľke 2 sú uvedené vypočítané indukčnosti pre jednotlivé kapacity zvlášť. Vidíme, že rozptyl týchto hodnôt je väčší ako je vypočítaná odchýlka indukčnosti. Z toho môžeme uvažovať, že určenie indukčnosti bude zaťažené ešte nejakou systematickou chybou, preto bude lepšie odhadnúť chybu indukčnosti na 0,3 H vzhľadom k rozptylu určených hodnôt.

$$L = (1,7 \pm 0,3) \text{H}.$$

Závislosť R^2 na $\frac{1}{C}$ je vynesená v grafe 2. Chybové úsečky v grafe udávajú hodnoty chyby určenej z lineárnej regresie spojenej s chybou R^2 , ktorú sme určili z chyby R (relatívnu chybu R^2 určíme ako dvojnásobok relatívnej chyby R podobne ako v predošlom prípade).

Graf 2: Závislosť kvadrátu odporu na prevrátenej hodnote kapacity.



Potom sme merali závislosť relaxačnej doby $\tau = RC$ v závislosti na kapacite a odpore. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 3 a 4. Pomocou programu ISES sme určili koeficient $b = \frac{1}{RC}$. Chyba tejto konštanty je daná nepresným označením bodov na krivke ako aj chybou výpočtu programu. Túto chybu nie sme schopní presne vypočítať, preto sme pre hodnoty $R = 400 \Omega$ a $C = 5 \mu\text{F}$ zmerali viac hodnôt konštanty b a z ich rozptylu sme odhadli chybu 3%. Chyby relaxačnej doby sú odvodené z tejto chyby. Chybu kapacity a odporu oproti tomu zanedbávame. Hodnota τ_i uvedená v poslednom stĺpci tabuľky udáva teoretickú hodnotu relaxačnej doby. Závislosť relaxačnej doby na kapacite a odpore je vynesená v grafoch 3 a 4, chyby vyznačené chybovými úsečkami sú chyby z tabuliek 3 a 4.

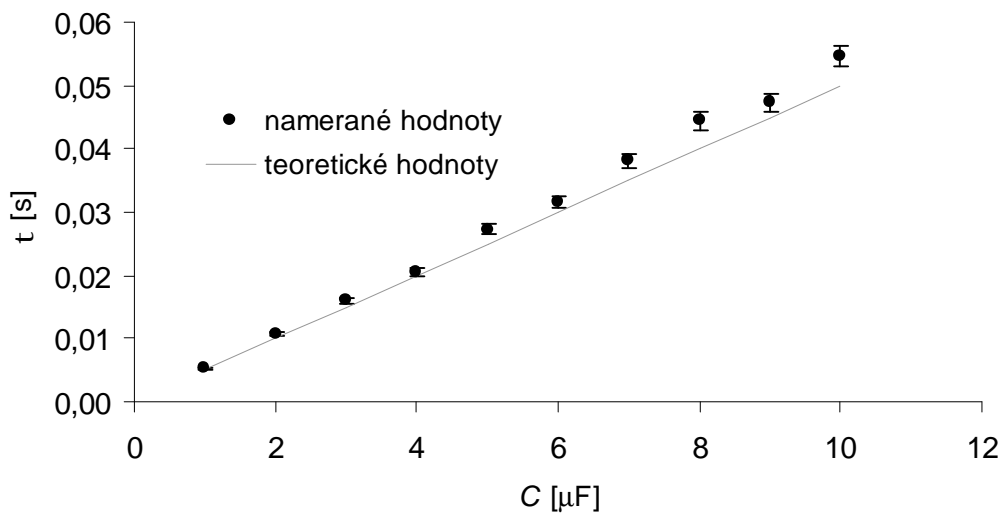
Tabuľka 3: Závislosť relaxačnej doby na kapacite pre $R = 5 \text{ k}\Omega$

C [μF]	b [s^{-1}]	τ [s]	τ_t [s]
1	187,8 ± 5,6	0,0053 ± 0,0002	0,0050
2	94,4 ± 2,8	0,0106 ± 0,0003	0,0100
3	62,5 ± 1,9	0,0160 ± 0,0005	0,0150
4	48,6 ± 1,5	0,0206 ± 0,0006	0,0200
5	36,8 ± 1,1	0,0272 ± 0,0008	0,0250
6	31,7 ± 0,9	0,032 ± 0,001	0,030
7	26,8 ± 0,8	0,037 ± 0,001	0,035
8	22,5 ± 0,7	0,044 ± 0,001	0,040
9	21,2 ± 0,6	0,047 ± 0,001	0,045
10	18,3 ± 0,5	0,055 ± 0,002	0,050

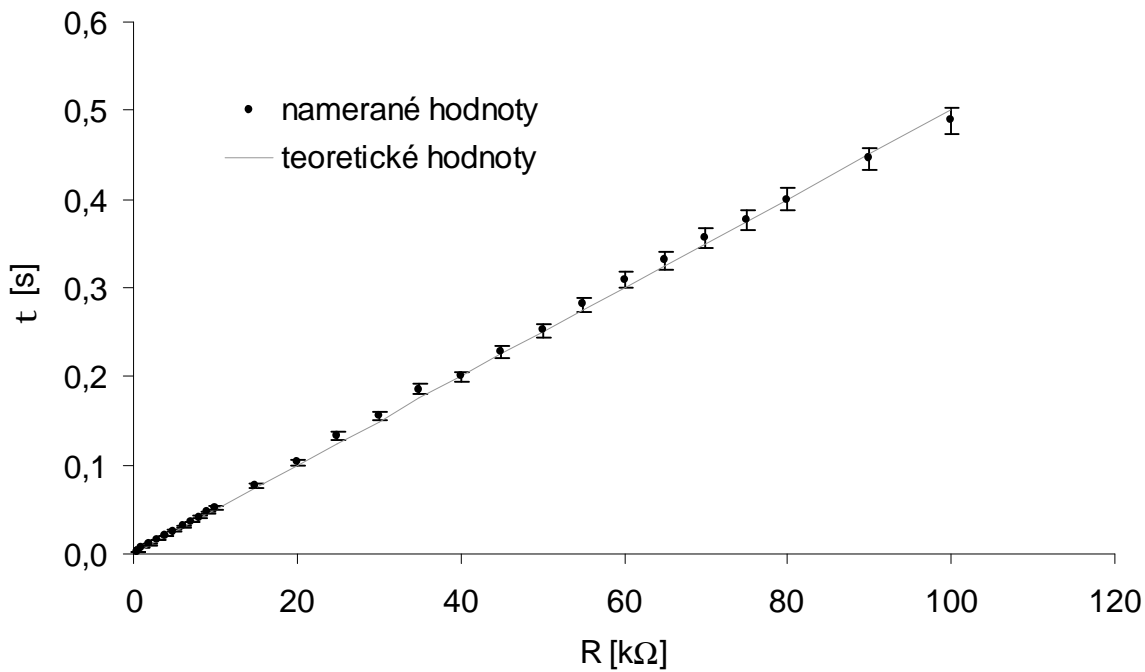
Tabuľka 4: Závislosť relaxačnej doby na odpore pre kapacitu $5 \mu\text{F}$

R [$\text{k}\Omega$]	b [s^{-1}]	τ [s]	τ_t [s]
0,4	455	0,0021 ± 0,0001	0,0020
	484		
	486		
	475		
	475 ± 14		
0,5	385 ± 12	0,0026 ± 0,0001	0,0025
1	171 ± 5	0,0059 ± 0,0002	0,0050
2	97 ± 3	0,0103 ± 0,0003	0,0100
3	65 ± 2	0,0153 ± 0,0005	0,0150
4	49 ± 1	0,020 ± 0,001	0,020
5	40 ± 1	0,025 ± 0,001	0,025
6	32 ± 1	0,031 ± 0,001	0,030
7	27,7 ± 0,8	0,036 ± 0,001	0,035
8	24,1 ± 0,7	0,042 ± 0,001	0,040
9	21,6 ± 0,6	0,046 ± 0,001	0,045
10	19,1 ± 0,6	0,052 ± 0,002	0,050
15	13,1 ± 0,4	0,077 ± 0,002	0,075
20	9,7 ± 0,3	0,103 ± 0,003	0,100
25	7,5 ± 0,2	0,133 ± 0,004	0,125
30	6,4 ± 0,2	0,156 ± 0,005	0,150
35	5,4 ± 0,2	0,185 ± 0,006	0,175
40	5,0 ± 0,2	0,200 ± 0,006	0,200
45	4,4 ± 0,1	0,228 ± 0,007	0,225
50	4,0 ± 0,1	0,252 ± 0,008	0,250
55	2,6 ± 0,1	0,391 ± 0,012	0,275
60	3,2 ± 0,1	0,309 ± 0,009	0,300
65	3,0 ± 0,1	0,331 ± 0,010	0,325
70	2,8 ± 0,1	0,356 ± 0,011	0,350
75	2,7 ± 0,1	0,376 ± 0,011	0,375
80	2,5 ± 0,1	0,400 ± 0,012	0,400
90	2,2 ± 0,1	0,446 ± 0,013	0,450
100	2,0 ± 0,1	0,489 ± 0,015	0,500

Graf 3: Závislosť relaxačnej doby na kapacite pre $R = 5 \text{ k}\Omega$



Graf 4: Závislosť relaxačnej doby na odpore pre kapacitu $5 \mu\text{F}$



Diskusia:

Zmerali sme závislosť doby kmitu na zaradenej kapacite. Z grafu 1 vidíme, že závislosť kvadrátu doby kmitu na kapacite je lineárna. Regresiou sme určili indukčnosť L , ktorej chyba

je pomerne malá. Na jej chybe sa prejavili hlavne nepresnosti odčítania jednotlivých maxim z obrazovky. Podmienka $\frac{R^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$ je splnená, obidva členy sa líšia najmenej o päť rádov.

Hodnota L určená z aperiodizačných odporov nie je príliš presná, ako môžeme vidieť z grafu 2, závislosť druhej mocniny odporu na prevrátenej hodnote kapacity má isté odchýlky od linearity. Chyba určená lineárnou regresiou je zrejme podhodnotená vzhľadom k rozptylu indukčností vypočítaných pre jednotlivé hodnoty, preto sme ju stanovili odhadom. Chyba mohla byť spôsobená tým, že jednotlivé prvky obvodu nie sú ideálne (cievka mala nenulový odpor). Pre určenie indukčnosti bola výhodnejšia prvá metóda, lebo nedokonalosť prvkov obvodu (napr. odpor cievky) sa na dobu kmitu prejaví menej výrazne, podobne dobu kmitu sme boli schopní určiť s väčšou presnosťou ako aperiodizačný odpor, indukčnosť v prvom prípade je teda určená s menšou chybou. Obidve hodnoty sa v rámci chyby zhodujú.

Zmerali sme relaxačnú dobu RC obvodu v závislosti na veľkosti kapacity a odporu v obvode. Táto závislosť je lineárna, ako môžeme vidieť z grafov 3 a 4. Na chybe určenia relaxačnej doby sa podieľala nepresnosť označenia bodov na obrazovke, štatistická chyba udávaná programom nezahŕňala túto skutočnosť, preto sme chybu odhadli z rozptylu hodnôt zmeraných pre jednu hodnotu kapacity a odporu. V rámci takto určenej chyby sa väčšina výsledkov zhoduje s teoretickými hodnotami, ako môžeme vidieť z grafov 3 a 4.

Záver:

Zmerali sme závislosť doby kmitu na veľkosti zaradenej kapacity (tabuľka 1, graf 1), z tejto závislosti sme určili indukčnosť cievky ako

$$L = (1,96 \pm 0,02) \text{ H.}$$

Zmerali sme hodnoty aperiodizačného odporu pre rôzne hodnoty zaradenej kapacity (tabuľka 2, graf 2), z týchto hodnôt sme určili indukčnosť cievky ako

$$L = (1,7 \pm 0,3) \text{ H.}$$

Zmerali sme závislosť relaxačnej doby obvodu RC v závislosti na zaradenej kapacite a odpore a porovnali sme namerané hodnoty s teoretickými hodnotami (tabuľka 3,4, graf 3,4).

Literatúra:

[1] Doc. RNDr. Roman Bakule, CSc., Doc. RNDr. Jíří Šternberk, CSc., Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, Státní pedagogické nakladatelství Praha