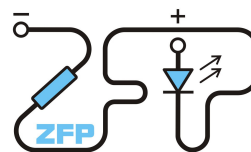


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č.

Název úlohy:.....

Jméno:Datum měření:

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle obr. 1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity. ($C = 0,5 - 10 \mu\text{F}$, $R = 20 \Omega$). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti L zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro deset hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru ($1 - 10 \mu\text{F}$). I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti L .
3. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

1 Teorie

V sériovém RLC obvodu je průběh proudu obecně popsán diferenciální rovnicí [1]:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

L je indukčnost cívky, R odpor rezistoru, C kapacita zapojeného kondenzátoru, I velikost proudu v obvodu a ε připojené napětí (viz obr. 1).

Řešení rovnice (1) pro čas $t \neq 0$ závisí na vzájemném vztahu parametrů R, L, C . Označme $A = \frac{R}{2L}$, $B = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

1. $\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ – tlumený periodický pohyb

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sin Bt \quad (2)$$

2. $\frac{1}{LC} = \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ – mezní aperiodický pohyb

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{L} t e^{-At} \quad (3)$$

3. $\frac{1}{LC} < \left(\frac{R}{2L}\right)^2$ – aperiodický pohyb

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sinh Bt \quad (4)$$

Veličina B odpovídá při periodickém řešení kruhové frekvenci kmitů, pro periodu T pak dle [1] platí:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} \quad (5)$$

Zvětšujeme-li tlumení, R se blíží hodnotě *aperiodizačního odporu* [1]

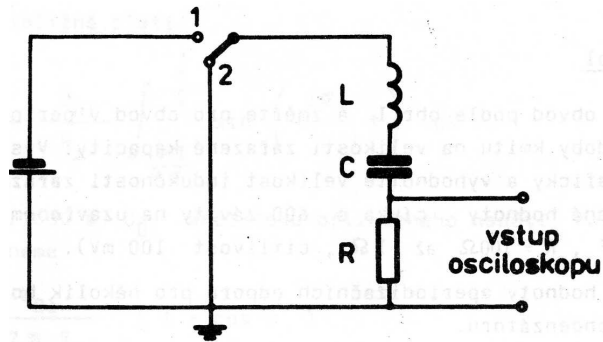
$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

při němž se periodický pohyb změní na pohyb mezní aperiodický.

Není-li v obvodu řazena cívka L , proud v obvodu popisuje vztah [1]

$$I(t) \sim e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

jedná se pak v podstatě jen o vybíjení kondenzátoru C přes odpor R . Veličina τ se nazývá *relaxační doba*.



Obrázek 1: Schéma zapojení

2 Pomůcky

cívka, odporová a kapacitní dekáda, systém ISES, zdroj napětí, propojovací vodiče

3 Výsledky měření

3.1 Závislost periody T na kapacitě kondenzátoru

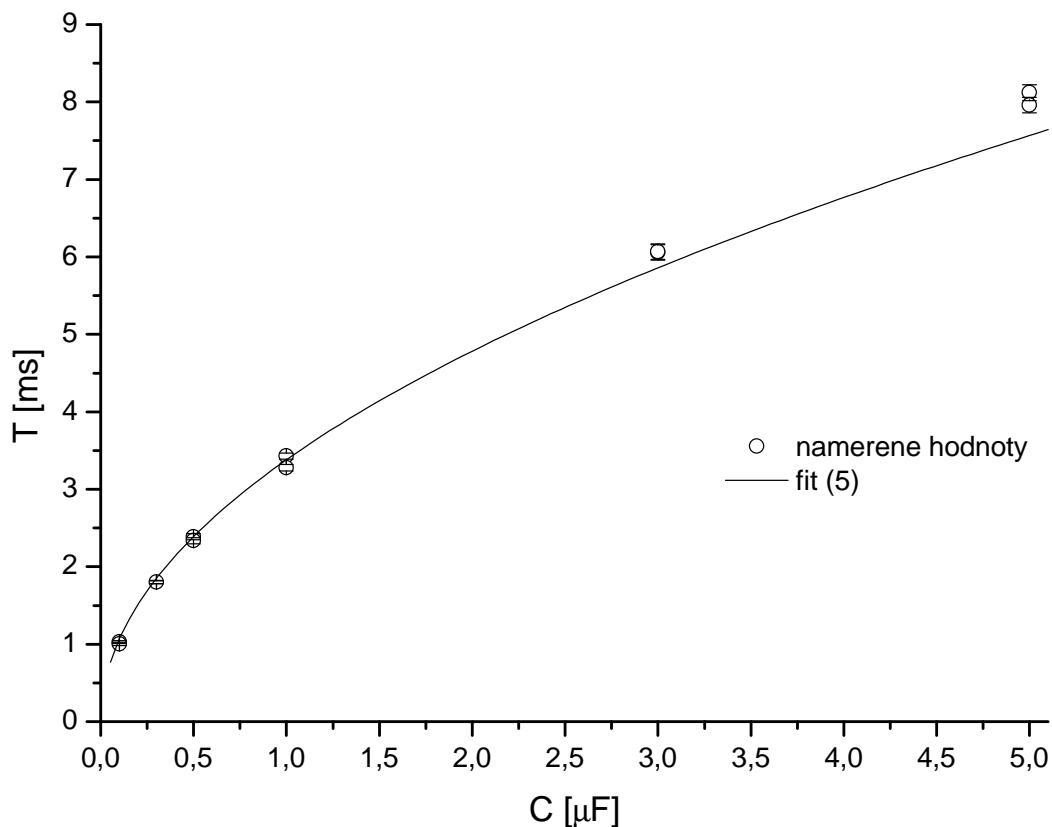
Obvod byl sestaven podle schématu 1. Pro různé hodnoty kapacity C byly odečteny hodnoty $5T$ (pro zvýšení přesnosti měření). Odchylku kapacitní dekády zanedbáváme, odchylku měření odporu odhaduji na 2Ω , neboť cívka má dle výrobce odpor $\approx 2,5\Omega$. Přesnost odečítání z obrazovky byla odhadnuta jako 1 % ze zobrazovaného časového rozsahu (vzhledem k citlivosti myši a rozlišení monitoru).

Tabulka 1: Naměřené hodnoty $T(C)$

C [μF]	$5T$ [ms]	σ_{5T} [ms]
0,1	5,1	0,1
0,1	5,0	0,1
0,3	9,0	0,1
0,3	9,0	0,1
0,5	11,9	0,2
0,5	11,7	0,2
1	17,2	0,2
1	16,4	0,2
3	30,3	0,5
3	30,3	0,5
5	40,6	0,5
5	39,8	0,5

Naměřené hodnoty byly fitovány křivkou (5) pro zjištění indukčnosti křivky L , dosažený odpor (vč. odporu cívky): $R = 22,5\Omega$.

$$L = (0,29 \pm 0,01) \text{ H}$$



Obrázek 2: Závislost periody kmitu na zapojené kapacitě

3.2 Stanovení aperiodizačního odporu

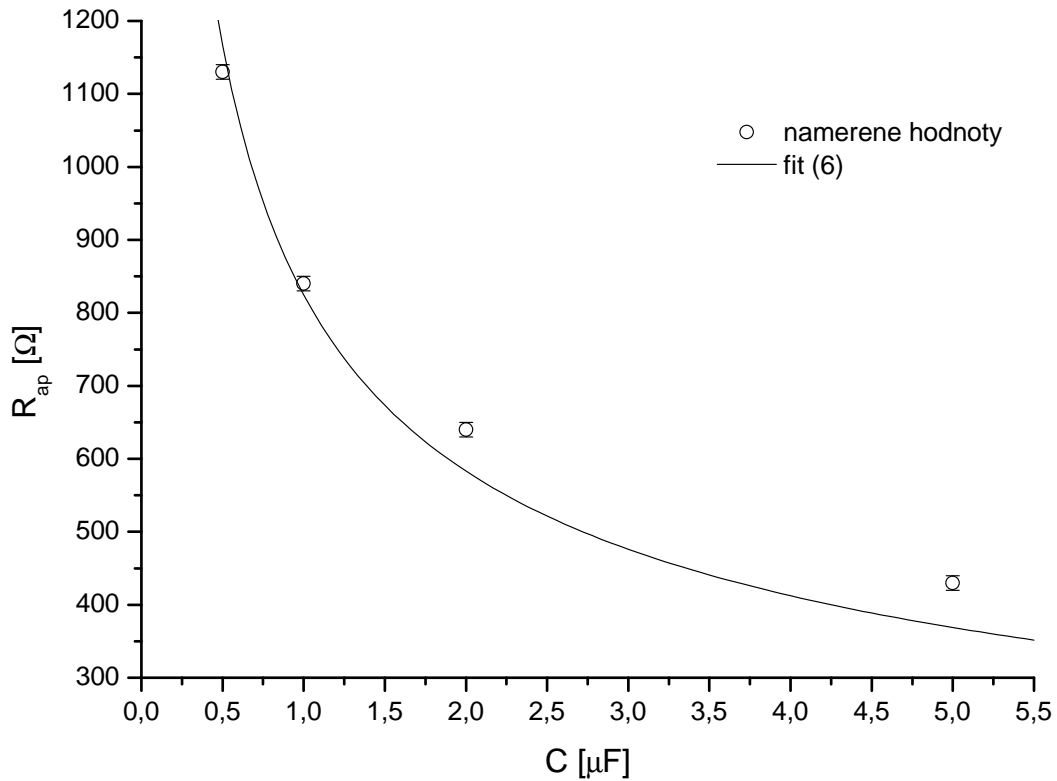
Aperiodizační odpor byl určen sledováním vývoje signálu na monitoru. Je to nejmenší možná hodnota, při které je pohyb ještě aperiodický. Toto určení je zatíženo poměrně velkou nejistotou, protože nešlo prakticky určit, kdy už signál překmitnul nulu a kdy ještě ne (jednak v důsledku šumu na voltmetru, jednak kvůli špatné reprodukovatelnosti měření). Chyba $10\ \Omega$ byla odhadnuta. odchylku kapacitní dekadý opět zanedbáváme.

Proložení naměřených hodnot křivkou (6) byla opět stanovena indukčnost cívky L :

$$L = (0,17 \pm 0,02)\ \text{H}$$

Tabulka 2: Naměřené hodnoty $R_{ap}(C)$

C [μF]	R_{ap} [Ω]	$\sigma_{R_{ap}}$ [Ω]
0,5	1120	10
1	840	10
3	640	10
5	430	10



Obrázek 3: Závislost aperiodizačního odporu na zapojené kapacitě

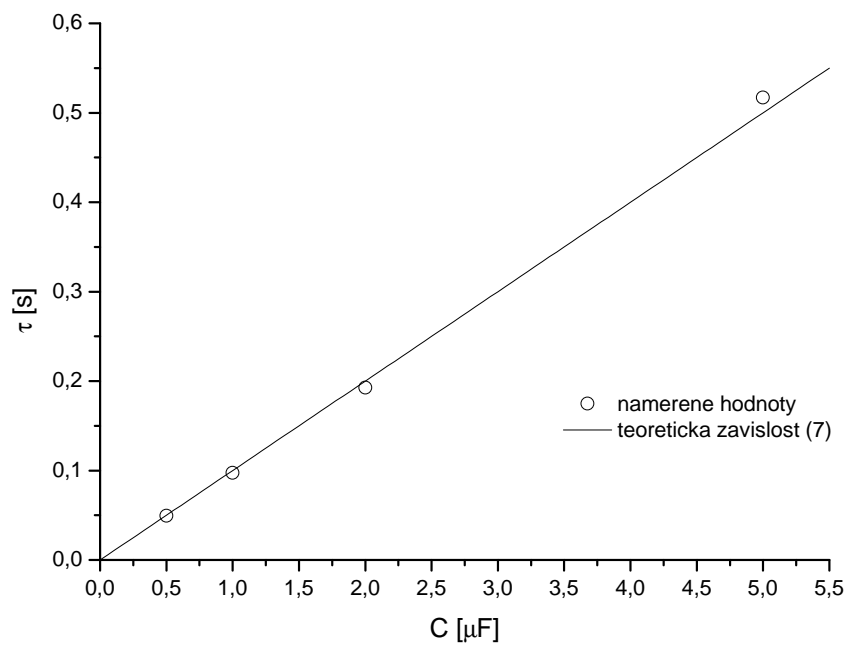
3.3 RC obvod

Relaxační doba byla zjištěna fitováním v programu ISES. Naměřenými daty byla proložena závislost $ae^{bt} + c$, kde podle (7) je parametr $b = -\frac{1}{\tau}$. Chybu fitu ISES neuvádí a pro zjištění charakteru závislosti není podstatná, pokud jsou chyby všech fitů relativně srovnatelné. Teoretické hodnoty byly vypočítány dle (7).

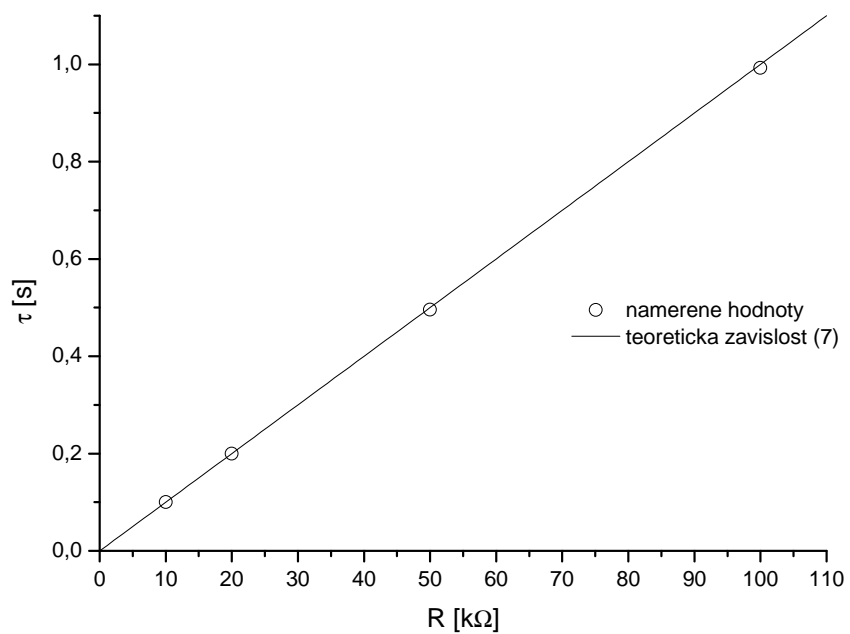
Tabulka 3: Naměřená data $\tau(R, C)$

R_{ap} [kΩ]	C [μF]	b [s ⁻¹]	τ [s]	τ_{teor} [s]
100	10	-1,007	0,99305	1,00
50	10	-2,016	0,49603	0,50
20	10	-5,013	0,19948	0,20
10	10	-9,978	0,10022	0,10
100	5	-1,934	0,51706	0,50
100	2	-5,189	0,19272	0,20
100	1	-10,281	0,09727	0,10
100	0,5	-20,275	0,04932	0,05

Naměřená data byla vynesena do grafů (obr. 4 a 5) a proložena teoretickými závislostmi (7).



Obrázek 4: Závislost relaxační doby na kapacitě



Obrázek 5: Závislost relaxační doby na odporu

4 Diskuze výsledků

Charaktery všech závislostí odpovídají teoretickým předpokladům. Ovšem hodnoty indukčnosti stanovené ze závislosti T a R_{ap} na C se značně liší. Důvěryhodnější jsou zřejmě hodnoty stanovené pomocí měření periody, neboť měření času na monitoru lze realizovat s výrazně větší přesností než určení aperiodizačního odporu dekadou (zejména v důsledku dost neostře hranice překmitnutí nulového proudu). Navíc bylo naměřeno výrazně méně hodnot než v prvním případě.

Na druhou stranu se v prvním měření mohly daleko víc projevit odpory cívky a přírodních vodičů, resp. konektorů, které mohly měření ovlivnit.

Přesnost měření systémem ISES je pro daný účel dostatečná ($\sim 1\%$). Dalšího zvýšení přesnosti by bylo možno dosáhnout naměřením většího počtu period (úkol 1) či fitem větším množstvím bodů (úkol 3).

5 Závěr

Byla zjištěna indukčnost cívky pomocí měření periody a aperiodizačního odporu:

$$L_T = (0,29 \pm 0,01) \text{ H}$$

$$L_R = (0,17 \pm 0,02) \text{ H}$$

Charaktery závislostí odpovídají teoretickým předpokladům (viz obr. 2 a 3).

Relaxační doba dobře splňuje teoretické předpoklady kvalitativně i kvantitativně, tedy roste lineárně s R i C (viz obr. 4 a 5).

Reference

- [1] Studijní text k Praktiku II. [online], [cit. 2013-12-07].
URL <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_218.pdf>