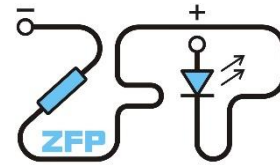


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum II



Úloha č. XVIII

Název úlohy: Přechodové jevy v RLC obvodu

Jméno: Anežka Doležalová

Obor: **FOF** ~~FAF~~ ~~FMUZV~~

Datum měření: 20.11.2018

Datum odevzdání: 27.11.2018

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 3	
Teoretická část	0 - 2	
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: .....

dne: .....

## Pracovní úkoly

1. Pro sériový RLC obvod v periodickém stavu změřte závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity alespoň pro pět hodnot z intervalu ( $C = 0,1 - 10 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro pět hodnot kapacit zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti  $L$ .
3. Změřte závislost relaxační doby sériového obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

## Teorie

Tlumené kmity obecně popisuje diferenciální rovnice tvaru

$$a \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = 0 \quad (1)$$

kde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  jsou konstanty,  $x$  proměnná a  $t$  čas.

Pro RLC obvod platí dle II. Kirchhoffova zákona [1] vztah

$$L \frac{d^2I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2)$$

tedy součet změny napětí na každém prvku je roven změně napětí na zdroji.  $L$  je indukčnost,  $C$  kapacita,  $R$  odpor,  $I$  proud a  $\varepsilon$  napětí zdroje.

Pokud se v čase  $t = 0$  změní napětí zdroje z nulové hodnoty na hodnotu  $\varepsilon$  (nebo opačně), bude rovnice (2) v čase  $t \neq 0$  ve shodném tvaru jako rovnice (1). Ze vztahu mezi komponenty  $R$ ,  $L$ ,  $C$  lze rozdělit řešení do tří skupin:  $1/LC > R^2/(2L)^2$ ,  $1/LC = R^2/(2L)^2$ ,  $1/LC < R^2/(2L)^2$ .

- a) Periodický stav. Pro  $1/LC > R^2/(2L)^2$  má proud  $I$  průběh daný rovnicí  $I(t) = (\varepsilon/BL) \exp(-At) \sin(Bt)$ , kde  $A = R/2L$  a  $B^2 = 1/LC - A^2$ . Při zapnutí nebo vypnutí zdroje se tedy mění pouze polarita proudu, průběh zůstává stejný.
- b) Mezně aperiodický stav. Pro  $A^2 = (R/2L)^2 = 1/LC$  se mění pouze směr proudu, velikost zůstává stejná. Průběh je tedy popsán vztahem  $I(t) = (\varepsilon/L)t \exp(-At)$ .
- c) Aperiodický stav. Pro  $A^2 = (R/2L)^2 > 1/LC$ , proud dosáhne rychleji svého maxima a poté pomaleji klesá k nulové hodnotě. Jeho průběh je popsán vztahem  $I(t) = (\varepsilon/BL) \exp(-At) \sinh(Bt)$ .

Pro periodický stav (a) je perioda určena vztahem

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}} = \frac{2\pi}{B} \quad (3)$$

a veličina  $B$  má zde význam úhlové frekvence.

Pokud je pro periodický stav  $1/LC \gg R^2/(2L)^2$ , doba kmitu je prakticky konstantní a přibližně rovna periodě netlumených kmitů.

Pokud bychom zvyšovali tlumení, hodnota  $R$  se bude blížit k hodnotě aperiodizačního odporu  $R_{ap}$ , jeho hodnota je

$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4)$$

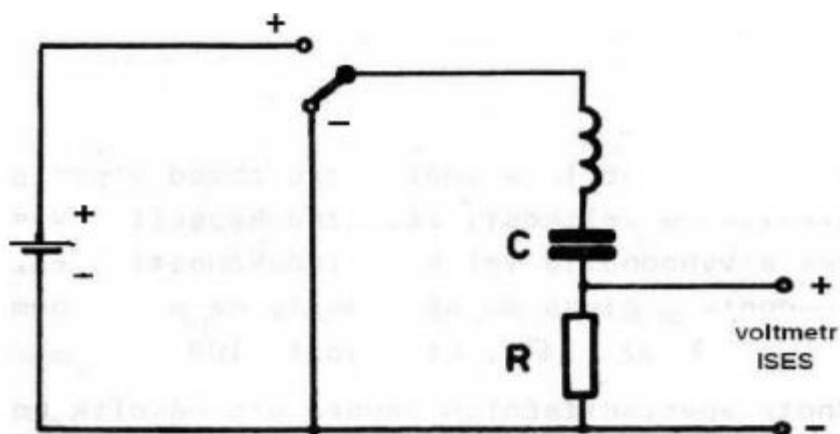
Pro odpory rovny nebo vyšší  $R_{ap}$  proud dosáhne maxima a pak monotónně klesá k nule.

Pokud nebude v obvodu zařazena cívka o indukčnosti  $L$ , mění se proud úměrně exponenciálně  $\exp(-t/\tau)$ .  $\tau$  je relaxační doba rovna

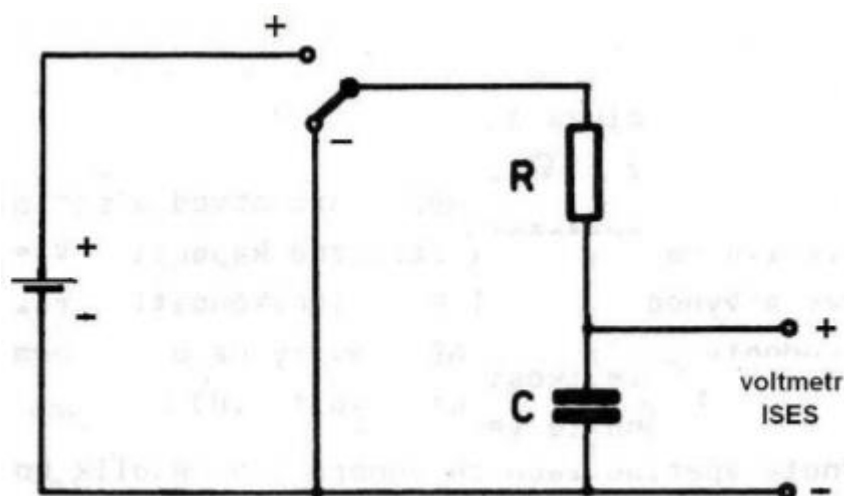
$$\tau = RC \quad (5)$$

## Metoda měření

Obvod RLC zapojíme dle obr. 1 [2], obvod bez cívky, RC, dle obr. 2 [2]. Měření provádíme přes připojení k počítačovému programu ISES, který slouží jako osciloskop.



obr. 1



obr. 2

## Výsledky měření

Měření bylo prováděno na cívce s označením 600Z-2A, na odporové dekádě s přesností  $\pm 0,5 \% \pm 5 \text{ m}\Omega$  a na kondenzátorové dekádě, kde není udána přesnost. Budeme tedy předpokládat přesnost udaných kapacit  $\pm 0,5 \%$ .

### a) Závislost periody na připojeném kondenzátoru

Pro  $R = 20 \Omega$  a devět hodnot kapacit bylo změřeno vždy 5 period s tím, že první kmit dolů ještě měření nebyl, protože zde někdy byla drobná výchylka opačným směrem, kvůli které by mohlo měření být nepřesnější. Pět period bylo poté měřeno od prvního kmitu nahoru. Hodnoty byly odečteny v grafu vytvořeném systémem ISES několikrát, aby se zamezilo chybě na straně experimentátora. Naměřené hodnoty jsou zaznamenány v tabulce č. 1, jsou zde i jednotlivé vypočtené hodnoty i s chybami.

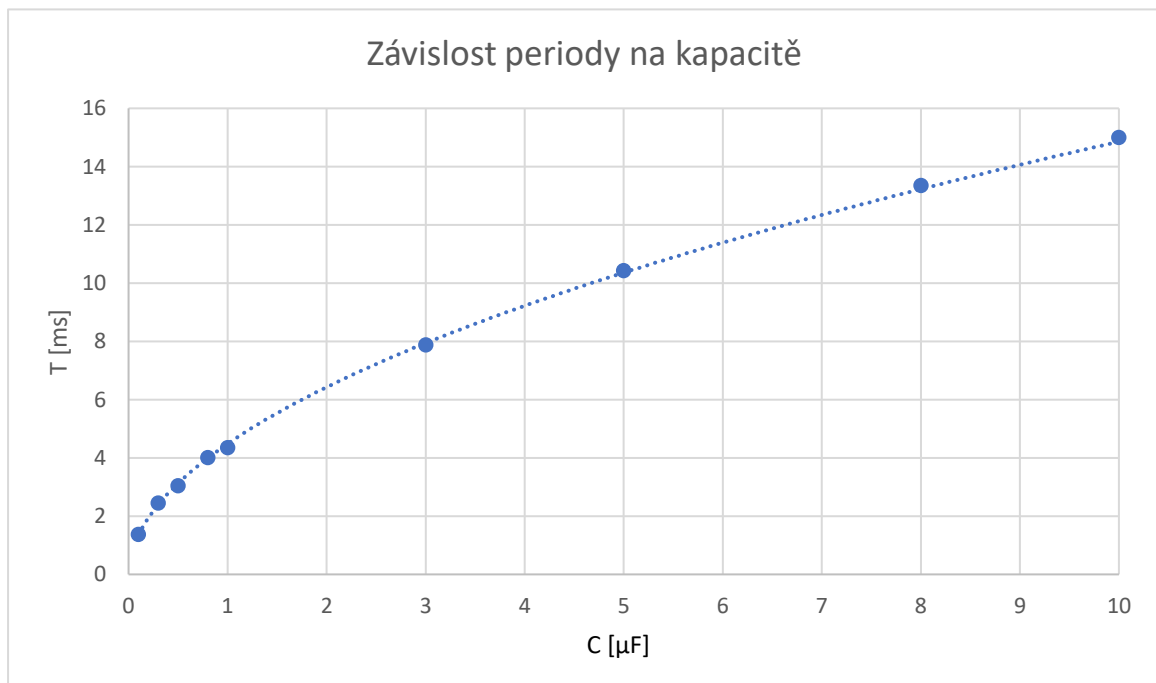
Tabulka č. 1: Periody kmitů

číslo měření	C=0,1 μF	C=0,3 μF	C=0,5 μF	C=0,8 μF	C=1 μF	C=3 μF	C=5 μF	C=8 μF	C=10 μF
	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]	5T [s]
1	0,006879	0,012273	0,015205	0,02002	0,021773	0,039401	0,052135	0,066768	0,075
2	0,00685	0,012241	0,015205	0,02002	0,021732	0,039401	0,052135	0,066667	0,075
3	0,006865	0,012273	0,015205	0,020058	0,021732	0,039401	0,052135	0,066667	0,074898
4	0,006865	0,012241	0,015205	0,020058	0,021773	0,039352	0,052135	0,066768	0,075
5	0,006865	0,012241	0,015235	0,02002	0,021732	0,039401	0,052135	0,066768	0,075
průměr	0,006865	0,012253	0,015211	0,020035	0,021749	0,039391	0,052135	0,066728	0,07498
$\eta_T$ [s]	0,001373	0,002451	0,003042	0,004007	0,00435	0,007878	0,010427	0,01335	0,014996
$\sigma_T$ [s]	0,000002	0,000004	0,000003	0,000004	0,000005	0,000004	0	0,000001	0,000009

Při pohledu na tabulku č. 1 je zřejmé, že periody byly změřeny velmi přesně a výběrové směrodatné odchylky jsou velmi (na první pohled se zdají hodnoty nezaokrouhlené). Je zde možná jistá systematická chyba na straně experimentátora, kterou budeme brát jako minimální.

Závislost vypočtené periody na zapojené kapacitě při konstantním odporu je vynesena v grafu č. 1. Ze vztahu (3) byla dopočítána hodnota indukčnosti s tím, že člen  $(R/2L)^2$  považujeme za zanedbatelně malý (ověřeno numericky). Výsledná vypočtená indukčnost má hodnotu  $L = (0,52 \pm 0,02) \text{ H}$ .

Graf č. 1: Závislost periody na kapacitě



## b) Aperiodický stav

Pro sedm hodnot zapojených kapacit byl určen aperiodizační odpor. Tento odpor byl stanoven postupným nastavováním odporů na odporové dekádě tak, aby graf vykreslený systémem ISES splňoval tu vlastnost, že nabyde maxima (v našem případě má maximální hodnota záporné znaménko, takže v podstatě minima) a poté monotónně klesal k nule. V možnostech experimentátora však není přesné určení aperiodizačního

odporu, protože šum zachycený v grafu nelze přesně odlišit od chování obvodu. Hodnoty aperiodizačních odporů v tabulce č. 2 jsou tedy středními hodnotami a jejich chyba je brána z přesnosti určení. Dále jsou v tabulce č. 2 zaznamenány vypočtené hodnoty indukčností dle vztahu (4), jejich chyby byly odhadnuty z chyb odporů s ohledem na obtížnost rozpoznání.

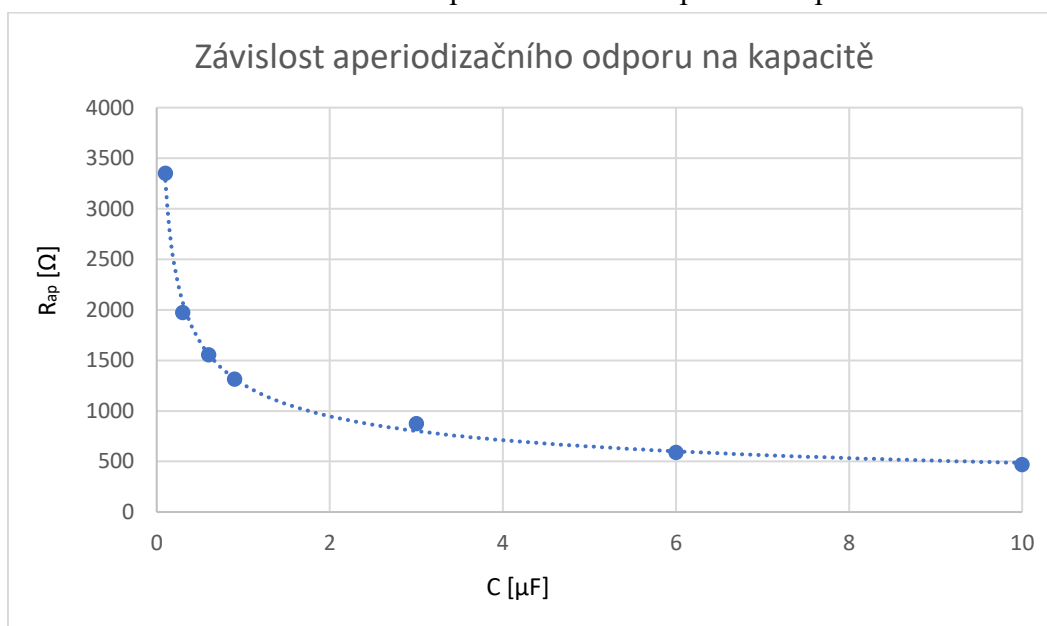
Tabulka č. 2: Aperiodizační odpory a indukčnosti

C [ $\mu\text{F}$ ]	$R_{\text{ap}}$ [ $\Omega$ ]	L [H]
0,1	$3350 \pm 50$	$0,3 \pm 0,2$
0,3	$1975 \pm 25$	$0,3 \pm 0,1$
0,6	$1555 \pm 25$	$0,4 \pm 0,1$
0,9	$1315 \pm 25$	$0,4 \pm 0,1$
3	$875 \pm 15$	$0,57 \pm 0,07$
6	$590 \pm 10$	$0,52 \pm 0,05$
10	$470 \pm 10$	$0,55 \pm 0,05$

Pro výpočet indukčnosti jsem vyřadila první z měření, má největší chybu a bylo u něj nejobtížnější rozpoznat, kdy se již jedná o aperiodický stav. Indukčnost vypočtená z ostatních měření má hodnotu  $L = (0,45 \pm 0,08) \text{ H}$ .

V grafu č. 2 je vynesena závislost aperiodizačního odporu na kapacitě z tabulky č. 2.

Graf č. 2: Závislost aperiodizačního odporu na kapacitě



### c) Relaxační doba

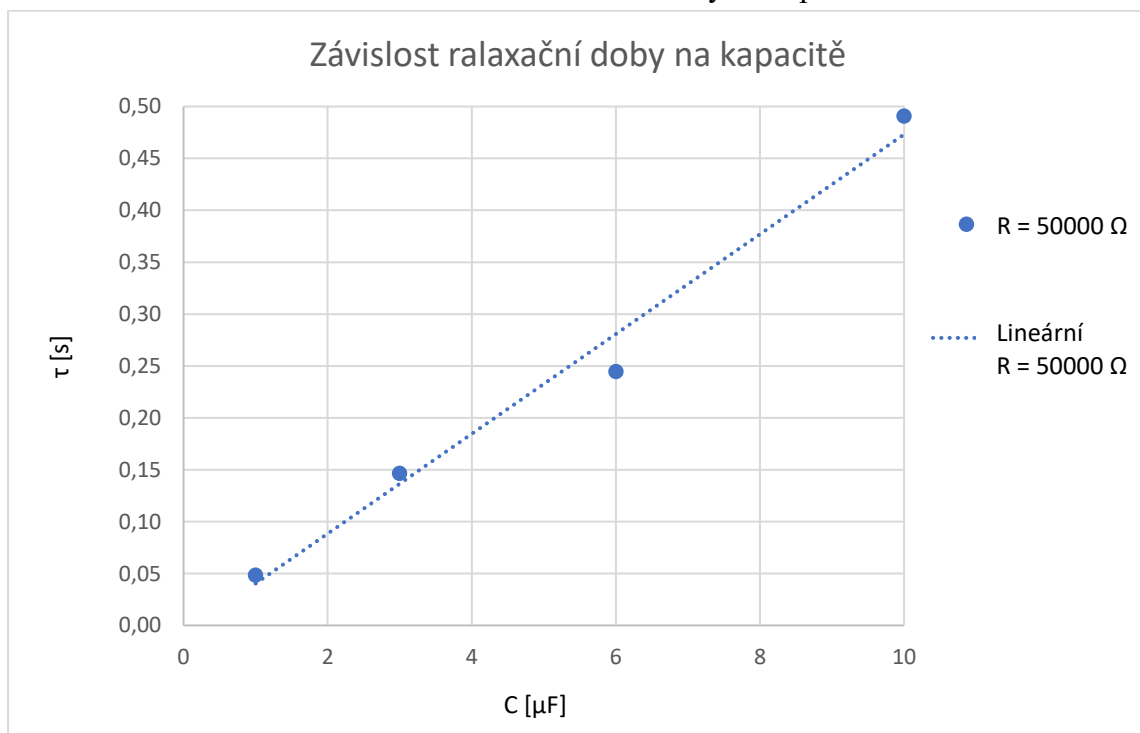
Jak je již řečeno v teoretické části, pro obvod RC se proud mění v čase v závislosti na exponenciálně  $[\exp(\alpha t)]$ . Koeficient  $\alpha$ , který vypočte program ISES má význam  $\alpha = -(1/\tau)$ . V tabulce č. 3 jsou zaznamenány hodnoty koeficientu  $\alpha$  pro různé hodnoty kapacit a odporů a z tohoto koeficientu vypočtena relaxační doba  $\tau$ . Chybu programu nelze určit přesně, budeme proto předpokládat, že i s chybou experimentátora nepřevyšuje nejistota 5 %.

V grafu č. 3 je vynesena závislost relaxační doby na zapojené kapacitě při odporu  $R = 5000 \Omega$ , v grafu č. 4 na zapojeném odporu při kapacitě  $C = 1 \mu\text{F}$ . Pro tyto hodnoty C a R jsou naměřené hodnoty nejpřesnější vzhledem k vypočteným.

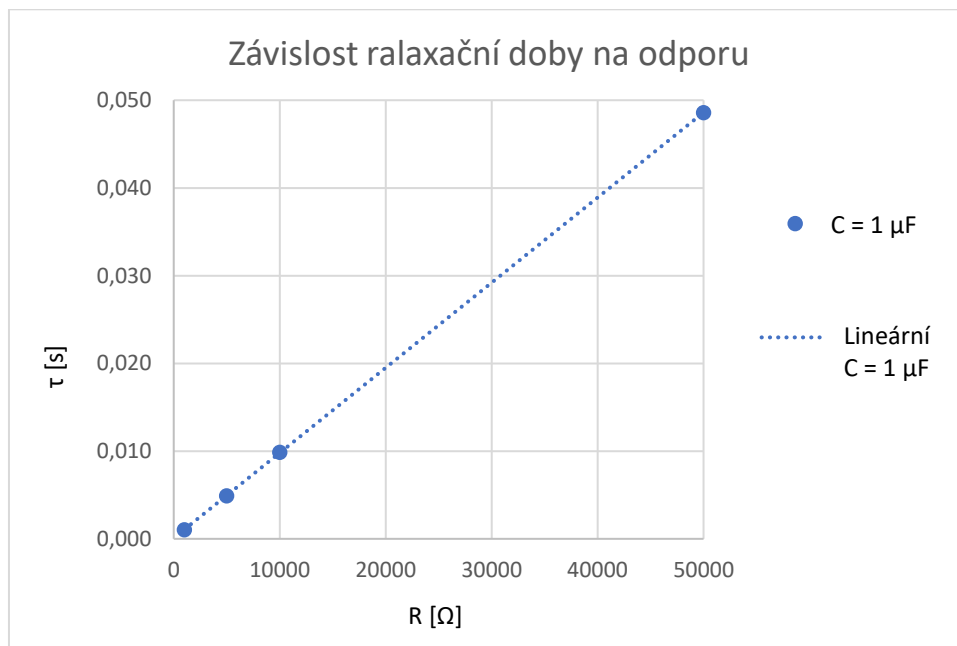
Tabulka č. 3: Relaxační doba

C [ $\mu\text{F}$ ]	R [ $\Omega$ ]	$\alpha$ [ $\text{s}^{-1}$ ]	$\tau$ [s]	$\tau_{\text{vyp}}$ [s]
1	50000	20,58	0,049	0,05
1	10000	101,10	0,010	0,01
1	5000	204,18	0,005	0,005
1	1000	972,06	0,001	0,001
3	1000	347,08	0,003	0,003
3	5000	68,06	0,015	0,015
3	10000	33,60	0,030	0,03
3	50000	6,82	0,147	0,15
6	50000	4,09	0,245	0,3
6	10000	19,90	0,050	0,06
6	5000	40,35	0,025	0,03
6	1000	204,09	0,005	0,006
10	5000	20,21	0,049	0,05
10	1000	105,47	0,009	0,01
10	10000	10,02	0,100	0,1
10	50000	2,04	0,491	0,5

Graf č. 3: Závislost relaxační doby na kapacitě



Graf č. 4: Závislost relaxační doby na odporu



## Diskuse

V RLC obvodech může nastat periodický nebo aperiodický stav. V prvním úkolu byl zkoumán periodický stav a zjišťována velikost periody. Závislost periody na kapacitě roste nelineárně, jak jsme předpokládali ze vztahu (3). Ze stejného vztahu a závislosti jsme určili hodnotu indukčnosti cívky zapojené v RLC obvodu. Ověřili jsme předpoklad, že druhý člen v odmocnině ve vztahu (3) lze zanedbat bez většího vlivu na výsledek měření.

Při obou měření s cívku mohl hrát roli její odpor. Ten ale není nikde zadán a v rámci našeho měření není zkoumán, takže ho bereme jako zanedbatelný vzhledem k ostatním komponentám.

Nejistoty u měření v periodickém stavu mohl způsobit hlavně experimentátor při odečítání hodnot z grafu vytvořeného počítačovým programem, neboť zmíněný program se ukázal přesný a dekády bereme jako relativně přesné ( $\pm 0,5\%$ ). Experimentátor zde mohl špatně určit vzdálenost na časové ose, což by ovlivnilo celé měření. Z výsledků je ale patrné, že tyto chyby nebyly nijak významné.

Zkusili jsme odečíst z grafu i jednotlivé periody, jejich hodnoty byly přibližně stejné, mírně klesali, ale to může být způsobeno opět experimentátorem.

Mezní stav mezi periodickým a aperiodickým charakterizuje aperiodizační odpor. Jeho hodnota byla stanovena porovnáváním průběhů pro různé odpory, a proto je velmi nejistá. Závisí velmi na schopnostech experimentátora, ale také na tom, kolik šumu se v grafu zobrazí. Proto je indukčnost vypočtená z tohoto měření zatížena větší chybou.

Při vynechání cívky z obvodu se mění proud v čase exponenciálně. Koeficient  $\tau$ , relaxační doba, byl odečten pomocí programu ISES z hodnot, které jsme v grafu označili. I zde není graf hladký a pravděpodobně se zde uplatňuje jistý šum, který znepřesňuje měření. Závislost relaxační doby na kapacitě i odporu vyšla lineární, jak jsme předpokládali ze vztahu (5).

## Závěr

Indukčnost vypočtená z měření period vyšla  $L = (0,52 \pm 0,02) \text{ H}$ , z měření aperiodizačních odporů  $L = (0,45 \pm 0,08) \text{ H}$ .

Závislost periody na kapacitě nelineárně roste, závislost aperiodizačního odporu nelineárně klesá a závislosti relaxační doby na kapacitě i odporu lineárně rostou.

## Zdroje

- [1] Kirchhoffovy zákony – Wikipedie. [online] [26.11.2018]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Kirchhoffovy\\_z%C3%A1kony](https://cs.wikipedia.org/wiki/Kirchhoffovy_z%C3%A1kony)
- [2] Základní fyzikální praktikum [Základní fyzikální praktikum]. [online] [26.11.2018]. Dostupné z: [https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/media/zadani/texty/txt\\_218.pdf](https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/media/zadani/texty/txt_218.pdf)