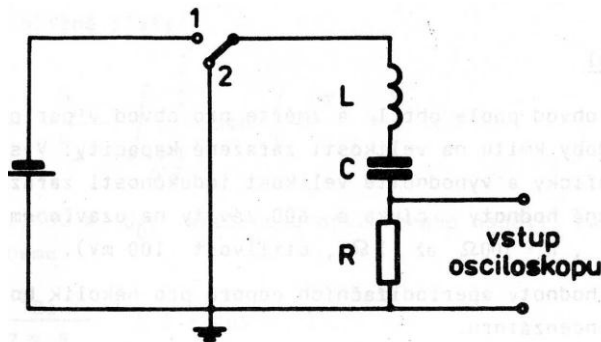


Pracovní úkol:

1. Sestavte obvod podle obr. 1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu T na velikosti zařazené kapacity. ($C = 0,5 - 10 \mu\text{F}$, $R = 20 \Omega$). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti L zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro hodnoty kapacity $0,5 \mu\text{F}$, $1,2 \mu\text{F}$ a $5 \mu\text{F}$ zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti L .
3. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.



Obr.1 - RLC obvod

Teorie

Systém vykonávající tlumené kmity lze popsat obyčejnou lineární diferenciální rovnicí 2. řádu s nulovou pravou stranou:

$$a \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + b \cdot \frac{dx}{dt} + c \cdot x = 0 \quad (1)$$

kde a, b, c jsou konstanty, t je čas a x je proměnná.

Pro sériový RLC obvod stejnosměrného zdroje podle II. Kirchhoffova zákona platí:

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int Idt + RI = \varepsilon \quad (2)$$

kde L je indukčnost cívky, C je kapacita kondenzátoru, R je odpor, ε je napětí zdroje, I je proud, t je čas.

Derivováním rovnice (2) podle času t dostáváme rovnice:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3)$$

Pokud v čase $t=0$ nastane, že buď napětí na zdroji ε klesne na nulu anebo napětí přivedené k obvodu vzroste z nuly na ε , pak se rovnice (3) bude formálně shodovat s rovnicí

(1) pro $t \neq 0$. Řešením rovnice (1) je funkce $I(t)$, která popisuje průběh proudu v obvodu. Charakteristický polynom dané rovnice má 2. stupeň - v závislosti na diskriminantu kvadratické rovnice rozlišujeme následující tři situace:

i) periodický vztah: $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$

Pro průběh proudu platí:
$$I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sin Bt,$$

kde $A = \frac{R}{2L}$ a $B^2 = \frac{1}{LC} - A^2$. Při zapnutí nebo vypnutí zůstává průběh proudu stejný, mění se pouze jeho polarita.

Veličina B odpovídá kruhové frekvenci kmitů. Pro periodu T kmitů platí:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (4)$$

Pokud je $\frac{R^2}{L^2} \ll \frac{1}{LC}$, doba kmitu T se přibližně rovná periodě netlumených kmitů.

Potom platí:

$$T^2 = 4\pi^2 LC \quad (5)$$

ii) mezně aperiodický vztah: $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$

Směr proudu se s časem nemění, velikost se mění podle vztahu: $I(t) = \frac{\varepsilon}{L} t e^{-At}$

iii) aperiodický vztah: $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$

Průběh proudu je popsán vztahem: $I(t) = \frac{\varepsilon}{BL} e^{-At} \sinh Bt$. Proud dosáhne svého maxima a pak monotónně klesá k nulové hladině, kterou však nepřekmitne.

Pro hodnotu aperiodizačního odporu R_{ap} platí:

$$R_{ap} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6)$$

Pokud z RLC obvodu vyřadíme buď indukčnost nebo kapacitu, bude se proud měnit úměrně funkci $e^{-\frac{t}{\tau}}$, kde τ je relaxační doba.

Pro RC obvod platí:

$$\tau = RC \quad (7)$$

Výsledky měření.

1. Periodický stav.

Obvod jsem zapojila dle schématu na obr.1. Měření doby kmitu T v periodickém stavu obvodu jsem prováděla pomocí systému ISES. Ze zobrazených hodnot jsem určovala dobu pěti kmitů. Chyba určení periody je dána nepřesností experimentátora při proložení přímky myší na zobrazeném průběhu kmitů. Odhaduji ji na $\sigma_T=0,05\text{ms}$. Odpor jsem nastavila na hodnotu 20Ω . Chyba odporové dekády, uvedená výrobcem, je $\pm 0,5\%$. Chybu kapacitní dekády lze považovat za zanedbatelnou. Indukčnost jsem počítala dle vztahu (5). Chybu indukčnosti jsem počítala na základě [2]. Výsledky jsou uvedeny v tabulce č.1.

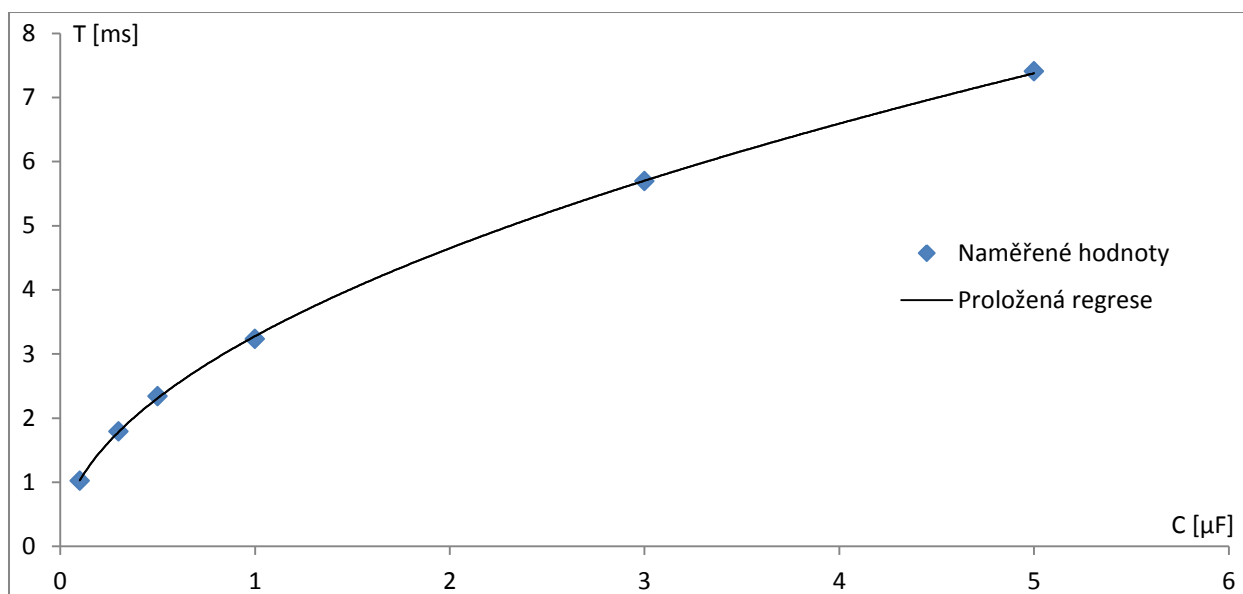
Tabulka č.1 - Závislost doby kmitu na kapacitě pro periodický stav

C [μF]	$5T$ [ms]	T [ms]	L [H]
0,1	5,12	1,02	0,27
0,3	8,96	1,79	0,27
0,5	11,69	2,34	0,28
1	16,16	3,23	0,26
3	28,46	5,69	0,27
5	37,04	7,41	0,28

$$L = (0,27 \pm 0,03)H$$

V grafu č.1 je znázorněná závislost doby kmitu na kapacitě pro periodický stav RLC obvodu.

Graf č.1 - Závislost doby kmitu na kapacitě pro periodický stav



2. Aperiodizační odpor.

Pro čtyři různé hodnoty kapacity jsem zjistila aperiodizační odpor. Výsledky jsou uvedeny v tabulce č.2. Indukčnost jsem spočetla ze vztahu (6). Chybu odporu odhaduji na hodnotu 10Ω na základě pozorovaných odchylek.

Tabulka c.2 - Aperiodizační odpor

C [μF]	R [Ω]	σR [Ω]	L [H]
0,5	1070	10	0,14
1	960	10	0,23
2	720	10	0,26
5	480	10	0,29

$$L = (0,23 \pm 0,03)H$$

Pro výpočet indukčnosti a její chyby jsem vyřadila z oboru zkoumaných hodnot první měření vzhledem k velké odchylce od střední hodnoty zbylých měření. Během měření bylo obtížné rozpoznat, jestli proud nepřekmitnul nulovou hladinu. Považuji toto měření za nevhodné pro účely zkoumaného aperiodického stavu obvodu.

3. Relaxační doba v RC obvodu

Z obvodu jsem vyřadila cívku. Nejdříve jsem měnila odpor pro jednu pevně zvolenou hodnotu kapacity kondenzátoru ($C=1\mu F$) a poté naopak – pro pevně zvolenou hodnotu odporu jsem měnila kapacitu. Proud se měnil úměrně funkci ae^{bt} . Relaxační dobu τ jsem určila

podle vztahu: $\tau = -\frac{1}{b}$. Teoretická hodnota relaxační doby τ_T je vypočtena podle vzorce (7).

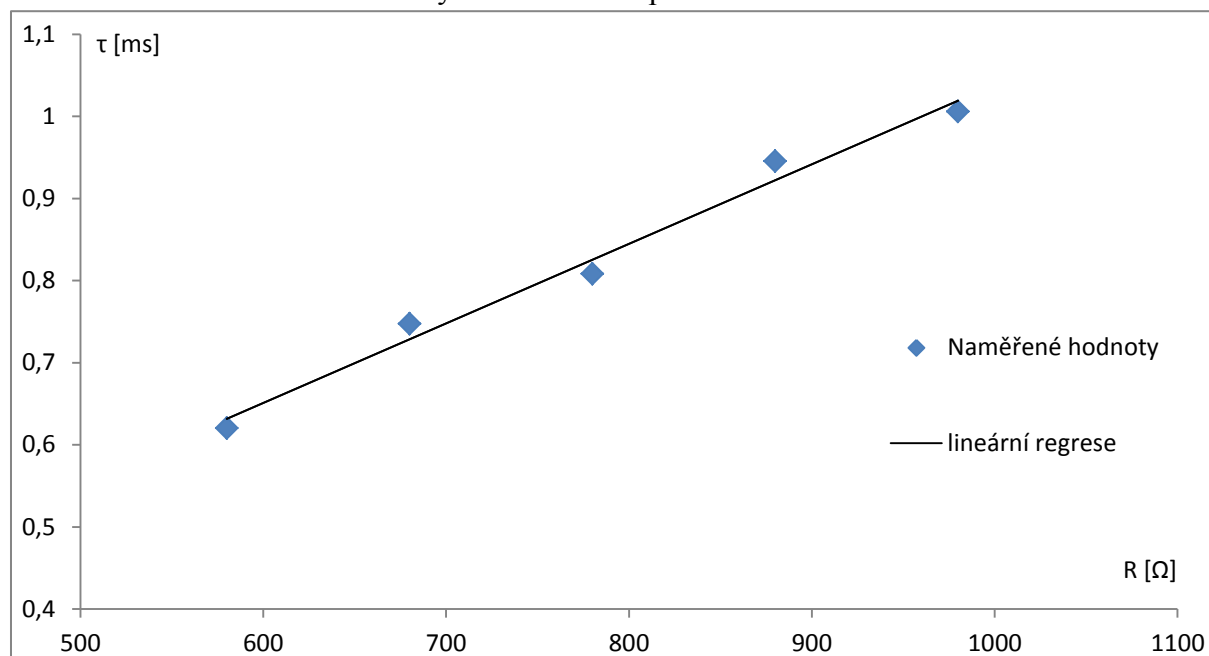
Rozdíl teoretické hodnoty a naměřené hodnoty jsem označila jako $\Delta\tau$.

Tabulka č.3 - Závislost relaxační doby na velikosti odporu

R [Ω]	b [s^{-1}]	τ [ms]	τ_T [ms]	$\Delta\tau$ [ms]
980	-994,46	1,01	0,98	-0,03
880	-1057,97	0,95	0,88	-0,07
780	-1237,66	0,81	0,78	-0,03
680	-1337,89	0,75	0,68	-0,07
580	-1612,52	0,62	0,58	-0,04

Z grafu č.2 je vidět, že naměřené hodnoty téměř odpovídají lineární závislosti.

Graf č.2 - Závislost relaxační doby na velikosti odporu



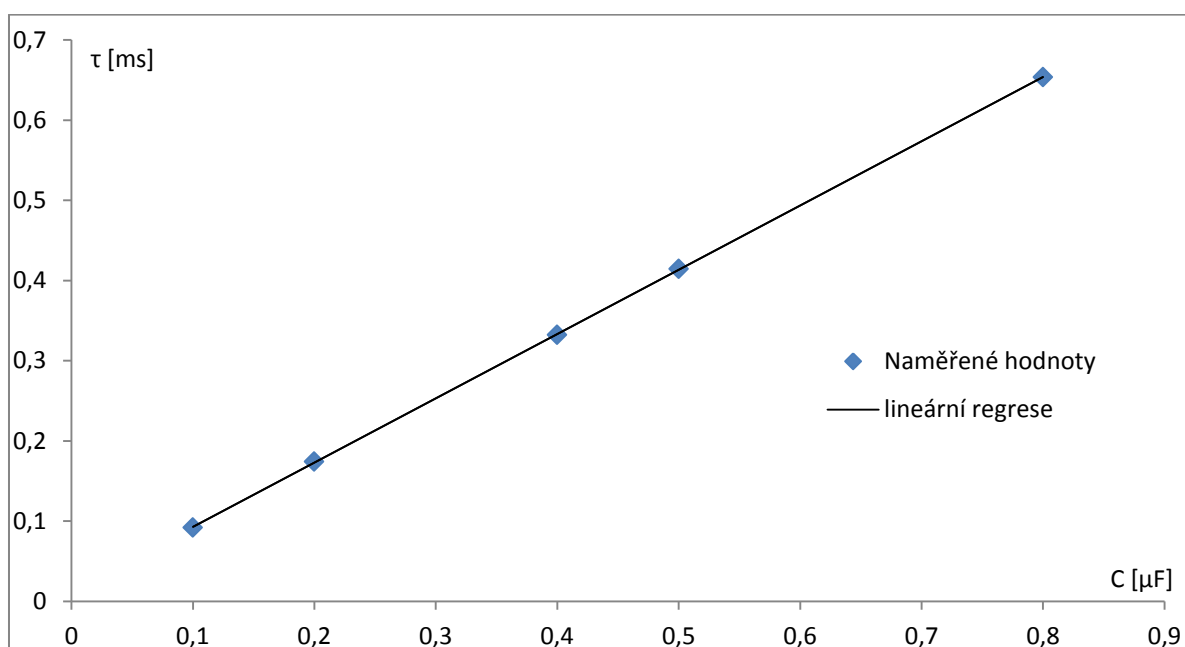
Pro zvolenou hodnotu odporu 780Ω jsem prováděla měření pro různé hodnoty kapacity kondenzátoru. Měření pro $C=0,8\mu F$ jsem vyřadila ze zpracování kvůli velké nepřesnosti provedeného měření.

Tabulka č.4 – Závislost relaxační doby na velikosti kapacity

C [μF]	b [s^{-1}]	τ [ms]	τ_T [ms]	$\Delta\tau$ [ms]
0,1	-10860,44	0,09	0,08	-0,01
0,2	-5734,48	0,07	0,16	-0,02
0,4	-3010,11	0,33	0,31	-0,02
0,5	-2413,50	0,41	0,39	-0,02
0,8	-1254,25	0,80	0,62	-0,17
1	-1529,64	0,65	0,78	0,13

Jak je vidět z grafu č.3, naměřené hodnoty odpovídají teoretické očekávané lineární závislosti.

Graf č.3 - Závislost relaxační doby na velikosti kapacity



Diskuse

V úloze č.1 jsem měřila závislost doby kmitu na velikosti zařazené kapacity v periodickém stavu obvodu. Chyba určení doby kmitu je nejvíce zatížena chybou experimentátora. Určování probíhalo tak, že na zobrazeném průběhu kmitu bylo nutno proložit přímkou pro odečítání hodnot, toto měření nemohlo být zcela přesně provedeno. V tomto a dalších měřeních byl zanedbán vlastní odpor cívky, která ve skutečnosti není ideální cívkou bez odporu. Dále mohlo dojít k systematické chybě vzhledem k občas nepřesnému fungování vypínače na zdroji, kterým se vybíjel obvod. V závislosti na rychlosti přepínání vypínače, systém ukazoval zcela odlišné průběhy proudu při stejných nastaveních.

V druhé úloze jsem měřila aperiodizační odpor. Měření je zatíženo chybou, která je spojená s obtížností určování aperiodického stavu. V aperiodickém stavu proud po dosažení

svého maxima rychle klesá k nule, však nulovou hladinu nepřekročí. Ze zobrazeného průběhu nebylo možné zcela přesně posoudit, jestli nedošlo k překmitu nulové hladiny. Na základě pozorovaných odchylek jsem odhadla chybu odporu jako 10Ω .

Měření relaxační doby je zatíženo hlavně chybou experimentátora. Tato chyba je převážně způsobená tím, že na zobrazené křivce bylo nutné manuálně označit body a tyto body aproximovat příslušnou regresí (exponenciální funkci). Pro větší přesnost jsem prokládala větší počet bodů, ale zcela vyloučit tuto nepřesnost prokládání není možné. Naměřené hodnoty potvrzují teoreticky očekávanou lineární závislost relaxační doby kmitu na odporu a kapacitě.

Závěr

Zjistila jsem závislost doby kmitu na velikosti hodnoty kapacity pro RLC obvod v periodickém stavu. Výsledky naměřené závislosti uvádím v tabulce č.1. Pro lepší názornost je výše zmíněná závislost znázorněná v grafu č.1. Z výsledků měření jsem vypočetla indukčnost cívky:

$$L = (0,27 \pm 0,03)H$$

Dále jsem určila hodnoty aperiodizačního odporu pro různé hodnoty kapacity. Výsledky jsou v tabulce č.2. Z naměřených dat jsem dostala následující hodnotu indukčnosti cívky:

$$L = (0,23 \pm 0,03)H$$

Určená indukčnost se shoduje v rámci chyby v obou měřeních.

Změřila jsem závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu a na velikosti kapacity v obvodu. Změřené data jsem graficky znázornila v grafu č.2 (pro závislost na odporu) a v grafu č.3 (pro závislost na kapacitě), naměřená data jsou v tabulkách č.3 a č.4.

Použitá literatura

[1] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989

[2] English J.: Úvod do praktické fyziky, MATFYZPRESS, Praha 2006