

### Pracovní úkol

1. Sestavte obvod podle obr. 1 a změřte pro obvod v periodickém stavu závislost doby kmitu  $T$  na velikosti zařazené kapacity. ( $C = 0,5 - 10 \mu\text{F}$ ,  $R = 20 \Omega$ ). Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte velikost indukčnosti  $L$  zařazené v obvodu.
2. Stanovte hodnoty aperiodizačních odporů pro hodnoty kapacity  $0,5\mu\text{F}$ ,  $1,2\mu\text{F}$  a  $5\mu\text{F}$  zařazeného kondenzátoru. I v tomto případě stanovte velikost indukčnosti  $L$ .
3. Změřte závislost relaxační doby obvodu RC na velikosti odporu nebo kapacity v obvodu. Výsledky měření zpracujte graficky a porovnejte s teoretickými.

### Teorie

V sériovém RLC obvodu podle II.Kirchhoffova pravidla platí [1]:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1)$$

kde  $t$  je čas,  $L$  je indukčnost cívky,  $R$  je odpor a  $C$  kapacita kondenzátoru,  $\varepsilon$  pak je napětí zdroje.

Tato rovnice může mít tři možná řešení: periodické, aperiodické a mezně aperiodické.

Při periodickém řešení rovnice (1) pro periodu kmitu RLC obvodu platí [1]:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad (2)$$

Z tohoto vztahu můžeme vypočítat indukčnost cívky, pokud známe kapacitu  $C$  a odpor  $R$  a změříme periodu kmitů  $T$ . Pokud je doba kmitu přibližně rovna době kmitu netlumených kmitů, tedy pokud platí

$$\frac{R^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}, \text{ pak platí [1]: } T^2 = 4\pi^2 LC \quad (3)$$

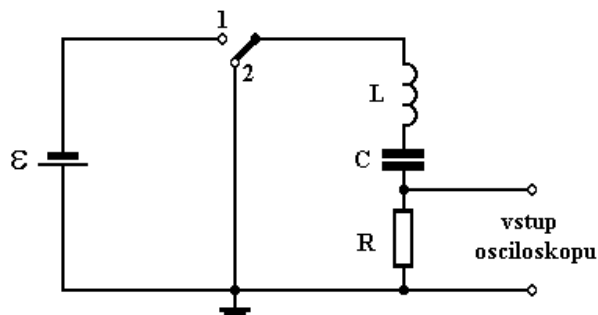
Pro hodnotu aperiodizačního odporu platí [1]:

$$R^2 = \frac{4L}{C} \quad (4)$$

Z tohoto vztahu lze lineární regresí určit hodnotu indukčnosti cívky  $L$ , pokud známe odpor  $R$  a kapacitu  $C$ .

Sériový RC obvod vznikne po vypojení cívky z obvodu. Pokud v obvodu není zařazená účinnost, pak je proud úměrný funkci  $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ , kde  $\tau$  je relaxační doba rovná [1]:

$$\tau = RC \quad (5)$$



Obr.1. zapojení RLC obvodu

### Výsledky

#### Kmity v RLC obvodu

Zapojila jsem obvod podle schématu na Obr.1. Systémem ISES jsem měřila napětí na odporu  $R$ . Ze zobrazeného průběhu jsem určila dobu pěti kmitů pro každou hodnotu kapacity  $C$  při odporu  $R=20\Omega$ . Chyba určení periody je daná nepřesností, s kterou jsem odečítala hodnoty z obrazovky počítače. Chybu kapacitní dekadý považuji za zanedbatelnou. Chyba odporové dekadý je  $\pm 0,5\%$ .

#### **Tabulka 1 – perioda kmitů pro různé hodnoty kapacity**

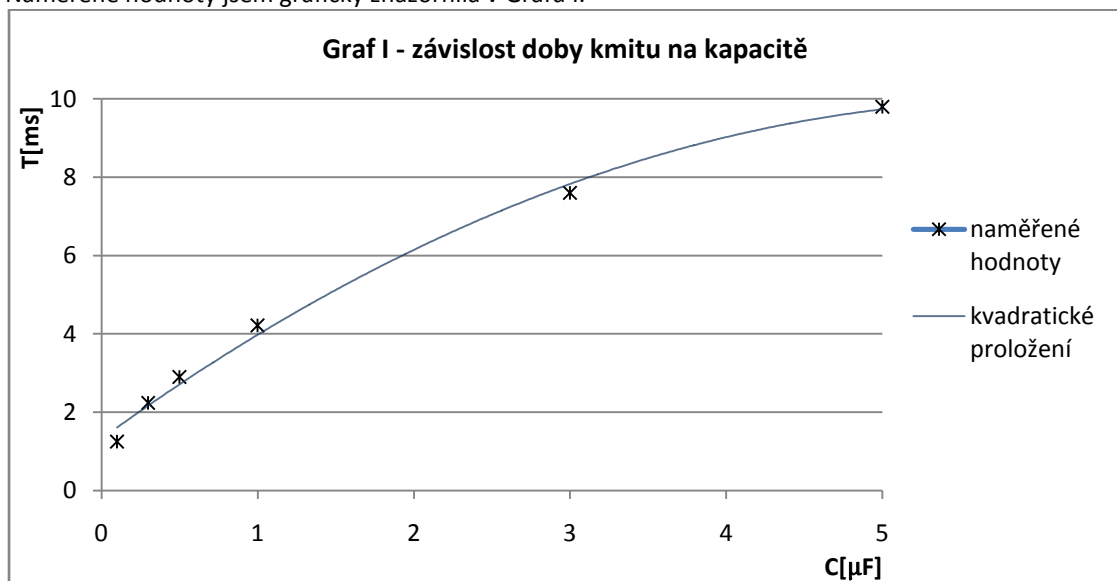
$C [\mu\text{F}]$	$5T[\text{s} \cdot 10^{-3}]$	$T[\text{s} \cdot 10^{-3}]$	$\sigma_T[\text{s} \cdot 10^{-3}]$	$L[\text{H}]$
0,1	6,28	1,26	0,03	0,40
	6,25	1,25	0,03	0,40
	6,26	1,26	0,03	0,40
0,3	11,0	2,20	0,03	0,41
	11,2	2,24	0,03	0,42
	11,1	2,22	0,03	0,42
0,5	14,7	2,94	0,05	0,44
	14,5	2,90	0,05	0,43
	14,6	2,92	0,05	0,43

C [ $\mu\text{F}$ ]	$5T[\text{s}\cdot 10^{-3}]$	$T[\text{s}\cdot 10^{-3}]$	$\sigma_T[\text{s}\cdot 10^{-3}]$	L[H]
1,0	20,9	4,18	0,05	0,44
	21,1	4,22	0,05	0,45
	20,9	4,18	0,05	0,44
3,0	37,4	7,46	0,08	0,47
	38,0	7,60	0,08	0,49
	37,3	7,46	0,08	0,47
5,0	49,0	9,80	0,08	0,49
	49,0	9,80	0,08	0,49
	47,5	9,50	0,08	0,46

Indukčnost cívky jsem určila podle vztahu (3). Chyba indukčnosti je daná podle zákona o hromadění chyb.

$$L=(0,44\pm 0,03)H$$

Naměřené hodnoty jsem graficky znázornila v Grafu I.



Chybové úsečky neuvádím, neboť jsou stejně velké, jako je velikost značek jednotlivých naměřených hodnot.

#### Aperiodizační odpor RLC obvodu

Poté jsem zjišťovala aperiodizační odpor  $R_{ap}$  pro tři různé dané hodnoty kapacity C.

Chyba je určena z pozorované odchylky při měření. Nešlo přesně určit hodnotu proudu bez této chyby. Chybu kapacitní dekády zanedbávám.

**Tabulka II – Aperiodizační odpory pro různé hodnoty kapacity**

C [ $\mu\text{F}$ ]	$R_{ap}[\Omega]$	$\sigma_R[\Omega]$	L[H]
0,5	1630	10	0,33
1,2	1130	10	0,38
5,0	550	10	0,38

Indukčnost cívky jsem určila podle vztahu (4). Chyba indukčnosti je opět daná podle zákona o hromadění chyb.

$$L=(0,36\pm 0,03)H$$

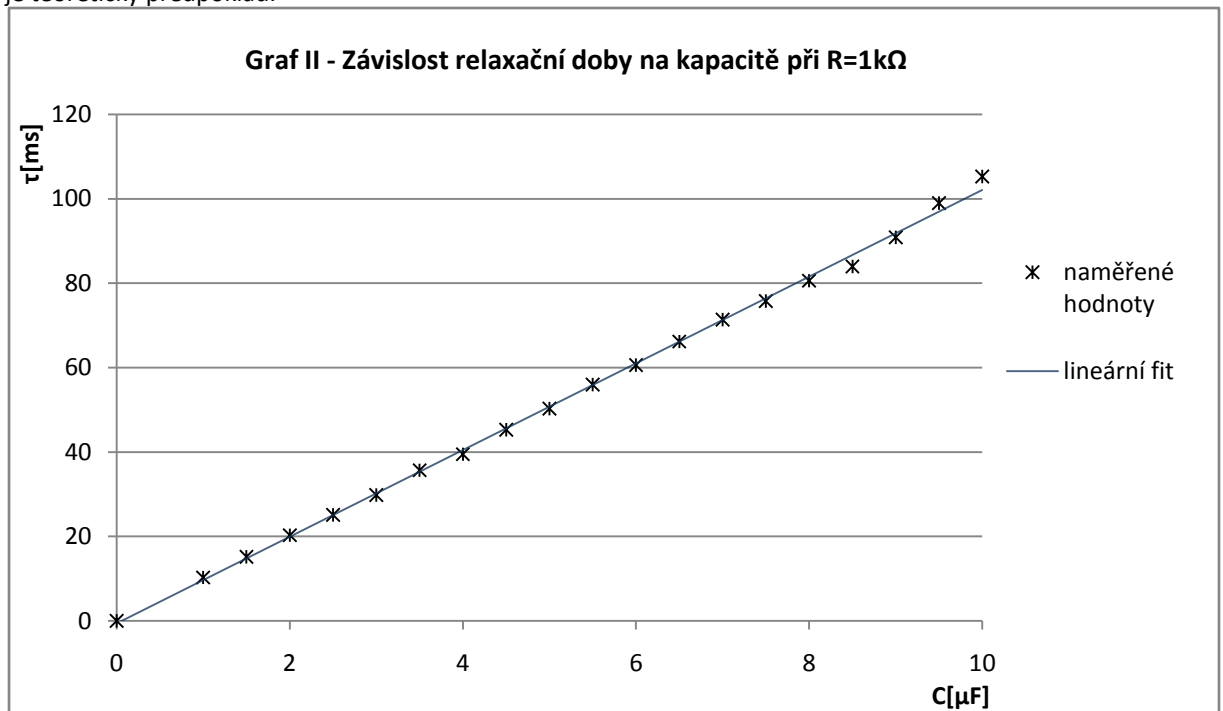
#### Relaxační doba v RC obvodu

V posledním úkolu jsem měřila závislost relaxační doby  $\tau=RC$  obvodu RC na velikosti kapacity při stálém odporu  $R=1\text{k}\Omega$ . Naměřenou křivku jsme prokládali exponenciální závislostí. Pomocí programu ISES jsem určila koeficient  $b=-1/\tau=1/RC$ . Tato hodnota je zatížena chybou experimentátora. Chyba je daná nepřesným označením bodů na křivce závislosti. Tuto chybu jsem určila tak, že jsem naměřila více hodnot  $b$  pro jedno nastavení kapacity. Uvažuji ji 2%. Chyba kapacitní a odporové dekády je proti tomuto zanedbatelná.

**Tabulka III – Relaxační doba RC obvodu pro různé hodnoty kapacity při odporu R=1kΩ**

C[μF]	b[ms <sup>-1</sup> ]	σ <sub>b</sub> [ms <sup>-1</sup> ]	τ[ms]	σ <sub>τ</sub> [ms]
1,0	-96,9	1,9	10,3	0,2
1,5	-66,0	1,3	15,2	0,3
2,0	-49,2	1,0	20,3	0,4
2,5	-39,9	0,8	25,1	0,5
3,0	-33,6	0,7	29,8	0,6
3,5	-28,0	0,6	35,7	0,7
4,0	-25,3	0,5	39,5	0,8
4,5	-22,1	0,4	45,3	0,9
5,0	-19,9	0,4	50,3	1,0
5,5	-17,8	0,4	56	1
6,0	-16,5	0,3	61	1
6,5	-15,1	0,3	66	1
7,0	-14,0	0,3	71	1
7,5	-13,2	0,3	76	2
8,0	-12,4	0,2	81	2
8,5	-11,9	0,2	84	2
9,0	-11,0	0,2	91	2
9,5	-10,1	0,2	99	2
10,0	-9,5	0,2	105	2

Naměřené hodnoty jsem znázornila také graficky. Získaná data jsem proložila také lineárním fitem, což je teoretický předpoklad.



Chybové úsečky u tohoto grafu neuvádím ze stejného důvodu jako u Grafu I. Odchylky jsou rovné velikosti značek jednotlivých naměřených hodnot.

#### Diskuze

Při měření jsem používala kapacitní dekádu, jejíž chybu odhaduji na polovinu nejmenšího dílku, tedy 5nF, tato chyba je tak malá, že ji zcela zanedbávám. Dále jsem měla k dispozici odporovou dekádu s chybou ±0,5%. Tuto chybu jsem uvažovala při výpočtu odchylky indukčnosti. Avšak tato hodnota byla nejvíce zatížena chybou experimentátora. Odpočet pěti period na obrazovce počítače se dělal označením bodů myší. Toto označení nemohlo být nikdy zcela přesné. Tato chyba závisí hlavně na použitém měřítku.

Výsledky prvního úkolu jsem znázornila také graficky v Grafu I. Závislost doby kmitu na zařazené kapacitě měla být podle teoretických předpokladů kvadratická. Tato závislost se nám v rámci chyby potvrdila.

Dále jsem měřila hodnoty aperiodizačního odporu pro různé kapacity. Na tomto měření se opět nejvíce projevila chyba experimentátora. Určit přesnou hodnotu, při které již naměřená křivka odpovídala aperiodickému stavu bylo obtížné. Odhadla jsem tuto chybu jako  $\pm 10\Omega$ .

V posledním úkolu jsem určovala hodnotu relaxační doby RC obvodu. Naměřenou křivku programem ISES jsem prokládala exponenciální závislostí. Toto proložení bylo skrz body, které jsem na grafu myší označila. Toto označení stejně jako v úkolu 1 není bez chyby. Pro odhadnutí této odchylky jsem naměřila pro jedno nastavení odporu a kapacity více hodnot koeficientu  $b = -1/\tau$ . Z toho jsem usoudila chybu  $\pm 2\%$ . Závislost relaxační doby na zařazené kapacitě je zanesena do Grafu II. Z tohoto grafu je vidět, že se zcela potvrdily teoretické předpoklady o lineární závislosti.

#### Závěr

Změřila jsem závislost doby kmitu RLC obvodu v periodickém stavu. Naměřené hodnoty jsou v Tabulce I, dále také jsou znázorněny graficky v Grafu I. Z této závislosti jsem vypočetla indukčnost cívky:

$$L = (0,44 \pm 0,03) H$$

V druhém úkolu jsem zjistila hodnoty aperiodizačních odporů pro tři různé kapacity kondenzátoru.

Pro	C=0,5 $\mu F$	$R_{ap} = (1630 \pm 10) \Omega$
	C=1,2 $\mu F$	$R_{ap} = (1130 \pm 10) \Omega$
	C=5,0 $\mu F$	$R_{ap} = (550 \pm 10) \Omega$

Získala jsem z tohoto měření hodnotu indukčnosti cívky:  $L = (0,36 \pm 0,03) H$

Naměřila jsem také závislost relaxační doby RC obvodu na kapacitě zapojeného kondenzátoru při odporu 1k $\Omega$ . Naměřené hodnoty jsou zapsány v Tabulce III a zaneseny do Grafu II.

#### Použitá literatura

[1] Bakule, R., Šternberk, J. : Fyzikální praktikum II., SPN, Praha, 1989.