

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM 2

Úloha č.: 10.

Název: Měření elektrické vodivosti a Hallovy konstanty polovodiče

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 14 dne 26. 11. 2005

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: .....

Posuzoval: .....dne ..... výsledek klasifikace .....

Připomínky:

### Pracovní úloha:

1. Zistíte závislosť prúdu pretekajúceho vzorkou na priloženom napätí pri nulovej magnetickej indukcii
2. Zistíte závislosť Hallovoho napätia na magnetickej indukcii pri dvoch hodnotách konštantného prúdu vzorkou.
3. Výsledky meraní spracujte graficky a vyhodnoťte mernú vodivosť a Hallovu konštantu vzorky.
4. Vypočítajte pohyblivosť a koncentráciu nositeľov náboja

## Teoretická časť:

### Elektrická vodivosť

Merná elektrická vodivosť  $\sigma$  charakterizuje schopnosť látky viesť elektrický prúd. Vystupuje v Ohmovom zákone v diferenciálnom tvare:

$$i = \sigma E, \quad (1)$$

kde  $i$  je hustota elektrického prúdu a  $E$  je intenzita elektrického poľa. V polovodiči môže byť transport prúdu sprostredkovaný elektrónmi alebo dierami. Ak je stredná rýchlosť usporiadaného pohybu dier  $\langle v_p \rangle$  a stredná rýchlosť elektrónov  $\langle v_n \rangle$ , bude príspevok k hustote prúdu od diery  $e\langle v_p \rangle$  a od elektrónu  $-e\langle v_n \rangle$ . Ak označíme koncentráciu dier ako  $p$  a koncentráciu elektrónov ako  $n$ , bude celková hustota prúdu

$$i = -en\langle v_n \rangle + ep\langle v_p \rangle. \quad (2)$$

Ak má byť splnený Ohmov zákon, pre strední rýchlosti musí platiť:

$$\begin{aligned} \langle v_n \rangle &= \mu_n E \\ \langle v_p \rangle &= \mu_p E \end{aligned} \quad (3)$$

kde  $\mu_n$  a  $\mu_p$  nazývame pohyblivosťami nositeľov náboja. Z predchádzajúcich rovníc plynie potom rovnosť

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p). \quad (4)$$

V našej úlohe sme používali vzorku polovodiča typu N, koncentrácia dier ako nositeľov náboja je teda zanedbateľná oproti koncentrácii elektrónov. Rovnica (4) potom prejde na tvar

$$\sigma = en\mu_n. \quad (5)$$

Ak predpokladáme, že medzi kontaktmi 1 a 2 vzdialenými  $l$  prechádza prúd  $I$  rovnomerne celým prierezom vzorky  $td$  a medzi kontaktmi 3 a 4 meriame napätie  $U$ , pre mernú vodivosť dostávame

$$\sigma = \frac{l I}{td U}. \quad (6)$$

Ak chceme určiť pohyblivosť aj koncentráciu nositeľov náboja, potrebujeme doplniť meranie vodivosti meraním Hallovho napätia.

### Hallov jav

Majme vzorku polovodiča v tvare kvádra (obr. 1) [1]. Ak prierezom vzorky medzi kontaktmi 1 a 2 preteká prúd  $I$ , prúdová hustota vnútri vzorky je daná ako

$$i = \frac{I}{td}. \quad (7)$$

Ak vložíme vzorku do magnetického poľa s indukciou  $B$ , pôsobí na nositele náboja Lorentzova sila  $-e\langle v_n \rangle B$ , ktorej dôsledkom je vznik elektrického poľa s intenzitou  $E_y$ . Okrem Lorentzovej sily na náboje potom pôsobí aj sila  $eE_y$ . Z rovnosti oboch síl dostaneme

$$E_y = \mu_n E_x B. \quad (8)$$

kde  $E_x$  je pozdĺžne elektrické pole, ktorého dôsledkom je vznik prúdu vo vzorke. S použitím vzťahov (1) a (5) dostaneme napätie medzi kontaktmi 5 a 6

$$U_H = E_y d = \frac{1}{en} \frac{IB}{t}. \quad (9)$$

Ak zmeriame Hallovo napätie  $U_H$  a prú  $I$  pretekajúci vzorkou známych rozmerov, umiestnenou v magnetickom poli so známou indukciou  $B$ , je možné zo vzťahu (8) vypočítať koncentráciu elektrónov.

Odvođený vzťah pre Hallovo napätie vychádza zo zjednodušených predpokladov, preto treba uvažovať, že tzv. Hallov rozptylový faktor daný vzťahom

$$U_H = r_H \frac{1}{en} \frac{IB}{t}. \quad (10)$$

je rôzny od jednej, v prípade použitej vzorky môžeme uvažovať jeho hodnotu ako  $r_H = \frac{3p}{8}$ .

Hallova konštanta je potom daná ako

$$R_H = r_H \frac{1}{en} = \frac{3p}{8} \frac{1}{en}. \quad (11)$$

Ak zmeriame tiež mernú vodivosť, môžeme vypočítať tzv. hallovskú pohyblivosť podľa vzťahu

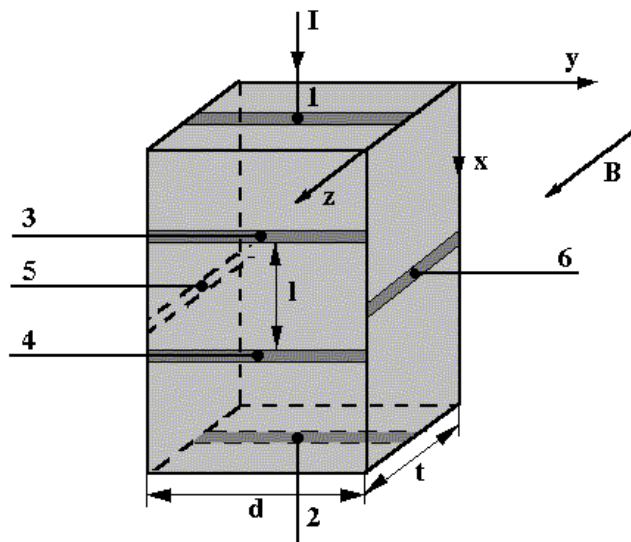
$$m = R_H S. \quad (12)$$

Hallovo napätie meriame na kontaktoch, ktoré nie sú naletované presne symetricky oproti sebe, nameriame na nich teda aj ohmické napätie. Správnu hodnotu Hallovoho napätie preto určíme ako

$$|U_H| = \frac{|U_1 - U_2|}{2}. \quad (13)$$

kde napätia  $U_1$  a  $U_2$  sú namerané pri opačných polaritách magnetického poľa.

Obr. 1: Vzorka použitá na meranie Hallovoho napätia



## Výsledky meraní:

### Meranie vodivosti

Použitá vzorka mala rozmery

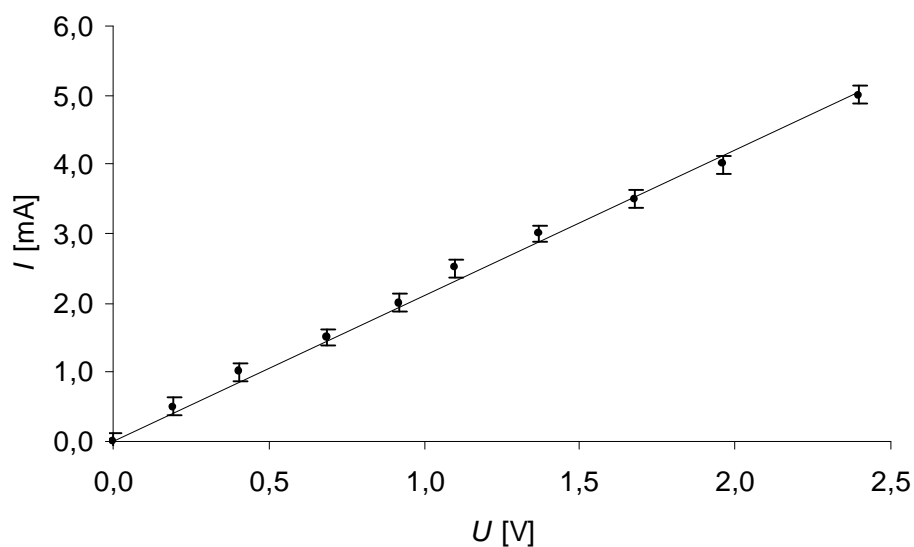
$$l = (6,0 \pm 0,1) \text{ mm}, \quad d = (3,4 \pm 0,1) \text{ mm}, \quad t = 0,7 \pm 0,1 \text{ mm}.$$

Pri nulovej magnetickej indukcii sme merali napätie a prúd prechádzajúci vzorkou. Napätie sme merali na digitálnom voltmetri, prúd sme merali na ampérmetri s triedou presnosti 1 pri rozsahu 12 mA. Vzorka bola zapojená štvorbodovo (viď [1]), aby sa eliminovali systematické chyby spôsobené odpormi prírodných vodičov. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1, závislosť prúdu na ohmickom napätí je vynesená v grafe 1.

Tabuľka 1: *Namerané hodnoty ohmického napätia a pretekajúceho prúdu*

$I$ [mA]	$U$ [V]
0,0	0,0000
0,5	0,1926
1,0	0,4037
1,5	0,6896
2,0	0,9210
2,5	1,1018
3,0	1,3692
3,5	1,6795
4,0	1,9633
5,0	2,3970

Graf 1: *Závislosť pretekajúceho prúdu na priloženom napätí*



*Namrené hodnoty sú preložené regresnou krivkou, odchýlky vyznačené chybovými úsečkami znázorňujú chybu určenú z regresie spojenú s prístrojovou chybou.*

Lineárnou regresiou sme určili koeficient úmernosti

$$\frac{I}{U} = a = (2,11 \pm 0,03) 10^{-3} \Omega^{-1}$$

a podľa vzťahu (6) sme určili mernú elektrickú vodivosť ako

$$s = 5,3 \pm 0,8 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}.$$

Chybu mernej vodivosti sme určili prenesením chýb veličín vystupujúcich vo vzťahu (6).

### Meranie Hallovhho napätia

Hallovho napätie sme merali pre dve rôzne hodnoty prúdu pretekajúceho vzorkou 2 mA a 4 mA. Merali sme pre dve opačné polarizácie magnetickej indukcie, aby sme mohli vylúčiť ohmické napätie. Takisto sme merali prúd prechádzajúci cievkou  $I_c$ , z ktorého určíme magneticú indukciu podľa vzťahu

$$B[T] = 0,098I[A].$$

Hodnoty nameraných napätí pri opačných polarizáciách  $U_1$ ,  $U_2$ , prúdov prechádzajúcich cievkou  $I_c$  a vypočítaného napätia  $U_H$  (podľa vzťahu (13)) sú uvedené v tabuľkách 2 a 3, závislosť Hallovho napätia na magnetickej indukcii je vynesená v grafe 2.

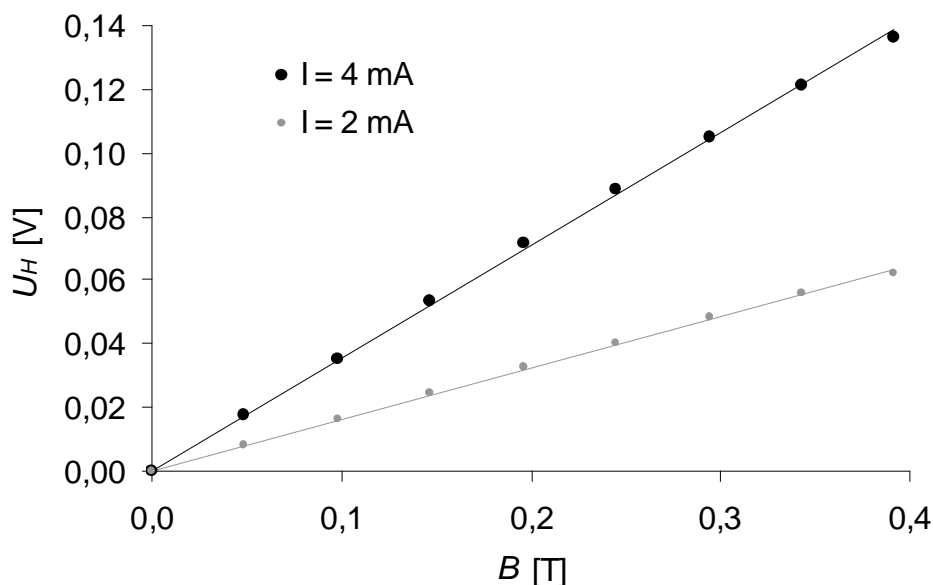
Tabuľka 2: Namerané hodnoty pre prúd prechádzajúci vzorkou 2 mA

$I_c$ [A]	$B$ [T]	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$U_H$ [V]
0,0	0,000	0,0474	0,0474	0,0000
0,5	0,049	0,0564	0,0399	0,0083
1,0	0,098	0,0639	0,0315	0,0162
1,5	0,147	0,0732	0,0240	0,0246
2,0	0,196	0,0804	0,0155	0,0325
2,5	0,245	0,0893	0,0084	0,0405
3,0	0,294	0,0966	0,0002	0,0482
3,5	0,343	0,1050	-0,0062	0,0556
4,0	0,392	0,1120	-0,0126	0,0623

Tabuľka 3: Namerané hodnoty pre prúd prechádzajúci vzorkou 4 mA

$I_c$ [A]	$B$ [T]	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$U_H$ [V]
0,0	0,000	0,1160	0,1160	0,0000
0,5	0,049	0,1324	0,0974	0,0175
1,0	0,098	0,1510	0,0810	0,0350
1,5	0,147	0,1681	0,0613	0,0534
2,0	0,196	0,1888	0,0460	0,0714
2,5	0,245	0,2037	0,0268	0,0885
3,0	0,294	0,2221	0,0126	0,1048
3,5	0,343	0,2379	-0,0047	0,1213
4,0	0,392	0,2531	-0,0193	0,1169

Graf 2: Závislosť Hallovho napätia na magnetickej indukcii



Namrené hodnoty sú preložené regresnou krivkou, veľkosť bodov zodpovedá chybe určenej lineárnou regresiou, prístrojová chyba je oproti nej zanedbateľná.

Podľa vzťahu (10) je Hallovo napätie priamo úmerné magnetickej indukcii, lineárnou regresiou zistíme teda koeficient závislosti  $b$  a podľa vzťahov (10) a (11) určíme Hallovu konštantu.

Dostaneme pre

$$I = 2 \text{ mA: } b = (0,126 \pm 0,001) \text{ m}^2\text{s}^{-1}, R_H = (6,2 \pm 0,9)10^{-2} \text{ m}^3\text{C}^{-1}$$

$$I = 4 \text{ mA: } b = (0,354 \pm 0,002) \text{ m}^2\text{s}^{-1}, R_H = (5,7 \pm 0,8)10^{-2} \text{ m}^3\text{C}^{-1}.$$

Chyba je určená prenesením chýb z veličín vystupujúcich vo vzťahu pre Hallovu konštantu. Obidve hodnoty sa v rámci chyby zhodujú, pre ďalší výpočet použijeme priemernú hodnotu

$$R_H = (6,0 \pm 0,9)10^{-2} \text{ m}^3\text{C}^{-1}.$$

Zo vzťahu (11) vypočítame koncentráciu nositeľov náboja ako

$$n = (1,2 \pm 0,2)10^{20} \text{ m}^{-3}.$$

Chyba je určená prenesením chýb z veličín vystupujúcich vo vzťahu (11). Pohyblivosť

nositeľov náboja určíme podľa vzťahu (12), ktorý upravíme na tvar  $m = s R_H = \frac{lab}{Id}$  aby sme

vylúčili veľkú chybu  $t$ . Dostaneme pre

$$I = 2 \text{ mA: } m = (0,33 \pm 0,01) \text{ m}^2\text{C}^{-1}\Omega^{-1}$$

$$I = 4 \text{ mA: } m = (0,30 \pm 0,02) \text{ m}^2\text{C}^{-1}\Omega^{-1}.$$

Chyba je určená prenesením chýb veličín vystupujúcich vo vzťahu (12). Hodnoty sa v rámci chyby zhodujú, priemerná hodnota je potom

$$m = (0,32 \pm 0,02) \text{ m}^2\text{C}^{-1}\Omega^{-1}.$$

## Diskusia:

Hodnoty napätia boli merané na pomerne presnom digitálnom prístroji (presnosť 0,05%,  $\pm 3$  na poslednej cifre) na rozsahu 2V a 20 V, hodnoty prúdu vzorkou boli merané na ručičkovom prístroji s triedou presnosti 1, hodnoty prúdu cievkou boli merané na ampérmetri s triedou presnosti 0,5. Vzorka bola zapojená štvorbodovo, aby sa vylúčili systematické chyby spôsobené odpormi prírodných vodičov.

Závislosť prúdu od ohmického napätia je pri nulovom magnetickej poli lineárna, čo vidno z grafu 1. Takisto sa potvrdila lineárna závislosť Hallovoho napätia na magnetickej indukcii. Vypočítané hodnoty Hallovej konštanty, vodivosti a koncentrácie elektrónov sú zaťažené veľkou chybou, spôsobenou nepresným určením rozmerov vzorky. Hodnoty Hallovej konštanty a pohyblivosti sa pre obidve hodnoty prúdu prechádzajúceho vzorkou v rámci chyby zhodujú.

## Záver:

Namerali sme lineárnu závislosť medzi ohmickým napätím a prúdom pretekajúcim vzorkou (graf 1.), z ktorej sme určili mernú vodivosť vzorky ako

$$s = 5,3 \pm 0,8 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}.$$

Pre dve hodnoty prúdu pretekajúceho vzorkou sme určili lineárnu závislosť Hallovoho napätia na magnetickej indukcii (graf 2), vypočítali sme hodnoty Hallovej konštanty ako

$$R_H = (6,0 \pm 0,9)10^{-2} \text{ m}^3\text{C}^{-1},$$

hodnotu koncentrácie nositeľov náboja ako

$$n = (1,2 \pm 0,2)10^{20} \text{ m}^{-3}$$

a hodnotu pohyblivosti nositelov náboja ako

$$m = (0,32 \pm 0,02) \text{ m}^2\text{C}^{-1}\Omega^{-1}.$$

### **Literatúra:**

[1] Doc. RNDr. Roman Bakule, CSc., Doc. RNDr. Jiří Šternberk, CSc., Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, Státní pedagogické nakladatelství Praha