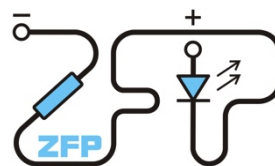


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

## Fyzikální praktikum II.



Úloha č. 10.

Název úlohy: Hallův jev

Jméno: Jan Hrabovský

Obor: FOF

Datum měření: 8.10.2018

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 3	
Teoretická část	0 - 2	
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
<b>Celkem</b>	max. 20	

Posuzoval: .....

dne: .....

# 10 - Hallův jev

-

## Základní fyzikální praktikum (Fyzikální praktikum II. OF)

---

Vypracoval: Jan Hrabovský

UKČO: 61088176

Datum měření: 8.10.2018

---

### Pracovní úkoly:

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukce
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při třech hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky. Vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočítejte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje

### Teoretická část:

Schopnost látek vést elektrický proud reprezentujeme veličinou elektrické vodivosti, kterou lze vyjádřit vztahem (1) jako diferenciální tvar Ohmova zákona, kde  $i$  reprezentuje hustotu elektrického proudu a  $E$  elektrickou intenzitu<sup>[1]</sup>.

$$i = \sigma E \tag{1}$$

Proud ve vodiči je reprezentován transportem náboje, který může být realizován pomocí elektronů nebo děr. Kombinací středních rychlostí uspořádání děr ( $\langle v_p \rangle$ ) a střední rychlosti elektronů ( $\langle v_n \rangle$ ) lze vyjádřit příspěvek těchto dílčích komponent k celkové hustotě proudu pomocí vztahu (2), kde  $p$  je vyjádření koncentrace děr a  $n$  koncentrace elektronů<sup>[1]</sup>.

$$i = -en\langle v_n \rangle + ep\langle v_p \rangle \tag{2}$$

Za předpokladu splnění Ohmova zákona lze zároveň vyjádřit vztahy (3) pro střední rychlost v následujících tvarech, kdy  $\mu_n, \mu_p$  reprezentují pohyblivost příslušného nositele náboje a následnou kombinací s předchozími rovnicemi dosáhneme vztahu pro měrnou vodivost (4)<sup>[1]</sup>.

$$\begin{aligned} \langle v_n \rangle &= \mu_n E \\ \langle v_p \rangle &= \mu_p E \end{aligned} \tag{3}$$

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \tag{4}$$

V případě, kdy jeden z nositelů vystupuje v rámci procesů jako minoritní (v našem případě jsou dominantními nositeli elektrony), je jeho koncentrace zanedbatelná a vztah (4) tak přechází do své zjednodušené podoby (5)<sup>[1]</sup>

$$\sigma = en\mu_n \tag{5}$$

Při čtyřpolovém zapojení (Obr.1.), kdy předpokládáme, že proud  $I$  prochází rovnoměrně v rámci příčného průřezu mezi kontakty 1 -> 2 vzdálenými  $l$  lze měrnou vodivost vyjádřit vztahem (6), kde  $t, d$  reprezentuje právě průřez vzorku <sup>[1]</sup>.

$$\sigma = \frac{l I}{td U} \quad (6)$$

Tento vztah nám však neumožňuje určit pohyblivost ani koncentraci majoritních nositelů náboje. K tomuto je zapotřebí doplnit měření o pozorování plynoucí z Hallova jevu, který reprezentuje působení Lorentzovy síly na pohybující se nosiče v látce umístěné v magnetickém poli <sup>[1]</sup>.

V případě materiálu o definovaném tvaru – kvádru (Obr.1) lze proudovou hustotu uvnitř vyjádřit pomocí (7). Pokud vzorek umístíme do magnetického pole, bude na něj, jak již bylo zmíněno, působit Lorentzova síla, která povede ke vzniku napětí v příčném směru a vznikne tak elektrické pole s intenzitou  $E_y$ . Rovností sil, které vzniknou působením těchto dvou polí lze dosáhnout vztahu (8), kde  $E_x$  je působící podélné elektrické pole které iniciuje vznik podélného proudu ve vzorku. Veličina  $B$  reprezentuje magnetickou indukci okolního magnetického pole<sup>[1]</sup>.

$$i = I/td \quad (7)$$

$$E_y = \sigma = \mu_n E_x B \quad (8)$$

Následnou kombinací vztahů (5) a (6) spolu s (8) lze dosáhnout výsledného vztahu pro hodnotu Hallova napětí v homogením magnetickém poli (9) <sup>[1]</sup>

$$U_H = E_y d = \frac{1}{en} \frac{IB}{t} \quad (9)$$

Jak je ze vztahu (9) patrné, při znalosti průchozího proudu, Hallova napětí a okolního magnetického pole, lze zjistit koncentraci elektronů jako nosičů náboje. Vzhledem ke značné idealizaci v průběhu odvození vzorce (9) pro Hallovo napětí, zavádí se v reálných situacích tzv. Hallův rozptylový faktor, který ve vztahu vystupuje v roli (10). Ve své podobě je rozdílný od hodnoty jedna a budeme dle teoretické přípravy[1] uvažovat jeho hodnotu jako  $r_H = 3\pi/8$  <sup>[1]</sup>

$$U_H = r_H \frac{1}{en} \frac{IB}{t} \quad (10)$$

Normalizací lze dále zadefinovat Hallovu konstantu pomocí vztahu (11) a při změřené měrné vodivosti lze vypočítat Hallovu pohyblivost (12) <sup>[1]</sup>

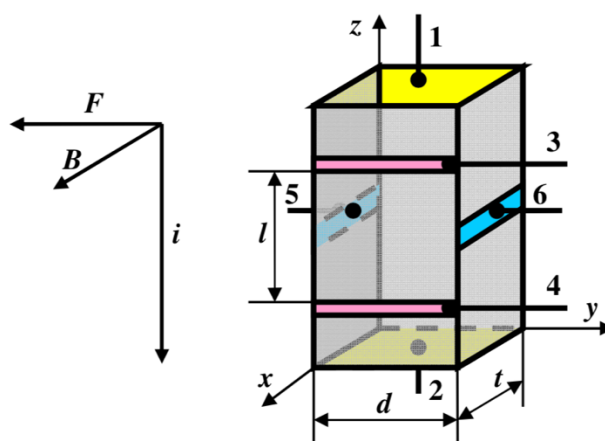
$$R_H = r_H \frac{1}{en} = \frac{3\pi}{8} \frac{1}{en} \quad (11)$$

$$\mu = R_H \sigma \quad (12)$$

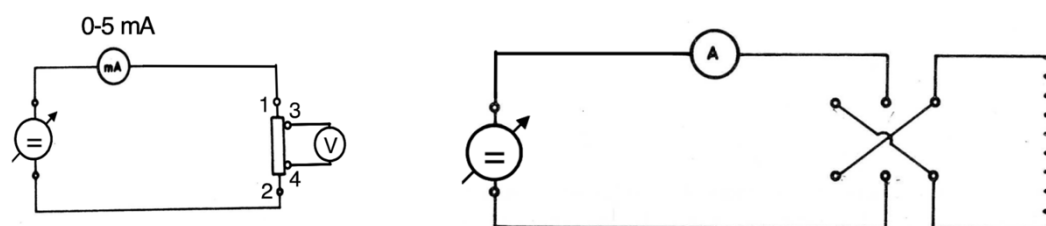
Jedním z problémů při měření Hallova napětí je nedodržení symetrického rozložení elektrod na vzorku, což vede ke značným nepřesnostem. Tento efekt lze eliminovat měřením při obou polarizacích na elektromagnetu a následným středováním naměřených hodnot, což lze vyjádřit pomocí vztahu (13). Při měření Hallova napětí se proměřuje napětí mezi styčnými body 5 a 6, oproti měření vodivosti v orvní části<sup>[1]</sup>.

$$|U_H| = \frac{|U_{56}^+ - U_{56}^-|}{2} \quad (13)$$

Schema zapojení obvodu lze najít na Obr.2a a schema zapojení elektromagnetu na Obr. 2b. V rámci měření je důležité dbát na limity použitých součástek a vzorku tak, aby se předešlo jejich zničení.



Obr.1. Schematický obrázek vzorku, charakteristických směrů a bodů okontaktování



Obr.2. a) Schematické zapojení obvodu a b) elektromagnetu pro měření Hallova napětí

### Experimentální část:

Na začátku laboratorní úlohy byly zjištěny potřebné parametry použitých přístrojů a další použité konstanty a hodnoty. Pokud není uvedeno jinak, byla jako chyba měření odečtu brána hodnota poloviny nejmenšího dílku na stupnici přístroje. Okolní laboratorní podmínky, jako tlak, teplota a vlhkost neměly na výsledky měření podstatný vliv. Nediskutované okolnosti měření, které nejsou explicitně zmíněny v následujícím textu jsou brány jako marginální. K výpočtu chyb pro přepočty se používá standardní metoda přenosu chyb dle použitého výpočetního vzorce.

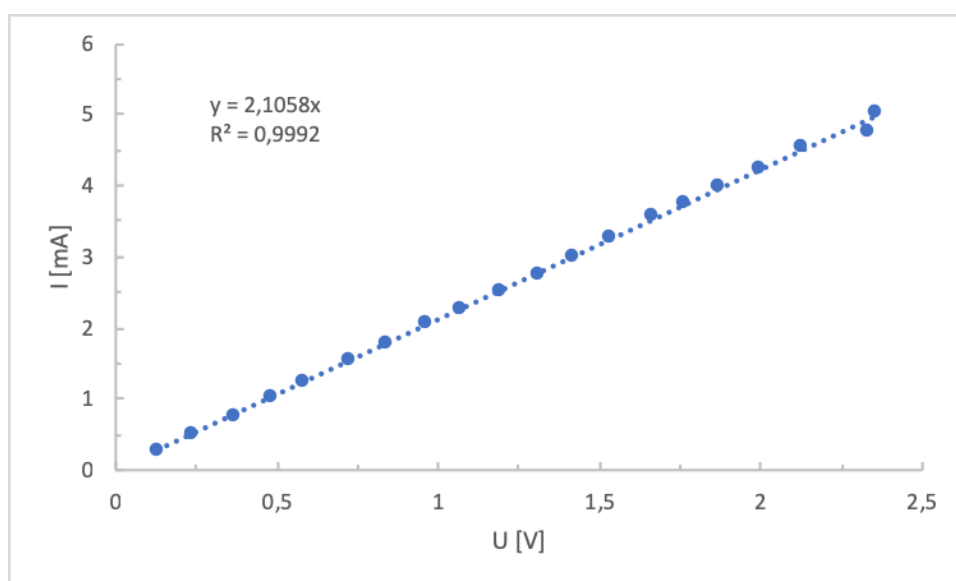
Geometrie vzorku byla zjištěna s příslušnou chybou pro jednotlivé rozměry jako  $l = (6,000 \pm 0,005) \text{ mm}$ ,  $d = 3,350 \pm 0,005$  a  $t = 0,720 \pm 0,005$  [1]. K měření průchozího proudu a napětí byly použity následující přístroje.

V první části měření byla sledována závislost průchozího proudu na přiloženém napětí pro buzené magnetické pole o nulové magnetické indukci u vzorku Ge, u kterého byly z přiložených materiálů odečteny hodnoty  $l$ ,  $d$  a  $t$ , které reprezentují jeho geometrickou symetrii. K měření napětí byl použit digitální multimetr MY-65 ve třech nastaveních rozsahů 200 mV (rozlišení 0,01 mV, přesnost  $\pm (0,05 \% \pm 3 \text{ dg})$ ), 2 V (rozlišení 0,1 mV  $\pm (0,1 \% \pm 3 \text{ dg})$ ) a 20 V (rozlišení 1 mV  $\pm (0,1 \% \pm 3 \text{ dg})$ ). Pro měření průchozího proudu v obvodu se zapojeným polovodičem byl použit digitální multimetr METEX M-3270D, který při rozsahu 400  $\mu\text{A}$  až 400 mA měří s přesností  $\pm (1,0 \% \pm 5 \text{ dg})$  a v rozsahu do 400 mA  $\pm (1,5 \% \pm 3 \text{ dg})$ . Pro kontrolu procházejícího proudu elektromagnetem byl použit analogový ampérmetr s třídou přesnosti 0,5 a odečtem ze zvoleného rozsahu 1/120 [3].

Naměřené hodnoty jsou uvedeny v Tab. 1 a jejich závislost je vynesena v příloženém grafu (Graf.1.). Tyto hodnoty byl následně proloženy lineární závislostí a pomocí vztahu (5) byla zjištěna hodnota měrné vodivosti.

Tab.1 Závislost procházejícího proudu vzorkem na přiloženém napětí. Jak již bylo uvedeno, hodnoty napětí byly měřeny s přesností  $\pm 0,1$  mV (do rozsahu 200 mV), v rozsahu do 2 V byla stanovena chyba měření  $\pm 2$  mV a nad 2 V byla chyba měření napětí  $\pm 20$  mV. Z hlediska proudu v rozsahu do 4 mA je operováno s chybou  $\pm 0,04$  mA, nad 4 mA s chybou  $\pm 0,6$  mA dle příložených pracovních listů přístrojů.

I [mA]	5	4,76	4,52	4,24	3,98	3,74	3,56	3,24	3	2,74
V [V]	2,364	2,333	2,126	1,996	1,877	1,764	1,67	1,534	1,418	1,314
I [mA]	2,52	2,26	2,04	1,76	1,52	1,24	1,02	0,76	0,48	0,26
V [V]	1,1969	1,0737	0,9682	0,8382	0,7271	0,5886	0,4889	0,367	0,2352	0,1278



Graf.1. Závislost protékajícího proudu na měřeném napětí

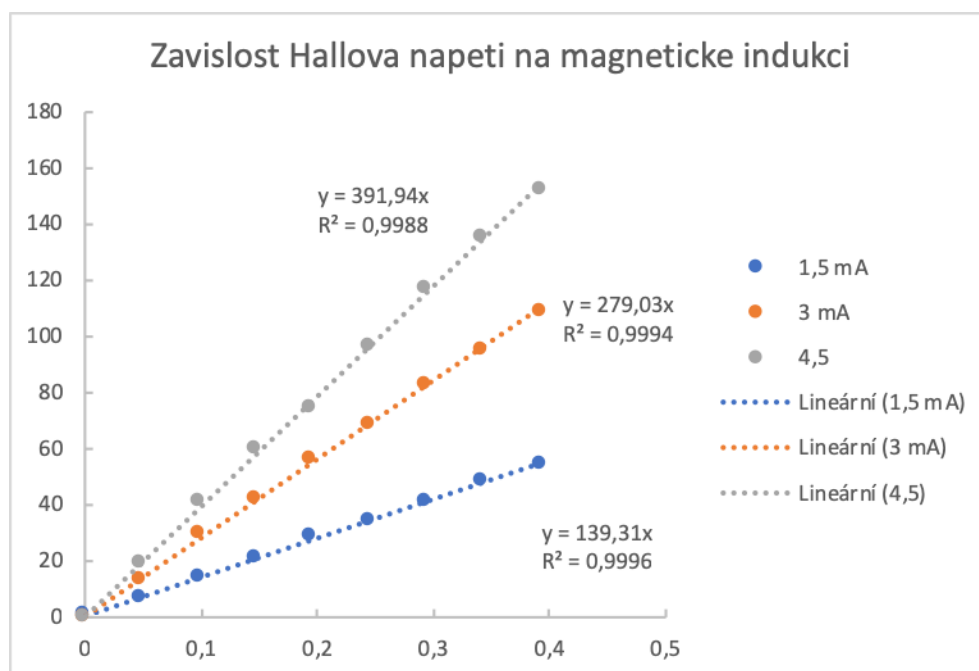
Z proložené lineární regrese byla zjištěna hodnota směrnice ( $a = 2,10 \pm 0,03$ ). $10^{-3} \Omega^{-1}$ , která byla následně využita k výpočtu měrné vodivosti dle vztahu (6), jak je ilustrováno níže.

$$a = \frac{\sigma t d}{l} \rightarrow \sigma = \frac{a l}{t d} = \frac{2,1 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{0,72 \cdot 10^{-3} \cdot 3,35 \cdot 10^{-3}} = (5,22 \pm 0,16) \Omega^{-1} m^{-1}$$

V druhé části měření bylo měřeno Hallovo napětí na použitém vzorku v homogenním magnetickém poli pro tři rozdílné proudy protékající vzorkem 1,5 mA, 3 mA a 4,5 mA. Pro přesnější měření byl každý bod proměřen dvakrát s rozdílnou polaritou na elektromagnetu, čímž byl eliminován příspěvek ohmického napětí. Proud procházející cívkou byl sledován pomocí analogového ampérmetru a indukce následně spočtena dle získaného vztahu z přiložených materiálů jako  $B [T] = 0,0981 I[A]$ <sup>[1]</sup>. Získané hodnoty pro jednotlivá nastavení jsou uvedena v Tab.2. Závislost napětí na magnetické indukci je následně vynesena do grafu (Graf. 2.). Body pro každou skupiny byly proloženy lineární závislostí.

**Tab.2.** Naměřené hodnoty Hallova napětí na vzorku s různým procházejícím proudem při různém magnetickém poli. Jak již bylo uvedeno, hodnoty napětí byly měřeny s přesností  $\pm 0,1$  mV, pouze v případě hodnot napětí nad 200 mV byla stanovena chyba měření  $\pm 2$  mV. V případě proudu je pro hodnoty do 1 A chybovost  $\pm 0,02$  A, nad 1 A je chybovost  $\pm 0,08$  A, pro hodnotu magnetické indukce je chybovost pro hodnoty přepočtu do 1 A stanovena jako 0,002 T a pro hodnoty přepočtu nad 1 A stanovena jako 0,01 T. Pro přehlednost není chybovost v tabulce u hodnot uvedena.

I [A]	B [T]	1,5 mA			3 mA			4,5mA		
		U <sub>1</sub> [mV]	U <sub>2</sub> [mV]	U <sub>H</sub> [mV]	U <sub>1</sub> [mV]	U <sub>2</sub> [mV]	U <sub>H</sub> [mV]	U <sub>1</sub> [mV]	U <sub>2</sub> [mV]	U <sub>H</sub> [mV]
0	0	21,2	22,1	0,5	46,8	46,8	0,00	72,3	72,3	0,0
0,5	0,049	14,62	27,6	6,5	34,1	61,1	13,5	54,1	91,5	18,7
1,0	0,098	7,49	34,9	13,7	16,9	74,8	29,0	34,8	115,5	40,4
1,5	0,15	0,41	42,2	20,9	6,1	89,8	41,9	12,7	132,3	59,8
2,0	0,20	-6,61	49,2	27,9	-8,5	102,4	55,5	4,1	151,4	73,7
2,5	0,25	-12,08	55,7	34,0	-20,3	117,0	68,7	-22,0	170,6	96,3
3,0	0,29	-19,39	62,8	41,1	-35,2	130,4	82,8	-42,0	191,8	116,9
3,5	0,34	-25,9	69,8	47,9	-45,4	144,7	95,1	-60,0	210	135,2
4,0	0,39	-32,07	76,3	54,2	-59,1	157,1	108,1	-75,9	227	151,9



**Graf.2.** Zavislost Hallova napeti na magnetické indukci

Z teorie je zřejmé, že Hallovo napětí je přímo úměrné působícímu magnetickému poli reprezentovanému magnetickou indukci  $B$  (10). Proložení dat lineární regresí lze tedy zjistit konstantu  $a$  (směrnici) pro každou skupinu měření a následně s využitím vztahu (10) a vztahu (11) určit Hallovu konstantu pro jednotlivé použité proudy:

$$\frac{IB}{t} R_H = U_H \rightarrow a = \frac{R_H I}{t} \rightarrow R_H = \frac{at}{I}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 = 1,5 \text{ mA} ; a &= (0,139 \pm 0,002) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, R_H = (6,67 \pm 0,2) 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \\
 I_2 = 3 \text{ mA} ; a &= (0,279 \pm 0,003) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, R_H = (6,70 \pm 0,2) 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1} \\
 I_3 = 4,5 \text{ mA} ; a &= (0,391 \pm 0,004) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, R_H = (6,26 \pm 0,2) 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}
 \end{aligned}$$

Z naměřených hodnot byl utvořen aritmetický průměr ( $R_H = 6,54 \pm 0,2$ )  $10^{-2} \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$ , který byl následně použit k výpočtu koncentrace nositelů náboje (11) a pohyblivost těchto nositelů dle upraveného vztahu (12) do podoby

$$\begin{aligned}
 n &= (1,12 \pm 0,02) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \\
 \mu &= \sigma R_H = \frac{I a_{1.\text{měř}} a_{2.\text{měř}}}{I d}
 \end{aligned}$$

kde následně opět pro jednotlivé proudy dostáváme

$$\begin{aligned}
 I_1 = 1,5 \text{ mA} ; \mu &= (0,350,02) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1} \Omega^{-1} \\
 I_2 = 3 \text{ mA} ; \mu &= (0,35 \pm 0,01) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1} \Omega^{-1} \\
 I_3 = 4,5 \text{ mA} ; \mu &= (0,33 \pm 0,02) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1} \Omega^{-1}
 \end{aligned}$$

Aritmetizací výsledků následně opět získáme hodnotu aritmetického průměru pohyblivosti nositelů náboje jako

$$\mu = (0,342 \pm 0,02) \text{ m}^2 \text{ C}^{-1} \Omega^{-1}$$

## Diskuse:

Z hlediska měření proudů a napětí lze konstatovat, že byly použity měřicí přístroje vysoké přesnosti měření a tedy jejich znatelný vliv na kvalitu výsledků nelze konstatovat. Dále lze konstatovat, že vynesené závislosti vykazují lineární charakter, jak predikovala teorie a což bylo ověřeno i při proložení lineární funkcí, kdy hodnoty koeficientu spolehlivosti fitu dosahovaly, až na jeden případ třídevítkové spolehlivosti.

Největší chybu do kvality měření vznáší případná nesymetričnost vzorku a chyba odečtu jeho rozměrů. Z přiložených dat není zřejmé, zda byl vzorek proměřován na více místech, či zda probíhalo měření opakovaně. Dále může být vzorek v rámci aparatury nepřesně umístěn vlivem umístění na držáku a způsobem tohoto uchycení. Další roli může hrát i případné zahřívání vzorku během měření, které vzniká vlivem průchozího proudu.

V rámci měření byla snaha o eliminaci všech nežádoucích příspěvků, které by mohly k chybě přispívat, ať už se jedná o proměření Hallova napětí pro obě polarizace, zmenšení interval měření mezi vynášenými body, nebo v poslední části eliminace jedné konstanty zatížené největší chybou (tloušťky  $t$ ) kombinací několika vztahů dohromady. Třády přesnosti a kvalita měřících přístrojů je uvedena na začátku experimentální části.

## Závěr:

V rámci měření byla zjištěna hodnota měrné vodivosti ze závislosti napětí na průchozím proudem vzorkem

$$\sigma = (5,22 \pm 0,16)\Omega^{-1}m^{-1}$$

Tato závislost vykazovala lineární charakter, což je plně v souladu s teorií.

Následně byla sledována závislost Hallova napětí na vloženej magnetickej indukci pro tři různé hodnoty průchozích proudů, a to 1,5 mA, 3 mA a 4,5 mA. Z těchto měření a studio jejich lineárních závislostí byla zjištěna hodnota Hallovy konstanty

$$R_H = (6,54 \pm 0,2) 10^{-2}m^3C^{-1}$$

A následně i hodnoty koncentrace nositelů náboje a jejich pohyblivost.

$$n = (1,12 \pm 0,02) \cdot 10^{20}m^{-3}$$

$$\mu = (0,342 \pm 0,02)m^2C^{-1}\Omega^{-1}$$

## Literatura:

[1] Studijní text, Fyzikální praktikum II., online zdroj, [cit. 9.10.2018], dostupné z:

<https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>

[2] Mikulčák at al, Matematické, fyzikální a chemické tabulky, Prometheus 1988

[3] Produktové listy k měřícím přístrojům, Soubor dokumentů z Fyzikálního praktika II, online zdroj, [cit.9.10.2018], dostupné z: [work.jhrabovsky.cz/mff/praktikum2](http://work.jhrabovsky.cz/mff/praktikum2)