

Pracovní úkoly

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při třech hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky. Vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtete pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

Teoretická část

Elektrická vodivost

Schopnost látek vést elektrický proud je charakterizována *měrnou elektrickou vodivostí (konduktivitou)* σ . V ohmově zákoně představuje konstantu úměrnosti mezi intenzitou elektrického pole E a hustotou elektrického proudu i , což odpovídá vzorci

$$i = \sigma E. \quad (1)$$

V polovodiči probíhá transport náboje pomocí elektronů a děr, jejichž uspořádaný pohyb charakterizujeme střední rychlostí, která je úměrná E , konstanty úměrnosti nazveme *pohyblivost* a označíme μ_n pro elektrony a μ_p pro díry. Označíme-li náboj elektronu jako $-e$, koncentraci elektronů n a koncentraci děr p , lze konduktivitu vyjádřit jako

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p). \quad (2)$$

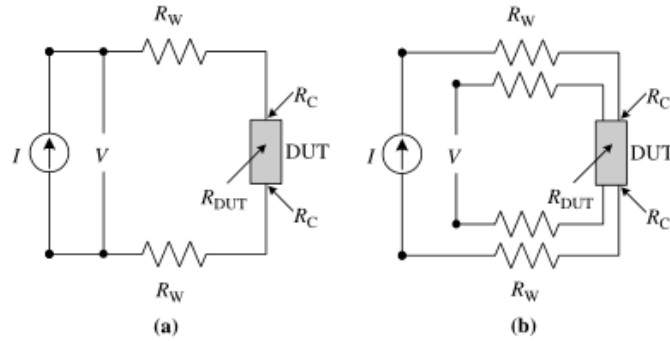
V dopovaných polovodičích typu N můžeme předpokládat $n \gg p$, pro takové vzorky tedy můžeme měrnou vodivost vyjádřit jako

$$\sigma = en\mu_n. \quad (3)$$

Pro určení pohyblivosti a koncentrace musíme měření konduktivity doplnit o jiné měření, kterým dostaneme jeden z těchto údajů, např. o měření Hallova napětí.^[1]

Čtyřbodová metoda

Pro měření konduktivity využijeme čtyřbodovou metodu (obrázek 1b), kterou vyloučíme odpor přívodů k proudovým kontaktům R_W a přechodový odpor R_C . Díky vysokému vnitřnímu odporu voltmetru jsou úbytky napětí z těchto odporů na větvi s voltmetrem velmi malé a můžeme je, na rozdíl od dvoubodového měření (obrázek 1a), zanedbat.^[2] Měřený vzorek musí mít alespoň třikrát větší délku než šířku^[1].



Obr. 1 Dvoubodové a čtyřbodové měření odporu. Převzato z [2]

Měrnou vodivost vzorku s rozměry t , d a l (obrázek 2) určíme pomocí vzorce

$$\sigma = \frac{l}{td} \frac{I}{U} \quad (4)$$

provedením lineární regrese $I = k_1 U$ (kde $k_1 = \frac{td}{l} \sigma$) z naměřené závislosti napětí na proudu.

Hallův jev a Hallova vodivost

Při pohybu náboje v magnetickém poli dochází k jeho vychylování ve směru kolmém na směr pohybu a směr magnetické indukce B , což je důsledek Lorentzovy síly. Ve vzorku tvaru hranolu s kontakty podle obrázku 2 při toku proudu I mezi kontakty 1 a 2 a působení magnetického pole v kladném smyslu osy x budou elektrony vychylovány ke stěně s kontaktem 6 a mezi kontakty 5 a 6 naměříme *Hallovo napětí* U_H dané vzorcem

$$U_H = r_H \frac{1}{en} \frac{IB}{t} = R_H \frac{IB}{t}, \quad (5)$$

kde r_h je Hallův rozptylový faktor a R_H *Hallova konstanta*. Pro vzorky Ge při pokojové teplotě uvažujeme $r_H = \frac{3\pi}{8}$.^[1]

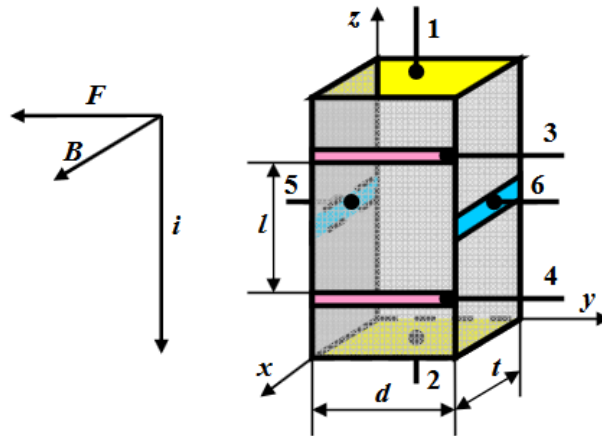
Z konduktivity a Hallovy konstanty můžeme určit tzv. Hallovskou pohyblivost pomocí vzorce

$$\mu = R_H \sigma \quad (6)$$

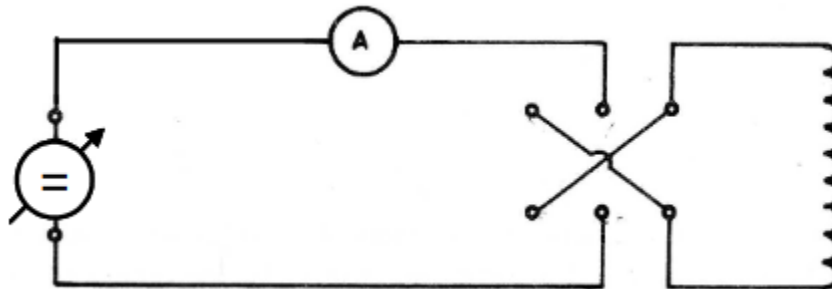
Kvůli nesymetrii kontaktů 5 a 6 je kromě Hallovského napětí měřeno i napětí ohmické. Pro eliminaci této chyby budeme měřit napětí při opačných polaritách a výslednou absolutní hodnotu Hallovského napětí dostaneme pomocí vzorce

$$|U_H| = \frac{|U_H^+ - U_H^-|}{2} \quad (7)$$

Pro měření obou polarit lze využít zapojení elektromagnetu na obrázku 3.



Obr. 2 Vzorek ve tvaru hranolu a jeho zapojení



Obr. 3 Zapojení elektromagnetu

Výsledky měření

Vzorek

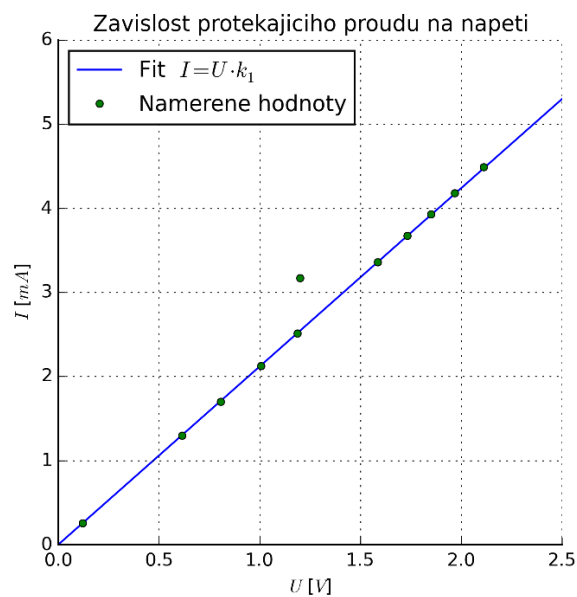
Vzorek je Germaniový polovodič typu N ve tvaru kvádru s rozměry (podle obrázku 2) zadanými jako $l = (6,000 \pm 0,005) \text{ mm}$, $d = (3,350 \pm 0,005) \text{ mm}$ a $t = (0,720 \pm 0,005) \text{ mm}$.

Měrná vodivost

Konduktivita byla měřena čtyřbodovou metodou podle schématu na obrázku 1b, na obrázku 2 odpovídají proudové větvi kontakty 1 a 2, napětí je měřeno mezi kontakty 3 a 4. Pro měření proudu byl použit multimetr Mastech MY-65 s rozsahem 20mA, pro který je přesnost přístroje $\pm 0,5\% \pm 5 \text{ dg}$ a rozlišení $1 \mu\text{A}$. Napětí bylo odečítáno na multimetru METEX M-3270D, hodnoty do 400mV s přesností $\pm 0,5\% \pm 2 \text{ dg}$ a rozlišením $100 \mu\text{V}$, hodnoty mezi 400mV a 4V s přesností $\pm 0,8\% \pm 2 \text{ dg}$ a rozlišením 1mV.

Tabulka 1 Hodnoty naměřené čtyřbodovou metodou

I [mA]	σ_I [mA]	U [V]	σ_U [V]
4,49	0,03	2,11	0,02
4,18	0,03	1,97	0,02
3,93	0,02	1,85	0,02
3,67	0,02	1,73	0,02
3,36	0,02	1,59	0,01
<i>3,17</i>	<i>0,02</i>	<i>1,20</i>	<i>0,01</i>
2,51	0,02	1,19	0,01
2,13	0,02	1,01	0,01
1,70	0,01	0,81	0,01
1,30	0,01	0,614	0,007
0,255	0,006	0,121	0,0008



Obr. 4 Závislost protékajícího proudu na napěti bez působení magnetického pole. Chyby měření odpovídají velikostem bodů.

Měření $U = 1,20 \text{ V}$, $I = 3,17 \text{ mA}$ (v tabulce 1 vyznačeno kurzívou) je pravděpodobně zatíženo hrubou chybou měření a proto je vyloučeno z následujícího zpracování.

Měrná vodivost lze určit lineární regresí vycházející ze vztahu (4). Regrese byla provedena pomocí funkce `optimize` knihovny `scipy` skriptovacího jazyka `python` a byla do ní započtena systematická chyba hodnot proudu. Konstanta úměrnosti k_1 byla určena jako $k_1 = (2,120 \pm 0,002) \text{ mS}$. Měrná vodivost byla dopočtena jako $\sigma = (5,3 \pm 0,2) \text{ S m}^{-1}$. Chyba měrné vodivosti byla určena pomocí zákona přenosu chyb

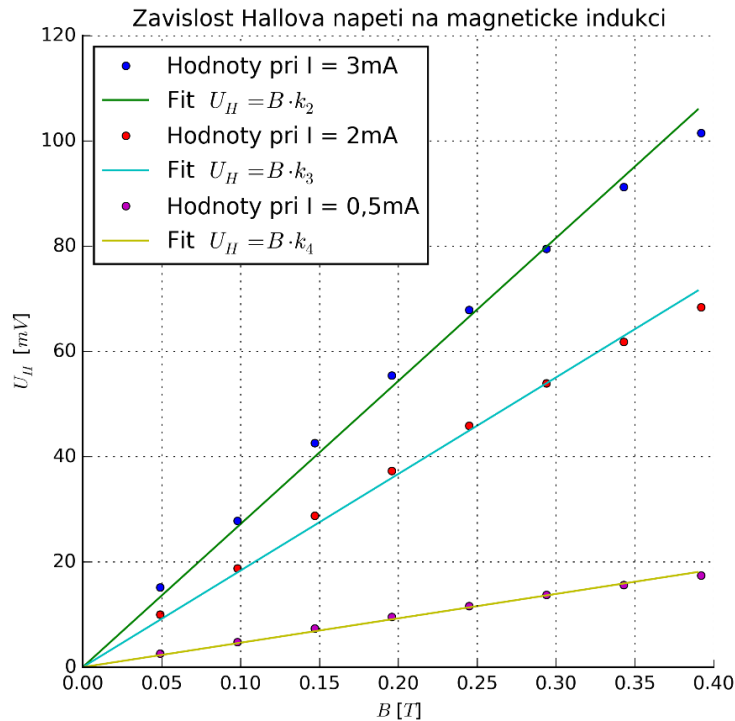
$$\sigma_\sigma = \sigma \sqrt{\left(\frac{l}{td}\right)^2 \sigma_{k_1}^2 + \left(\frac{k_1}{td}\right)^2 \sigma_l^2 + \left(\frac{lk_1}{t^2d}\right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{lk_1}{td^2}\right)^2 \sigma_d^2}$$

Hallovo napětí

Hallovo napětí bylo měřeno multimetrem METEX M-3270D připojeným na kontakty 5 a 6 vyznačené na obrázku 2, proud protékající vzorkem byl měřen multimetrem Mastech MY-65. Specifikace multimetrů jsou v popisu měření měrné vodivosti. Elektromagnet byl zapojen podle obrázku 3, ampérmetr použitý k měření proudu přivedeného na elektromagnet byl analogový ampérmetr třídy přesnosti 0,5. Měření bylo prováděno na rozsahu 6A a 1,2A. Naměřená napětí byla zpracována podle (7), pro magnetickou indukci platí $B = 0,098 I$. Vzorkem protékal konstantní proud o velikosti 0,5mA, 2mA a 3mA (s chybou odhadlou jako $\sigma_{I_v} = 0,06\text{mA}$, proud v průběhu měření mírně kolísal).

Tabulka 2 Závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro různé proudy procházející vzorkem

$B[\text{mT}]$	$\sigma_B[\text{mT}]$	$U_H^{0,5}[\text{mV}]$	$\sigma_{U_H}^{0,5}[\text{mV}]$	$U_H^2[\text{mV}]$	$\sigma_{U_H}^2[\text{mV}]$	$U_H^3[\text{mV}]$	$\sigma_{U_H}^3[\text{mV}]$
392	3	17,4	0,2	68,4	0,4	101,5	0,5
343	3	15,6	0,2	61,8	0,4	91,2	0,5
294	3	13,8	0,2	54,0	0,3	79,5	0,5
245	3	11,6	0,2	45,9	0,3	67,9	0,4
196	3	9,6	0,2	37,3	0,3	55,4	0,4
147	3	7,4	0,2	28,8	0,3	42,6	0,3
98,0	0,6	4,8	0,2	18,8	0,3	27,8	0,3
49,0	0,6	2,3	0,2	10,0	0,2	15,6	0,3



Obr. 5 Závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro různé proudy procházející vzorkem. Chyby měření odpovídají velikostem bodů.

Pomocí lineární regrese dané vzorcem $U_H = k_i \cdot B$, kde $i = 2,3,4$ (podle legendy na grafu v obrázku 5), byly určeny koeficienty úměrnosti. Lineární regrese byla provedena za stejných podmínek jako při určování měrné vodivosti se započtením chyby Hallova napětí. Koeficient úměrnosti při proudu 3mA byl $k_2 = (272 \pm 4) \text{ mV} \cdot \text{T}^{-1}$, koeficient úměrnosti při proudu 2mA $k_3 = (183 \pm 3) \text{ mV} \cdot \text{T}^{-1}$ a koeficient při proudu 0,5mA $k_4 = (46,3 \pm 0,7) \text{ mV} \cdot \text{T}^{-1}$. Z těchto koeficientů byly dopočteny hodnoty Hallovy konstanty, jejich zprůměrováním dostáváme hodnotu $R_H = (66,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{C}^{-1}$.

Ze vztahu (5) pak můžeme dopočítat koncentraci nositelů náboje jako $n = (1,11 \pm 0,03) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ (pro elementární náboj použijeme tabulkovou hodnotu^[3], její chybu zanedbáváme). Chyba byla určena pomocí přenosu relativní chyby.

Z (3) nyní můžeme dopočítat pohyblivost jako $\mu_n = (0,295 \pm 0,003) \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Z (6) dopočítáme Hallovskou pohyblivost jako $\mu = (3,4 \pm 0,1) \cdot 10^3 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Diskuze

Při měření konduktivity pravděpodobně došlo k hrubé chybě v jednom z měření. Ostatní měření vykazují lineární závislost která byla předpokládána, proto bylo toto měření vyloučeno ze zpracování. Přesnost přístrojů a umožnila měření s malou chybou, použitá metoda za předpokladu vysokého vnitřního odporu přístroje měřícího napětí odstranila značnou část systematické chyby, jak je popsáno v teoretické části. Tento předpoklad byl splněn, pro napětí nad 400mV byl vnitřní odpor $10 \text{ M}\Omega$, pro menší měřená napětí byl vnitřní odpor přístroje $> 1000 \text{ M}\Omega$.

Rozměry vzorku byly zadané a předpokládáme, že chyba zahrnuje i případné tepelné roztažení vzorku vlivem Jouleova tepla. Jouleovo teplo má ale vliv na určenou hodnotu konduktivity, která je závislá na teplotě, v případě polovodičů s rostoucí teplotou konduktivita roste (více elektronů se dostává do vodivostního pásu).

Předpokládaná lineární závislost byla ověřena i při měření Hallova napětí jako funkce magnetické indukce, na chybě se zde mohlo projevit kolísání proudu procházejícího vzorkem, které nebylo v průběhu měření nijak zaznamenáváno. Kontakty pro měření Hallova napětí na vzorku byly naleptány nesymetricky, jak je možné vidět z naměřených hodnot U_H na přiloženém listu (pro jednu polaritu mění znaménko, pro druhou nejdu k nule při $B \rightarrow 0$). Tento efekt je dostatečně redukován měřením při obou polaritách.

Opět předpokládáme, že případné teplotní roztažení vzorku je zahrnuto v chybě uvedené u rozměrů. Při určování Hallovy konstanty uvažujeme pouze mřížkový rozptyl daný faktorem r_H a nezajímáme se o rozptyl o nečistoty ve vzorku. Rozptylový faktor je také závislý na magnetické indukci a teplotě^{[2],[4]}, což se mohlo projevit na chybě a odchylkách měření od lineární závislosti.

Hallovská pohyblivost je pro tento vzorek přibližně $\mu \approx 3 \cdot 10^3 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$, což odpovídá hodnotám pro koncentraci elektronů v řádu $10^{14} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ [5] a tedy i tomuto měření.

Závěr

Byla ověřena lineární závislost proudu protékajícího vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci a určena konduktivita $\sigma = (5,3 \pm 0,2) \text{ S m}^{-1}$.

Dále byla ověřena lineární závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro 3 hodnoty proudu protékajícího vzorkem. Hallova konstanta vzorku byla určena z této závislosti jako $R_H = (66,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{C}^{-1}$.

Koncentrace nábojů ve vzorku byla dopočtena $n = (1,11 \pm 0,03) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ a driftová pohyblivost elektronů $\mu_n = (0,295 \pm 0,003) \text{ m}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Hallovská pohyblivost byla dopočtena jako $\mu = (3,4 \pm 0,1) \cdot 10^3 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Použité zdroje

[1] Bakule, R., Šternberk, J. : Fyzikální praktikum II., SPN, Praha, 1989.

[2] SCHRODER, Dieter K. *Semiconductor material and device characterization* / Dieter K. Schroder. Third Edition. 2006. ISBN 0471739065.

[3] Adjustace konstant CODATA 2014 – elementary charge. Dostupné online na <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e>. NIST, 2014

[4] MANSFIELD, R. Impurity scattering in semiconductors. *Proceedings of the Physical Society. Section B* [online]. 1956, 69(1), 76 - 82 [cit. 2018-10-14]. DOI: 10.1088/0370-1301/69/1/310. ISSN 03701301.

[5] Fistul V. I., M. I. Iglitsyn, and E. M. Omelyanovskii, *Sov. Phys. Solid State* 4, 4 (1962) 784-785.