

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum II

Úloha č. 10

Hallův jev

Měřil a zpracoval: Antonín Baďura, FOF

Měřil dne: 12. října 2018

Odevzdal dne: 19. října 2018

Poznámky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0–3	
Teoretická část	0–2	
Výsledky a zpracování měření	0–9	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Seznam použité literatury	0–1	
Úhrnem	nejvýše 20	

Hodnotil dne

1 Zadání úlohy

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při třech hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky. Vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtěte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

2 Teoretická část

Definujme nejprve hustotu elektrického proudu, a to pomocí procházejícího proudu I , průřezu vodiče $t d$, resp. pomocí koncentrací děr p a elektronů n a jejich driftové rychlosti $\langle v_n \rangle$ a $\langle v_p \rangle$:

$$i = \frac{I}{t d} = ep\langle v_p \rangle - en\langle v_n \rangle, \quad (1)$$

s jejíž pomocí můžeme uvést Ohmův zákon v diferenciálním tvaru pro intenzitu pole E a definovat tak měrnou elektrickou vodivost σ :

$$i = \sigma E. \quad (2)$$

Předpokládáme-li platnost Ohmova zákona, musí být driftové rychlosti přímo úměrné působící intenzitě pole — konstantou úměrnosti je pohyblivost μ_n , resp. μ_p [1]. Odtud pak pro σ rovněž plyne:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad (3)$$

Samotný Hallův jev byl měřen na vzorku, jehož náskres je uveden v obrázku 1. Vzorek je umístěn v magnetickém poli \mathbf{B} generovaném cívkou zapojenou dle schématu v obr. 2. Toto pole působí na elektrony v proudu tekoucím mezi kontakty 1 a 2, čímž vzniká mezi kontakty 5 a 6 příčné elektrické pole, a je tak možno na těchto kontaktech naměřit Hallovo napětí U_H . Předpokládáme-li převažující elektronovou vodivost ve vzorku, můžeme pro pro měření U_H napsat vztah [1]

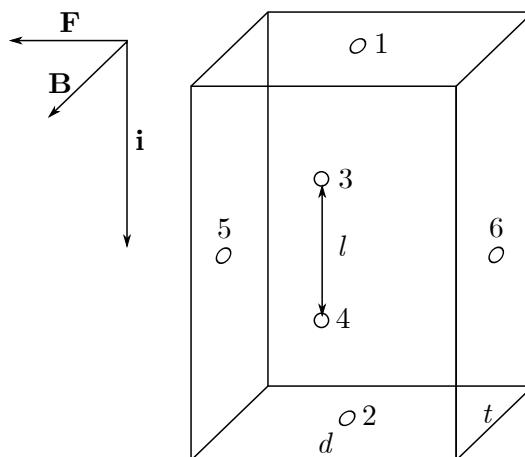
$$U_H = R_H \frac{I B}{t}, \quad (4)$$

kde R_H je Hallova konstanta definovaná pomocí Hallova rozptylového faktoru r_H [1] (ten pro použitý germaniový vzorek můžeme uvažovat jako $r_H = 3\pi/8$) jako

$$R_H = \frac{r_H}{en}. \quad (5)$$

Dále můžeme pro známou R_H a σ definovat Hallovskou pohyblivost μ jako:

$$\mu = R_H \sigma. \quad (6)$$



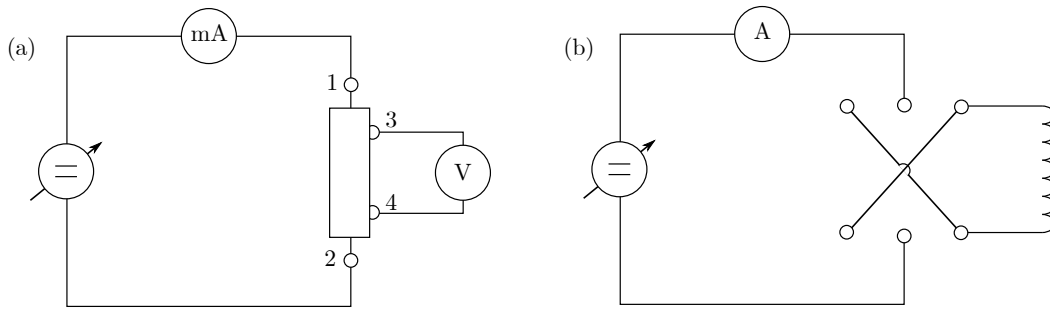
Obrázek 1: Schéma vzorku pro měření Hallova jevu (vytvořeno dle [1])

Pro eliminaci přechodových a hradlových odporů byla k měření proudu I_{12} kontakty 1 a 2 a napětí U_{34} mezi kontakty 3 a 4 na vzorku použita čtyřbodová metoda (pro schéma zapojení vzorku vizte obr. 2), kde jsou obě veličiny měřeny na oddělených kontaktech [1]. Můžeme pak určit vodivost ze vztahu

$$\sigma = \frac{l I_{12}}{t d U_{34}}. \quad (7)$$

Při zapjatém magnetickém poli je možno měřit Hallovo napětí U_H mezi kontakty 5 a 6. Kvůli nedokonalému připojení kontaktů je možno na 5 a 6 naměřit napětí i při nulovém magnetickém poli. Tento nedostatek můžeme odstranit měřením napětí U_{56}^+ a U_{56}^- pro obě možné polarity magnetického pole [1], tedy jako:

$$|U_H| = \frac{1}{2} |U_{56}^+ - U_{56}^-|. \quad (8)$$



Obrázek 2: Schéma zapojení (a) vzorku, (b) cívky (vytvoreno dle [1])

3 Výsledky měření

Měřený germaniový vzorek byl o rozměrech $l = (6,005 \pm 0,005)$ mm, $d = (3,350 \pm 0,005)$ mm a $t = (0,720 \pm 0,005)$ mm.

Pro měření napětí U_H byl použit digitální multimetr, který na rozsahu 400 mV pro U_H dosahuje chyby $\pm 0,5\%$ z měřené hodnoty plus $\pm 0,2$ mV a na rozsahu 4 V pro U_{34} $\pm 0,8\%$ z hodnoty plus ± 2 mV. Proud procházející vzorkem byl měřen rovněž digitálním multimetrem, který má na použitém rozsahu 20 mA chybu $\pm 0,5\%$ z hodnoty plus $\pm 5 \mu\text{A}$. Proud cívku byl měřen analogovým ampérmetrem třídy přesnosti 0,5 a nejmenším dílkem odpovídajícím 50 mA, celkovou absolutní chybu pak určíme jako:

$$\sigma_{I_c} = \sqrt{(0,005 I_{\text{rozsah}})^2 + (0,5 I_{\text{díl}})^2} = 40 \text{ mA}. \quad (9)$$

Nejprve byla změřena závislost proudu vzorkem I_{12} na přiloženém napětí U_{34} při nulovém magnetickém poli, ty jsou uvedeny v tabulce 1 a vyobrazeny v grafu 3, v němž regresní křivka prochází počátkem se směrnicí $k = (2,127 \pm 0,003)$ mA/V.

Odtud můžeme dle vzorce 7 určit měrnou vodivost, a to jako:

$$\sigma = \frac{l}{td} k = (5,291 \pm 0,007) (\Omega\text{m})^{-1}, \quad (10)$$

kde nejistota σ_σ byla určena ze vzorce

$$\sigma_\sigma = \sigma \sqrt{\left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2}. \quad (11)$$

$\frac{U_{34}}{\text{V}}$	$\frac{I_{12}}{\text{mA}}$
0,000 ± 0,002	0,000 ± 0,005
0,204 ± 0,003	0,428 ± 0,007
0,398 ± 0,004	0,839 ± 0,009
0,606 ± 0,005	1,28 ± 0,01
0,804 ± 0,006	1,70 ± 0,01
1,007 ± 0,007	2,12 ± 0,02
1,199 ± 0,008	2,53 ± 0,02
1,395 ± 0,009	2,95 ± 0,02
1,60 ± 0,01	3,39 ± 0,02
1,81 ± 0,01	3,84 ± 0,02
2,01 ± 0,01	4,27 ± 0,03
2,20 ± 0,01	4,70 ± 0,03
2,34 ± 0,01	5,01 ± 0,03

Tabulka 1: Naměřené hodnoty závislosti proudu vzorkem I_{12} na přiloženém napětí U_{34} při nulovém magnetickém poli

Hallovo napětí bylo měřeno na témže vzorku, magnetické pole generované cívkou je možno určit z proudu I_c cívkou procházející, a to dle vztahu:

$$B = 0,098 I_c. \quad (12)$$

Naměřené a přepočtené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2 a vyobrazeny v grafu 4. Rovnice lineární regrese v grafu 4 jsou pro $I_{12} = (1,00 \pm 0,01) \text{ mA}$: $u = (0,088 \pm 0,001)b + (0,6 \pm 0,2)$, pro $I_{12} = (2,50 \pm 0,02) \text{ mA}$: $u = (0,215 \pm 0,001)b + (1,6 \pm 0,2)$ a pro $I_{12} = (4,00 \pm 0,03) \text{ mA}$: $u = (0,334 \pm 0,002)b + (1,2 \pm 0,4)$.

Hallova konstanta vzorku byla vypočtena ze vztahu 4 (jako podíl U_H/B byly použita směrnice regresních rovnic z grafu 4). Dostáváme tak postupně:

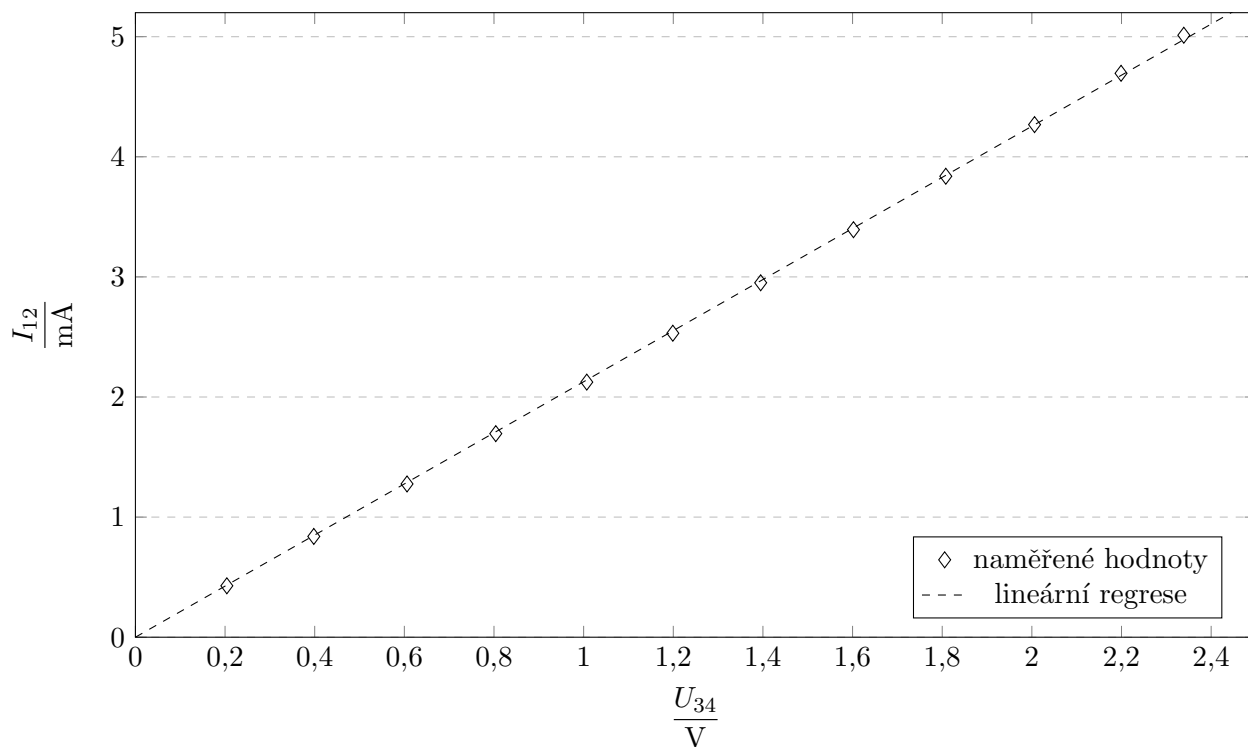
$$I_{12} = 1,00 \text{ mA} : R_H = (63,0 \pm 1,4) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ A}^{-1} \text{ s}^{-1}, \quad (13)$$

$$I_{12} = 2,50 \text{ mA} : R_H = (61,9 \pm 0,9) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ A}^{-1} \text{ s}^{-1}, \quad (14)$$

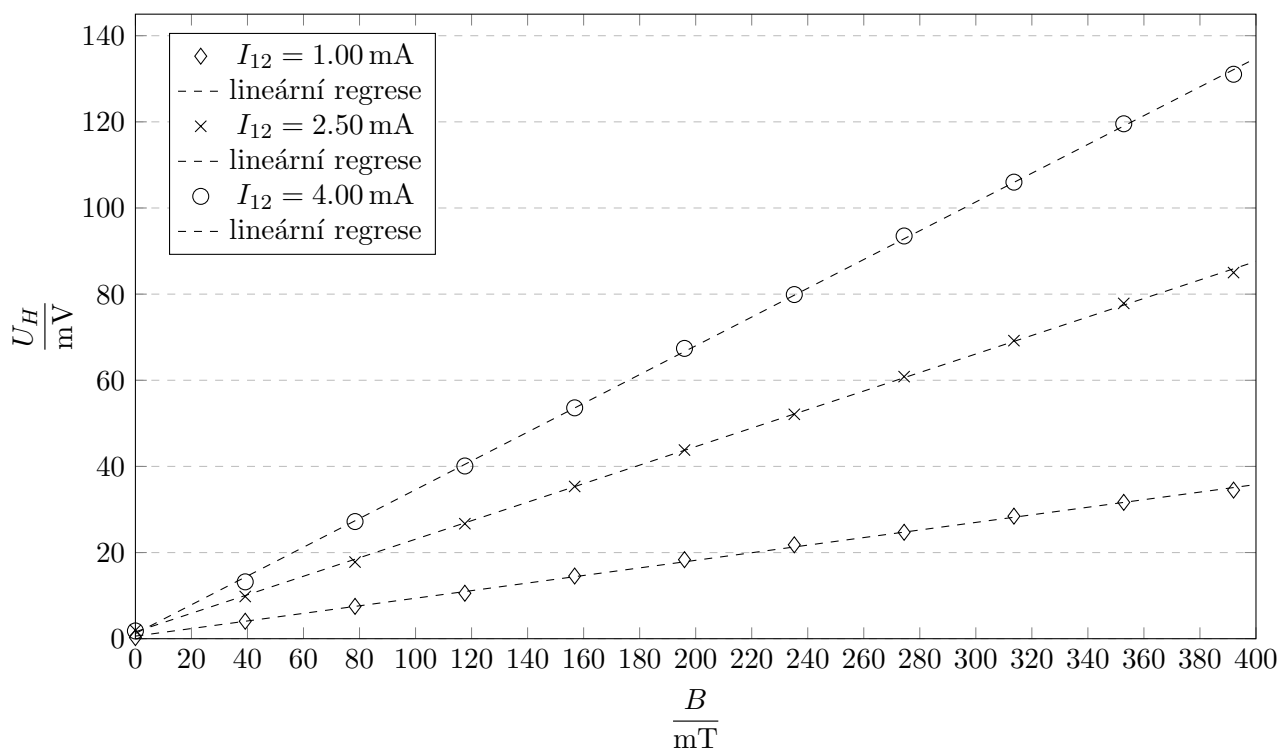
$$I_{12} = 4,00 \text{ mA} : R_H = (60,9 \pm 0,8) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ A}^{-1} \text{ s}^{-1}. \quad (15)$$

Nejistota byla určena ze vztahu (k značí směrnici regresní křivky z grafu 4):

$$\sigma_{R_H} = R_H \sqrt{\left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_{12}}}{I_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2} \quad (16)$$



Graf 3: Závislost proudu vzorkem I_{12} na přiloženém napětí U_{34} při nulovém magnetickém poli (nejistoty měření jsou zanedbatelné a nejsou vyobrazeny)



Graf 4: Závislost Hallova napětí U_H na magnetické indukci pro tři hodnoty konstantního proudu vzorkem I_{12} (nejistoty měření jsou zanedbatelné)

	$I_{12} = 1,00 \text{ mA}$	$I_{12} = 2,50 \text{ mA}$	$I_{12} = 4,00 \text{ mA}$
$\frac{B}{\text{T}}$	$\frac{U_H}{\text{mV}}$	$\frac{U_H}{\text{mV}}$	$\frac{U_H}{\text{mV}}$
0	$0,5 \pm 0,2$	$3,9 \pm 0,2$	$3,6 \pm 0,2$
$0,039 \pm 0,004$	$8,1 \pm 0,2$	$19,6 \pm 0,3$	$26,4 \pm 0,3$
$0,078 \pm 0,004$	$15,0 \pm 0,3$	$35,6 \pm 0,4$	$54,4 \pm 0,5$
$0,118 \pm 0,004$	$21,1 \pm 0,3$	$53,4 \pm 0,5$	$80,2 \pm 0,6$
$0,157 \pm 0,004$	$29,1 \pm 0,3$	$70,7 \pm 0,6$	$107,2 \pm 0,7$
$0,196 \pm 0,004$	$36,7 \pm 0,4$	$87,6 \pm 0,6$	$134,8 \pm 0,9$
$0,235 \pm 0,004$	$43,6 \pm 0,4$	$104,2 \pm 0,7$	$159,8 \pm 1,0$
$0,274 \pm 0,004$	$49,4 \pm 0,4$	$121,7 \pm 0,8$	$187,0 \pm 1,1$
$0,314 \pm 0,004$	$56,9 \pm 0,5$	$138,4 \pm 0,9$	$212,0 \pm 1,3$
$0,353 \pm 0,004$	$63,3 \pm 0,5$	$155,7 \pm 1,0$	$239,1 \pm 1,4$
$0,392 \pm 0,004$	$69,0 \pm 0,5$	$170,0 \pm 1,1$	$262,1 \pm 1,5$

Tabulka 2: Hodnoty Hallova napětí U_H určené z naměřených hodnot dle vztahu 8 v závislosti na magnetické indukci pro tři různé hodnoty proudu I_{12} procházejícího vzorkem

Výslednou Hallovu konstantu určíme aritmetickým průměrem jako: $R_H = (61,9 \pm 1,1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ A}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Hallovská pohyblivost μ a koncentrace nositelů náboje n byla určena ze vztahů 5 a 6, nejistota byla určena standardní metodou přenosu nejistoty:

$$\mu = (0,327 \pm 0,005) \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}, \quad (17)$$

$$n = (1,19 \pm 0,02) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}. \quad (18)$$

4 Diskuse výsledků

Měřené závislosti, tj. závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí i závislost Hallova napětí na magnetickém poli se dle očekávání chovají lineárně (vizte grafy 3 a 4).

Hodnoty Hallovy konstanty určené postupně pro tři hodnoty konstantního proudu se vzájemně v rámci nejistoty měření shodují, a výsledná průměrná hodnota tak dobře vystihuje chování ve všech měřených případech.

Neobvyklým jevem byla skoková změna napětí měřeného na kontaktech 5 a 6 při přepojení komutátoru (tedy přepolování cívky), a to i v případě, kdy cívkou netekl žádný proud, a magnetické pole tak bylo nulové. Jak lze v tabulce 2 vidět, tato změna činila až 4 mV. Tato změna byla dlouhotrvající, a lze tak vyloučit případný vliv indukčnosti cívky.

Hodnotu hallovske pohyblivosti μ můžeme porovnat s výsledkem přibližného vzorce z [2], odkud pro určenou koncentraci n dostáváme přibližně hodnotu $\mu = 0,39 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$, což řádově souhlasí se změřenou hodnotou.

5 Závěr

Závislost proudu na přiloženém napětí pro nulové magnetické pole je popsána v tabulce 1 a grafu 3 a byla posána regresní rovnicí $i = 2,127 \cdot u$. Závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro tři hodnoty konstantního proudu 1, 2,5 a 4 mA je popsána grafem 4 s příslušnými regresními rovnicemi a tabulkou 2.

Měrná vodivost byla určena jako

$$\sigma = (5,291 \pm 0,007)(\Omega\text{m})^{-1} \text{ (rel. chyba } 0,1\% \text{)}, \quad (19)$$

Hallova konstanta je rovna

$$R_H = (61,9 \pm 1,1) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3\text{A}^{-1}\text{s}^{-1} \text{ (rel. chyba } 2\% \text{)}. \quad (20)$$

Pohyblivost a koncentrace nositelů náboje byla určena jako

$$\mu = (0,327 \pm 0,005) \text{ m}^2\text{s}^{-1}\text{V}^{-1} \text{ (rel. chyba } 2\% \text{)}, \quad (21)$$

$$n = (1,19 \pm 0,02) \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3} \text{ (rel. chyba } 2\% \text{)}. \quad (22)$$

Uvedené hodnoty odpovídají hladině pravděpodobnosti $\approx 99,7\%$.

Literatura

- [1] *Studijní text k základnímu fyzikálnímu praktiku II, úloha 10* [online]. KVOF MFF UK [cit. 2018-13-10]. Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_210.pdf
- [2] HILSUM, C. *Simple empirical relationship between mobility and carrier concentration*. Electronics Letters. 1974, **10**(13). DOI: 10.1049/e1:19740205. ISSN 00135194. Dostupné také z: http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/e1_19740205