

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.

Název:

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Změřte statickou charakteristiku termistoru pro proudy do 25 mA a graficky ji znázorněte.
2. Změřte teplotní závislost odporu termistoru v teplotním intervalu přibližně 180 až 380 K.
3. Graficky znázorněte závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ a vyhodnoťte velikost materiálových veličin R_∞ a B , aktivační energie U a teplotního součinitele odporu α při pokojové teplotě.
4. Stanovte teplotu termistoru v maximu charakteristiky, případně v některých dalších bodech a tepelný odpor K .

1 Teoretická část

1.1 Termistor

Termistor je polovodičová součástka využívaná kvůli velké závislosti jejího odporu na teplotě. Nejčastěji se používají ty, jejichž odpor s rostoucí teplotou klesá (mají záporný tzv. součinitel odporu [1]). Jedna z příčin této skutečnosti je zvyšující se koncentrace volných nosičů náboje při zahřívání součástky. Odpor R termistorů, pro které je tento jev charakteristický (křemík+germanium polovodiče mezi něž patří i náš termistor), se v oblasti teplot v níž převládá přímá vodivost dá popsat vztahem

$$R = R_\infty e^{B/T}, \quad (1)$$

kde T je termodyn. teplota, R_∞ charakterizuje konkrétní termistor (podle materiálu a rozměrů), B pak popisuje jeho teplotní citlivost. Dokonce lze vyjádřit

$$B = \frac{\Delta U}{2k}, \quad (2)$$

s k Boltzmannovou konstantou a ΔU energií potřebnou k ionizaci příměšového prvku (germania), tedy k přemístění elektronu vázaného v atomu příměsi do vodivostního pásu, jinak také tzv. aktivační energie.

1.2 Teplotní součinitel odporu

Teplotní součinitel odporu α je obecně definován

$$\alpha = \frac{1}{R} \frac{dR(T)}{dT}, \quad (3)$$

odkud při dosazení (1) dostáváme

$$\alpha = -B/T^2. \quad (4)$$

Teplotní součinitel odporu tedy s rostoucí teplotou klesá úměrně druhé mocnině teploty termistoru.

1.3 Materiálové konst. B , R_∞ a aktivační energie

Podle vztahu (1) jsou logaritmované¹ velikosti odporu termistoru R lineárně závislé na převrácených hodnotách teploty T skrze std. rovnici obecného tvaru $\log R = A_1 \frac{1}{T} + A_2$. Identifikováním koeficientů A_1 a A_2 pomocí veličin vystupujících v (1) tak dostáváme

$$\log R = B \frac{1}{T} + \log R_\infty.^2 \quad (5)$$

Proložením naměřené závislosti přímkou pak můžeme z jejího tvaru vyčíst hledané konstanty B a $\log R_\infty$ (resp. R_∞).

Dalším způsobem (viz. [1]), jak přibližně určit konst. B (a tak i aktivační energii) je stanovit ji ze dvou hodnot známých odporů termistoru R_1 a R_2 při teplotách T_1 a T_2 nalezením směrnice spojnice těchto dvou bodů v grafu závislosti $\log R \sim 1/T$:

$$B = \frac{\log(R_1/R_2)}{1/T_1 - 1/T_2}. \quad (6)$$

Přesnost, s jakou takto získáme B , se bude zvětšovat s rostoucím rozdílem teplot T_1, T_2 .

¹Dále \log značí přirozený logaritmus, jinde někdy značený jako \ln .

²Logaritmovat veličinu s rozměrem (když měřím $[R] = \Omega$) není úplně korektní. Měl bych nejprve výraz (1) podělit R_∞ , abych na obou stranách dostal bezrozměrné číslo, které už logaritmovat zcela jistě lze, a následně zkoumat výraz $\log R/R_\infty = B/T$, jenž by na volbě jednotek nezávisel. Uvažujme však v těchto chvílích, že je odpor bezrozměrný, protože bude vždy pro logaritmování vyjádřen v Ω . Podobně v grafu na obr. 3 jsou jednotky y -ové osy spíše ilustrativně voleny jako $\log \Omega$.

1.4 Statická charakteristika a stanovení teploty termistoru v jejím maximu

Průchodem proudem termistorem se termistor ohřívá tak, že jeho teplota odpovídá stavu, ve kterém je v rovnováze elektrický příkon P a tepelný výkon termistoru odváděný do okolí

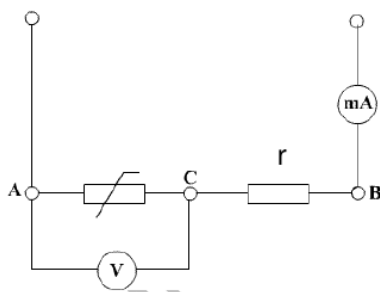
$$KP = T - T_0, \quad (7)$$

kde K je tepelný odpor termistoru (výkonová citlivost), T jeho teplota a T_0 teplota okolí. Přepsáním P jako $P = UI = U^2/R$ s U , I napětím a proudem na termistoru, R jeho odpor, pak napětí U na termistoru můžeme (z (1)) vyjádřit v závislosti na jeho teplotě T

$$U = \sqrt{\frac{R_\infty(T - T_0)e^{\frac{B}{T}}}{K}}, \quad (8)$$

tedy položením derivace (8) rovno 0 nalezneme (po vyřešení kv. rovnice s vyloučením jednoho nefyzikálního řešení) teplotu termistoru při maximálním napětí

$$T_m = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4BT_0}}{2}. \quad (9)$$



Obrázek 1: Náčrtek zapojení termistoru pro měření jeho statické VA charakteristiky.

1.5 Postup měření

Termistor je i s platinovým teploměrem a ochranným odporem r umístěn v držáku se svorkami na víku postupně A, B a C (viz. obr. 1), R_t a R_t (vývody teploměru) a \check{Z} , \check{Z} (topná spirála). Celý držák stojí v Dewarově nádobě (termosce).

Nejprve měříme statickou charakteristiku v zapojení podle obr. 1 do maximální výše proudu 25 mA.

Pro zkoumání závislosti odporu termistoru na teplotě použijeme dig. multimetry ve funkci ohmmetrů. Jeden zapojujeme do svorek A, C (odpor termistoru), druhý do svorek R_t (odpor teploměru). Odpor R_t platinového teploměru se mění lineárně s teplotou podle

$$R_t = R_0(1 + \alpha_t t), \quad (10)$$

kde t je teplota, ovšem na Celsiově stupnici ($T = (t + 273.15) \text{ K}$), R_0 je odpor teploměru při 0°C , $R_0 = 100 \ \Omega$, a α_t je jeho teplotní součinitel odporu, $\alpha_t = 3.85 \times 10^{-3} \ ^\circ\text{C}^{-1}$ (resp. K^{-1} taktéž).

Termistor nejprve podchladíme tekutým dusíkem, načež ho necháme se postupně ohřívát a odečítáme měřený odpor R při různých odporech teploměru R_t (tedy teplotách). Při zpomalování rychlosti ohřívání a pro dosažení teplot vyšších než je teplota pokojová, zapojujeme později ještě do zdírek \check{Z} od topné spirály zdroj stejnosměr. napětí.

1.6 Použité přístroje a pomůcky

Digitální multimetr Použity byly dva při všech měřeních a to ve funkci voltmetr, ampérmetr i ohmmetr za různých rozsahů. Chyby, které přitom nesou udává tabulka 1.

funkce	rozsah	chyba
DC VOLT	0.2 - 20 V	$\pm 0.05\% + 3$ digit
DC CURR	20 mA	$\pm 0.3\% + 3$ digit
RESISTANCE	20 M Ω	$\pm 0.5\% + 5$ digit
	2 - 2000 k Ω	$\pm 0.15\% + 3$ digit
	200 Ω	$\pm 0.2\% + 5$ digit

Tabulka 1: Charakteristika multimetrů při použitých funkcích a rozsazích.

2 Výsledky měření

2.1 Zpracování

Není-li uvedeno jinak, chyby nepřímě měřených veličin (f) počítám podle (např. [2]):

$$\sigma_{f(x_i)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (11)$$

2.2 Statická charakteristika

Podle teor. části měříme statickou charakteristiku v zapojení na obr. 1, které je skrze potenciometr pro snažší nastavení paramterů přivedeno ke zdroji stejnosměr. napětí. Jeden z multimetrů používáme v režimu voltmetr, druhý jako ampérmetr. Do velikosti proudu 1 mA zaznamenávám hodnoty po 0.1 mA, potom cca po 1 mA, případně lehce zjemňuji v místech, kde tuším maximum charakteristiky. Naměřené hodnoty naleznete v tabulce 2, graf charakteristiky včetně proložení její lineární části pro hodnoty proudu do 1 mA pak na obr. 2.

I [mA]	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00
U [mV]	51	105	159	208	266	311	364	410	459	506	916	1197	1373	1491	1568
I [mA]	6.53	7.00	7.28	8.68	9.02	9.88	10.49	10.98	11.36	12.00	13.10	14.13	15.44	18.18	19.55
U [mV]	1596	1614	1623	1656	1660	1669	1672	1672	1672	1671	1668	1662	1653	1632	1621

Tabulka 2: Naměřené hodnoty statické charakteristiky termistoru U a I . Pro $U = 51; 105$ a 159 mV použit rozsah voltmetru 0.2 V, ostatní 20 V; ampérmetr s rozsahem 20 mA; odpovídající chyby podle tabulky 1.

2.3 Závislost odporu termistoru R na jeho teplotě T

Termistor je odpojen od zdroje napětí a podle návodu v teor. části připojeny k patřičným svorkám multimetry připravené k měření odporů. Termistor prudce ochladíme tekutým dusíkem, poté vrátíme do Dewarovy nádoby (termosky) a necháme postupně volně se ohřívat, v pozdějších fázích ještě růst teploty uspíšeme připojenou topnou spirálou. Zapisuji odpor R vždy po nárůstu R_t o 2 Ω . Ačkoli měření neprobíhá v ustáleném stavu a data jsou navíc odečítána „za chodu“, což je umocněno ještě faktem, že multimetry snímají pouze s danou vzorkovací frekvencí, nezvětšil jsem chybu R_t , neboť to se měnilo dostatečně pomalu (multimetr stačil vždy zobrazovat po 0.01 Ω), takže statistická chyba činící pro naměřené hodnoty 0.16 - 0.30 V (podle tab. 1) tuto daleko předčí. Naopak pro jakékoli další výpočty budu nadhodnocovat chybu odporu R , který se měnil daleko rychleji. Data jsou v tabulce 3, T z (10), logaritmovaná závislost R na $1/T$ pak zobrazena v grafu na obr. 3.

2.4 Materiálové veličiny R_∞ , B , aktivační energie U a teplotní součinitel odporu α

Podle návodu v části 1.3 vyjádřím závislost logaritmovaných R na převrácené hodnotě T a pomocí metody nejmenších čtverců najdu předpis lineární závislosti (vztah (5)), z jejíž koeficientů získám veličiny R_∞ a B . Jelikož okamžitě po ochlazení termistoru pozorované ohřívání není ustálené a prudké změny, které v těchto chvílích na termistoru a teploměru probíhají, mohou ovlivnit naměřené výsledky, jsem lineární regresi provedl až pro teploty od 190 K výš (tj. asi $5.3 \text{ K}^{-1} > 1000/T$). Výsledky:

$$R_\infty = (50 \pm 5) \text{ m}\Omega, \\ B = (2700 \pm 20) \text{ K}.$$

Z B nyní mohou spočítat aktivační energii ΔU podle (2), k Boltzmannovu konstantu beru buď v jednotkách SI $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ [3] nebo v eV $k = 0.8617 \times 10^{-4} \text{ eV.K}^{-1}$ [1]:

$$\Delta U = (7.45 \pm 0.06) \times 10^{-20} \text{ J} = (0.465 \pm 0.004) \text{ eV}.$$

Předpokládám, že běžně je pod termínem pokojová teplota myšleno cca $20 \text{ }^\circ\text{C} = 293.15 \text{ K}$. Potom pro teplotní součinitel odporu termistoru z (4) vychází:

$$\alpha = (-0.0362 \pm 0.0003) \text{ K}^{-1}.$$

Pro ilustraci lze ještě konst. B spočítat podle (6). K tomu použiji data z tabulky 3 (neberouc v potaz malé T ze stejných důvodů jako výše) $R_1 = (69.1 \pm 0.2) \text{ k}\Omega$, $T_1 = (190.0 \pm 0.5) \text{ K}$, $R_2 = (142.2 \pm 0.4) \Omega$, $T_2 = (340.7 \pm 0.8) \text{ K}$. Kvůli odlišení označme např. $B_{(6)}$:

$$B_{(6)} = (2657 \pm 18) \text{ K}.$$

rozsah [kΩ]	R [kΩ]	R_t [Ω]	T [K]	rozsah [kΩ]	R [Ω]	R_t [Ω]	T [K]
20000	671	56.0	158.9 ± 0.4	2	1593	96.0	262.8 ± 0.6
	436	58.0	164.1 ± 0.4		1301	98.0	268.0 ± 0.6
	291	60.0	169.3 ± 0.4		1070	100.0	273.2 ± 0.6
	199	62.0	174.4 ± 0.5		886	102.0	278.3 ± 0.7
	133	64.0	179.6 ± 0.5		734	104.0	283.5 ± 0.7
	97	66.0	184.8 ± 0.5		616	106.0	288.7 ± 0.7
	200	69.1	68.0		190.0 ± 0.5	492	108.0
50.1		70.0	195.2 ± 0.5	443	110.0	299.1 ± 0.7	
36.6		72.0	200.4 ± 0.5	376	112.0	304.3 ± 0.7	
27.1		74.0	205.6 ± 0.5	325	114.0	309.5 ± 0.7	
20.2		76.0	210.8 ± 0.5	279	116.0	314.7 ± 0.7	
20		14.92	78.0	216.0 ± 0.5	242	118.0	319.9 ± 0.7
		11.34	80.0	221.2 ± 0.5	211	120.0	325.1 ± 0.8
	8.69	82.0	226.4 ± 0.6	0.2	183.5	122.0	330.3 ± 0.8
	6.74	84.0	231.6 ± 0.6		159.4	124.0	335.5 ± 0.8
	5.23	86.0	236.8 ± 0.6		151.4	125.0	338.1 ± 0.8
	4.07	88.0	242.0 ± 0.6		142.2	126.0	340.7 ± 0.8
	3.19	90.0	247.2 ± 0.6		—	—	—
2.55	92.0	252.4 ± 0.6	—	—	—		
2.04	94.0	257.6 ± 0.6	—	—	—		

Tabulka 3: Tabulka naměřených hodnot závislosti odporu termistoru R na odporu platinového teploměru R_t resp. dopočtené termodyn. teplotě T .

2.5 Teplota termistoru v maximu charakteristiky a tepelný odpor

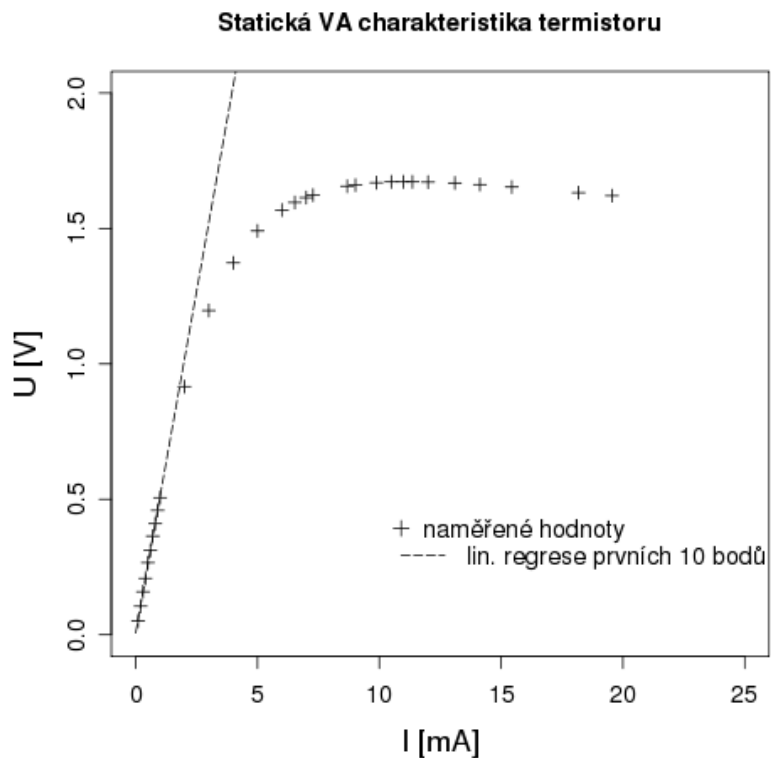
Z tabulky 2 je patrné, že maximální napětí na termistoru během měření jeho statické charakteristiky bylo při proudu asi 10.5 až 11.5 mA. Z měření v tab. 2 vyberu právě jedno, pro které byla charakteristika v maximu. Nejvhodnější bude zřejmě prostřední (ze tří), konkrétně $I_m = (10.98 \pm 0.04) \text{ mA}$ a $U_m = (1.672 \pm 0.001) \text{ V}$. Odpor termistoru je v tomto bodě roven $R_m = U_m/I_m = (152.3 \pm 0.6) \Omega$, což pro známé konstanty B a R_∞ odpovídá dle (1) teplotě termistoru

$$T_m = (337 \pm 4) \text{ K}.$$

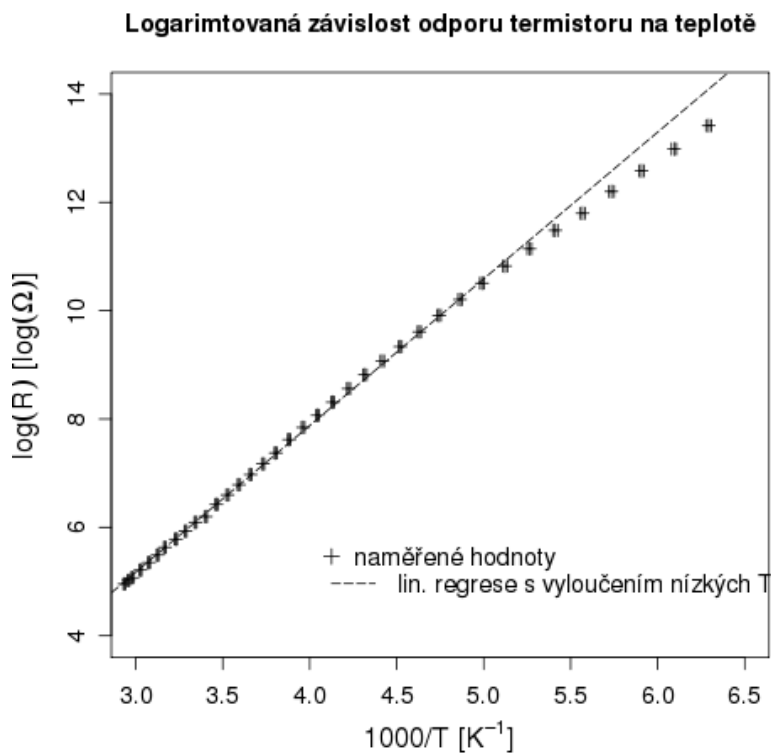
To nám pro teplotu okolí T_0 z (9) dává $T_0 = (295 \pm 3) \text{ K}$ a pomocí (7) dostaneme tepelný odpor K při $P_m = U_m I_m$

$$K = (2300 \pm 300) \text{ KW}^{-1}.$$

Analogickým postupem zjištěné teploty T termistoru v některých dalších bodech charakteristiky viz. tab. 4.



Obrázek 2: Graf VA charakteristiky termistoru s proloženou lineární částí pro I do 1 mA. Chybové úsečky nejsou vyznačeny z důvodů relativního nepoměru jejich velikosti vůči měřítku grafu.



Obrázek 3: Graf logaritmované závislosti odporu termistoru R (v Ω) na převrácené hodnotě teploty T . Graf proložen přímkou z lineární regrese při vynechání hodnot pro $T = 158.9$ až 184.8 K.

I [mA]	U [mV]	R [Ω]	T [K]
0.50	266	532 ± 5	291 ± 3
1.00	506	506 ± 3	293 ± 3
5.00	1491	298 ± 1	311 ± 4
9.02	1660	184.0 ± 0.6	329 ± 4

Tabulka 4: Teplota T termistoru v některých dalších bodech VA charakteristiky.

3 Diskuse výsledků

V lineární oblasti statické VA charakteristiky termistoru není příliš složité pomocí reostatu jako potenciometru nastavit konkrétní parametry (tedy navyšovat I po zvolených krocích), ačkoli by z důvodů zahřívání termistoru neměl být proud zvyšován a opětovně zmenšován, viz. výše. V dalších bodech charakteristiky jsem už vzhledem k neznalosti jejího průběhu a priori volil body spíše náhodně, blíže sobě v místech, kde se char. nejvíce mění apod., jak je vidět z tab. 2. V této fázi je také nutno déle čekat než se měřené napětí a proud ustálí (pokud k tomu vůbec dojde v nějakém rozumném čase podle změn teploty termistoru), takže je nepraktické se snažit nastavovat předem zvolené velikosti proudu jako v lineární oblasti, kde je chování termistoru lépe předvídatelné.

Jak je zmíněno v části 2.3, beru původní chybu multimetru (ohmmetru) podle tab. 1, kterým měřím odpor termistoru R , o něco větší, protože odečítané hodnoty se na displeji rychle mění, vzorkovací frekvence multimetru nestačí k zaregistrování rapidních změn odporu R . V důsledku toho jsem lehce nadhodnotil i statistické (z rozptylu) chyby zjištěných konstant B a R_∞ , aby ty odpovídaly alespoň relativním odchýlkám R a T resp. R_t . Díky tomu jsou samozřejmě trochu navýšeny i chyby všech ostatních dopočtených veličin. Řekl bych však, že i přesto je nadhodnocení nedostatečné a výsledné chyby relativně malé.

Konstanta $B_{(6)}$ podle (6) vychází trochu (ale nijak zásadně) odlišně od statisticky stanovené B . Problém tkví samozřejmě v postupu jejího stanovení, který nebere do úvahy měření mezi zvolenými body $[R_1; T_1]$ a $[R_2; T_2]$, viz. části 1.3 a 2.4. Navíc, jak je vidět z grafu na obr. 3, pro nízké teploty T se závislost $\log R \sim 1/T$ teprve „přimyká“ k teoreticky předpokládané přímce³, což byl důvod vynechání těchto hodnot v lineární regresi. Nicméně vhodná oblast ke zpracování je pravděpodobně ještě užší, neboť je i nadále patrné, jak závislost přímku spíše překlenuje, než že by se pohybovala okolo ní. Tato nesrovnalost by mohla být způsobena ději probíhajícími na termistoru těsně po ochlazení, které je prudké a náhlé. Následné volné ohřívání není ustálené, některé části termistoru jsou např. ochlazeny více než jiné, dotčen je samozřejmě i teploměr (pak např. pokud je teplota platiny na povrchu odlišná od vnitřku, tak (10) neplatí přesně, nebo teploměr není s termistorem v teplotní rovnováze, tedy indikuje jinou teplotu než termistor ve skutečnosti má). Tedy chvíli trvá než se proces postupného ohřívání ustálí, teploty na povrchu a uvnitř termistoru (teploměru) se vyrovnají, aby vše co nejlépe odpovídalo teoretickým předpokladům.

Teplota T_0 okolí z části 2.5 při výpočtu teploty termistoru v maximum charakteristiky je podle očekávání trochu vyšší než teplota v praktiku cca $18 - 20 \text{ }^\circ\text{C} = 291.15 - 293.15 \text{ K}$, z důvodu samozřejmě umístění termistoru v Dewarově nádobě, která bezprostřední okolí trochu odizoluje od prostředí laboratoře a vytváří tak jakési mikroklima, ve kterém se teplota méně liší od aktuální teploty termistoru. Tedy zjišťování teploty okolí laboratoře pro účely použití vztahů (7), (8) či (9) valného smyslu nemá.

4 Závěr

Zkoumána byla statická VA charakteristika termistoru (tab. 2, graficky znázorněna na obr. 2) a závislost odporu termistoru na jeho teplotě (viz. tab. 3, závislost logaritmovaných hodnot odporu R na $1/T$ pak v grafu na obr. 3).

Z měření byly stanoveny materiálové konstanty termistoru B a R_∞ :

$$B = (2700 \pm 20) \text{ K}, \quad \text{resp. podle (6) } B_{(6)} = (2657 \pm 18) \text{ K}, \\ R_\infty = (50 \pm 5) \text{ m}\Omega,$$

aktivační energie

$$\Delta U = (0.465 \pm 0.004) \text{ eV}$$

a teplotní součinitel odporu termistoru při pokojové teplotě

³Samozřejmě při lineární regresi všech dat se tyto hodnoty k odpovídající přímce nepřimykají, ale celková závislost zase viditelně s přímkou nekoresponduje a vytváří přes ní jakýsi oblouk.

$$\alpha = (-0.0362 \pm 0.0003) \text{ K}^{-1}.$$

Následně byla ještě na základě výsledků dopočtena teplota termistoru v maximu statické VA charakteristiky a jeho tepelný odpor

$$T_m = (337 \pm 4) \text{ K}$$
$$K = (2300 \pm 300) \text{ KW}^{-1},$$

případně teploty v dalších bodech charakteristiky, viz. tab. 4.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *R 2.10.1*.

Reference

- [1] Studijní text, PII - IX Charakteristiky termistoru, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/>
- [2] English J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, 1999, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp>
- [3] Mikulčák J. a kol.: Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, SPN, 1989, Praha