

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM II.  
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

---

## **IX. Charakteristiky termistora**

---

*Autor:*  
Samuel Kočišćák

8. novembra 2016

## 1 Pracovné úlohy

1. Zmerajte statickú charakteristiku termistora pre prúdy do 25mA a graficky ju znázornite. V prípade záznamu meranie počítačom vytlačte.
2. Zmerajte teplotnú závislosť odporu termistora v teplotnom intervale približne 180 až 360K a graficky znázornite (ev. vytlačte).
3. Graficky znázornite závislosť logaritmu odporu  $R$  termistora na  $\frac{1}{T}$  a vyhodnoťte veľkosť materiálových veličín  $R_\infty$  a  $B$ , aktivačnej energie  $\Delta U$  a teplotného súčiniteľa odporu  $\alpha$  pri izbovej teplote.
4. Stanovte teplotu termistora v maxime charakteristiky, prípadne v niektorých ďalších bodoch a tepelný odpor  $K$ .

## 2 Teoretická časť

### 2.1 Polovodičový termistor

Termistory sú<sup>[St]</sup> polovodičové odporové súčiastky s prudkou závislosťou odporu  $R$  na teplote  $T$ . Najčastejšie používané termistory majú klesajúcu závislosť odporu na teplote. Za tú je zodpovedná s rastúcou teplotou sa zvyšujúca koncentrácia nosičov náboja (elektrónov, dier), prípadne ich rastúca pohyblivosť alebo fázové prechody v materiáli polovodiča. Zvyšovanie koncentrácie nosičov náboja s rastúcou teplotou je charakteristické napríklad pre *kremík* alebo *germánium*.

### 2.2 Teplotná závislosť odporu

V oblasti teplôt, pri ktorých prevláda priama vodivosť možno približne vyjadriť teplotnú závislosť odporu  $R = f(T)$  termistora vzťahom<sup>[St]</sup>

$$R(T) = R_\infty \exp \frac{B}{T}, \quad (1)$$

kde konštanta  $R_\infty$  závisí na materiáli a rozmeroch súčiastky a veličina  $B$  charakterizuje teplotnú citlivosť termistora. Pre kovalentné polovodiče, v ktorých s rastúcou teplotou rastie koncentrácia nosičov náboja možno písať

$$B = \frac{\Delta U}{2k}, \quad (2)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konštanta a  $\Delta U$  je tzv. aktivačná energia, teda energia potrebná na ionizáciu prímеси, t.j. na to, aby sa elektrón z prímесového atómu dostal do vodivostného pásu.

### 2.3 Teplotný súčiniteľ odporu

Teplotný súčiniteľ odporu  $\alpha$  všeobecne zavádzame vzťahom

$$\alpha = \frac{1}{R(T)} \frac{dR(T)}{dT}, \quad (3)$$

z čoho po dosadení  $R(T)$  zo vzťahu 1 dostávame<sup>[St]</sup>:

$$\alpha = \frac{-B}{T^2} \quad (4)$$

### 2.4 Aktivačná energia

Za predpokladu platnosti vzťahu 1 možno konštantu  $B$  stanoviť zo vzťahu<sup>[St]</sup>

$$B = \frac{2,3 \log \frac{R_1}{R_2}}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \quad (5)$$

za znalosti dvoch bodov  $(T_1, R_1)$  a  $(T_2, R_2)$  závislosti  $R = f(T)$ . Ak poznáme bodov mnoho, možno závislosťou  $\log(R) = f(\frac{1}{T})$  preložiť priamu podľa predpisu

$$\log R = \log R_\infty + 0,434 \frac{B}{T}, \quad (6)$$

z ktorej možno taktiež určiť hodnotu konštanty  $R_\infty$ .

Aktivačnú energiu (energiu na látkové množstvo) možno<sup>[St]</sup> určiť vzťahom

$$\Delta U = 2N_A k B \quad (7)$$

### 2.5 Statická charakteristika termistora

Statická charakteristika termistora je voltampérová charakteristika pri konštantnej teplote okolia  $T_0$ . Termistor sa prechodom prúdu zahrieva, čím sa mení jeho odpor a pre každý termistor a každý prúd  $I$  cezeň existuje hodnota ustáleného napätia  $U$  na ňom, ktorá sa po istom čase nadobúda, ak necháme termistorom tiecť konštantný prúd. Ak je systém v rovnováhe, tak termistor odovzdáva okoliu rovnaký tepelný výkon, aký sa na ňom uvoľňuje a v lineárnom priblížení odvodu tepla do okolia možno<sup>[St]</sup> pre ustálený stav písať vzťah:

$$KP = T - T_0 \Leftrightarrow K = \frac{T - T_0}{P}, \quad (8)$$

v ktorom  $P$  je elektrický výkon na termistore a  $K$  je tzv. *tepelný odpor termistora*, alebo tiež *výkonová citlivosť*. Ak uvážime platnosť<sup>[St]</sup> vzťahu

$$P = UI \Leftrightarrow P = \frac{U^2}{R(T)}, \quad (9)$$

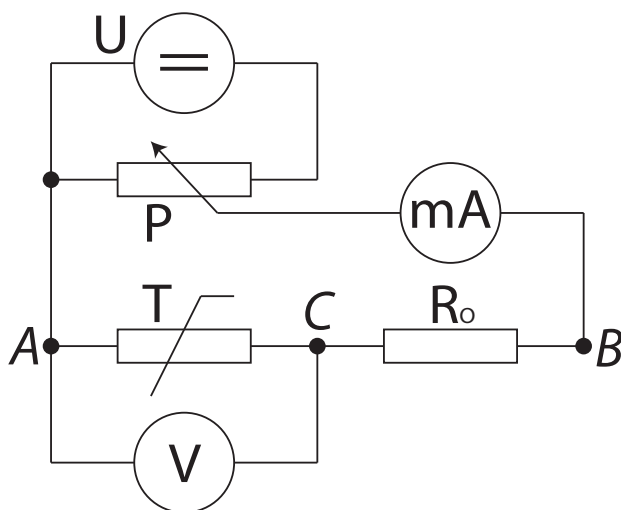
tak okamžite dostávame vzťah

$$U = \sqrt{\frac{R_{\infty}(T - T_0) \exp \frac{B}{T}}{K}}, \quad (10)$$

z ktorého možno vyčítať, že maximálne napätie  $U_{max}$  na termistore dosiahneme pri jeho teplote

$$T_{max} = \frac{1}{2} \left( B - \sqrt{B(B - 4T_0)} \right) \quad (11)$$

Je vidno, že pri teplote vyššej než  $T_{max}$  bude mať voltampérová charakteristika zápornú smernicu a ak by bol teda termistor pripojený ku zdroju s dostatočne malým vnútorným odporom, tak po prekročení teploty  $T_m$  by jeho odpor samovoľne klesal a jeho tepelný výkon rástol, až by došlo k jeho zničeniu. Preto pri meraní statickej charakteristiky termistora zapájame do série s ním aj ochranný odpor  $R_0$  tak, ako ukazuje chéma na obrázku 1:



Obr. 1: Schéma zapojenia termistora do obvodu pri meraní jeho statickej charakteristiky

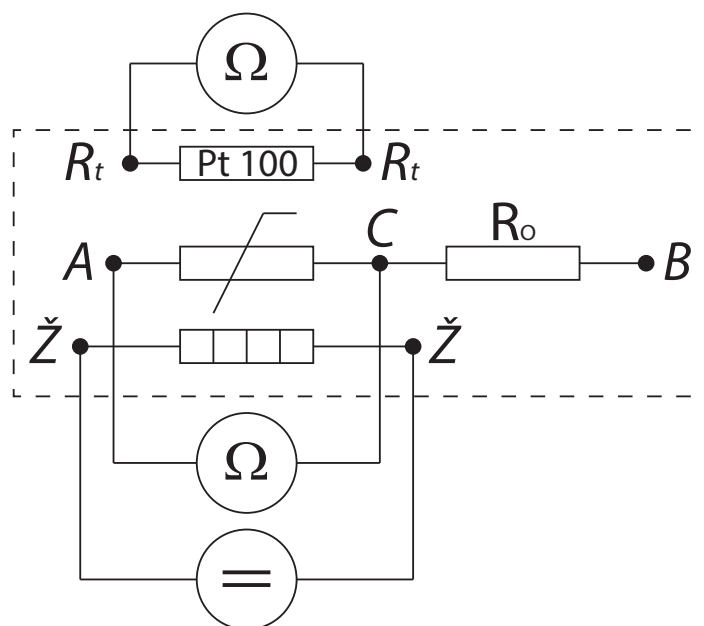
## 2.6 Teplotná závislosť odporu termistora

Každému bodu statickej charakteristiky termistora vieme priradiť odpor  $R$  a za znalosti závislosti  $R = f(T)$  vieme teda každému bodu statickej charakteristiky priradiť teplotu termistora  $T$ . Rovnako vieme každému bodu statickej charakteristiky priradiť podľa vzťahu 9 istý tepelný výkon  $P$ . Ak poznáme  $P$ ,  $T$  a teplotu okolia  $T_0$ , tak

môžeme použitím vzťahu 8 určiť hodnotu tepelnej vodivosti  $K$ . Špeciálne v bode maxima statickej charakteristiky bude<sup>[St]</sup> platiť:

$$K = \frac{T_{max} - T_0}{U_{max} I_{max}} = \frac{T_{max} - T_0}{P_{max}}, \quad (12)$$

kde  $I_{max}$  je prúd termistorom prislúchajúci napätiu  $U_{max}$  v statickej charakteristike a  $P_{max}$  je výkon na termistore v maxime tejto charakteristiky. Pri meraní teplotnej závislosti odporu termistora zapájame odpor podľa schému na obrázku 2:



Obr. 2: Schéma zapojenia termistora do obvodu pri meraní jeho teplotnej závislosti odporu

Pri tomto zapojení je dôležitá fyzická blízkosť platinového teplomera  $Pt100$  a termistora.

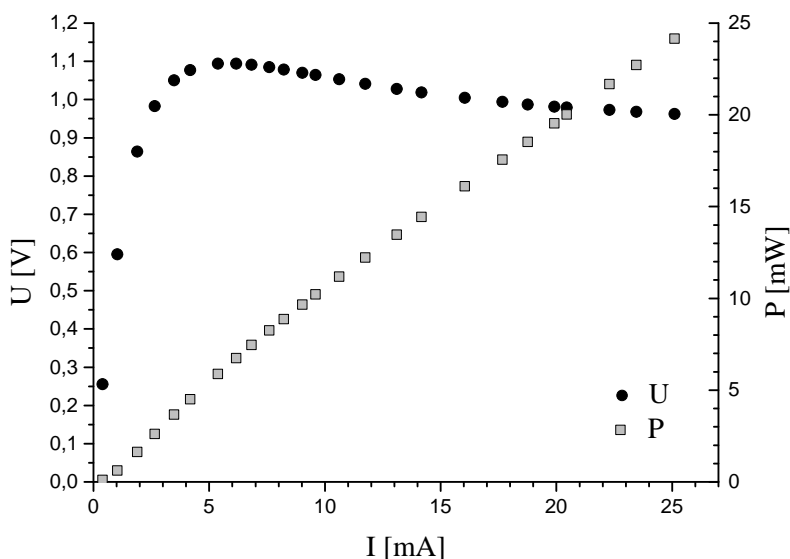
### 3 Výsledky merania

Pri všetkých meraniach sme použili rovnaký laboratórny termistor. Ako zdroj prúdu sme pri všetkých meraniach použili stabilizovaný jednosmerný laboratórny zdroj *Statron 2229*, ktorý meria napätie aj prúd v obvode, no tieto údaje sú dosť nepresné a nespoliehali sme sa na ne. Ako voltmeter, ampérmeter aj ohmmeter sme pri všetkých meraniach použili multimeter *MXD-4660A*<sup>[MX]</sup>. Vlhkosť okolitého vzduchu bola približne 42% a na meranie nemala nezanedbateľný vplyv. Teplotu okolia sme merali viackrát, ešte sa k nej vrátíme.

### 3.1 Meranie statickej charakteristiky termistora

Statickú charakteristiku sme merali dvomi multimetrami presne tak, ako ukazuje schéma na obrázku 1. Meranie samotné trvalo zhruba 20 minút a teplota okolia  $T_0$  bola na začiatku merania  $22,4^\circ\text{C}$  a na konci merania  $22,8^\circ\text{C}$ . Uvažujme teda pre ďalšie spracovanie statickej charakteristiky, že teplota okolia bola  $T_0 = 22,6(3)^\circ\text{C} = 295,8(3)\text{K}$ .

Pri meraní sme pomaly zvyšovali prúd zo zdroja a po ustálení prúdu resp. napätia na ampérmetri resp. voltmetri sme odčítali hodnoty, ktoré možno vidieť v grafe na obrázku 3. Všetky namerané dáta aj s informáciou na akých rozsahoch boli určené možno vidieť v prílohe. Nepresnosť sme vyhodnotili podľa [MX]. Chybové úsečky v grafe nevidno, pretože sú primálne - menšie, než značky bodov.



Obr. 3: Statická charakteristika termistora pri izbovej teplote

V grafe na obrázku 3 vidno aj príkon na termistore dopočítaný podľa vzťahu 9. Chybu určenia bodov v grafe výkonu sme určili podľa vzťahu

$$\sigma_P^2 = \left(\frac{P}{I}\right)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{P}{U}\right)^2 \sigma_U^2, \quad (13)$$

no v grafe ju taktiež nevidno, keďže je malá. Výkon na termistore je čisto informatívny a jeho presné určenie nie je momentálne podstatné.

Je vidno, tak ako sme predpokladali, že v statickej charakteristike termistoru sa pri istej teplote nadobúda maximum napätia  $U_{max}$  na svorkách a pri zvyšujúcom sa prúde  $I$  zase klesá.

### 3.2 Meranie teplotnej závislosti odporu termistora

Pri meraní teplotnej závislosti sme termistor zapojili do obvodu ako na obrázku 2. Termistor aj s platinovým teplomerom sme najprv prechladili v tekutom dusíku, pričom sme sledovali odpor na platinovom teplomeri  $R_{pt}$ . Keď nadobudol približne hodnotu zodpovedajúcu teplote  $T = 180\text{ K}$  preložili sme ho do prázdnej laboratórnej Dewarovej nádoby a nechali sme ho samovoľne sa ohrievať.

Sústavu sme preložili z nezaizolovanej nádoby do izolovanej Dewarovej nádoby pri teplote 247 K. Keď sa jeho teplota priblížila teplote vzduchu v laboratóriu a sústava sa ohrieva veľmi pomaly (pri teplote 253 K), zapli sme zdroj pripojený na vyhrievací odpor (medzi svorkami na obrázku 2 označenými Ž). Výkon vyhrievacieho odporu sme nastavili spočiatku na výkon  $P_v \approx 5\text{ W}$ , neskôr (pri teplote 318 Ω) sme túto hodnotu zvýšili na  $P_v \approx 8\text{ W}$ . Výkon vyhrievacieho odporu sme určili len približne pomocou do zdroja zabudovaného voltmetra a ampérmetra. K jeho hodnote sa vrátíme v diskusii. Teplotu sústavy sme zvyšovali až do teploty 357 Ω.

Celý čas sme pomocou dvoch multimetrov zapojených ako ohmmetre pripojených k počítaču odčítavali odpor na termistore aj na teplomeri. Rozsah ohmmetra merajúceho odpor platinového teplomera bol celý čas nastavený na jednu hodnotu (200 Ω), no rozsah ohmmetra merajúceho odpor termistora sme museli niekoľkokrát meniť, keďže jeho odpor sa s meniacou sa teplotou menil prakticky exponenciálne. Zmeny rozsahov sme si však zaznačili a presnosť určenia odporu  $R$  sme vyhodnotili pre každú nameranú hodnotu zvlášť (podľa [MX]). Systematická chyba vnesená dvojbodovým zapojením ohmmetrov je malá, keďže odpor prírodných vodičov a kontaktov je zanedbateľný v porovnaní s odporom teplomera alebo termistora. Teplotu v Dewarovej nádobe sme určili z odporu na platinovom teplomeri podľa vzťahu vychádzajúceho z tabuľky k nemu priloženej (afinná závislosť,  $R(T = -120\text{ °C}) = 54\text{ Ω}$ ,  $R(T = 0\text{ °C}) = 100\text{ Ω}$ ):

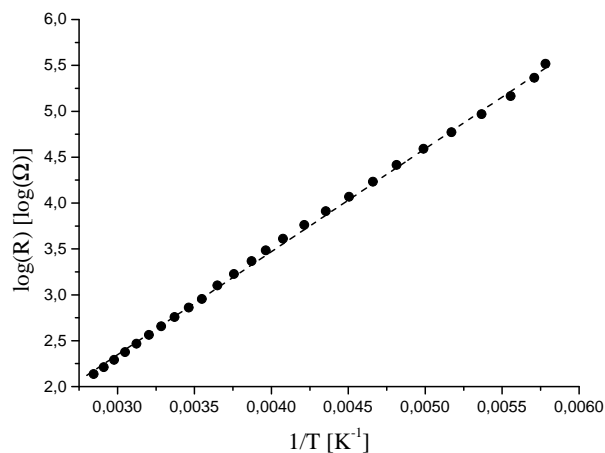
$$T = 2,6087 \frac{\text{K}}{\Omega} R + 12,28\text{ K} \quad (14)$$

a keďže presnosť platinového teplomera je veľmi vysoká v porovnaní s presnosťou ohmmetra, relatívnu chybu jej určenia sme stotožnili s relatívnou chybou určenia odporu  $R_{pt}$  na tomto teplomeri.

Pri prepočte  $T \rightarrow \frac{1}{T}$  sme relatívnu chybu určenia  $\frac{1}{T}$  stotožnili s relatívnou chybou určenia  $T$ . Chybu určenia  $\log R$  sme určili ako:

$$\sigma_{\log R} = \frac{1}{R \ln 10} \sigma_R \quad (15)$$

Výsledky merania (kvôli veľkému množstvu bodov iba každý desiaty bod) možno vidieť v grafe na obrázku 4.



Obr. 4: Teplotná závislosť odporu termistora

Fit v grafe je afinný, podľa predpisu zo vzťahu 6 s koeficientmi určenými fitovaním na hodnoty

$$\log R_{\infty} = -1,02(1) \log \Omega \Leftrightarrow R_{\infty} = 0,093(2) \Omega \quad (16)$$

a

$$B = 2588(6) \text{ K}, \quad (17)$$

pričom hodnotu nepresnosti  $\sigma_{R_{\infty}}$  sme určili z hodnoty  $\sigma_{\log R_{\infty}}$  ako

$$\sigma_{R_{\infty}} = \ln 10 R \sigma_{\log R_{\infty}} \quad (18)$$

### 3.3 Teplota a tepelná vodivosť

Použitím vzťahu 7 určíme

$$\Delta U = 43\,000(100) \frac{\text{J}}{\text{mol}}, \quad (19)$$

pričom ostane relatívna chyba určenia  $\Delta U$  rovnaká, ako relatívna chyba určenia  $B$ .

Využitím vzťahu 4 za dosadenia izbovej teploty  $T = 293 \text{ K}$  dostaneme teplotný súčiniteľ odporu  $\alpha$  pre termistor

$$\alpha_{T_0} = 30,15(7) 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad (20)$$

pričom relatívna chyba určenia  $\alpha$  je rovnaká, ako relatívna chyba určenia  $B$ .



Teplotu termistora  $T_{max}$  v maxime charakteristiky môžeme určiť podľa vzťahu 11 za prenesenia chyby ako

$$\sigma_{T_{max}}^2 = \left( \frac{1}{2} - \frac{B - 2T_0}{2\sqrt{B^2 - 4BT_0}} \right)^2 \sigma_B^2 + \left| \frac{B}{B - 4T_0} \right| \sigma_{T_0}^2 \quad (21)$$

na hodnotu

$$T_{max} = 340,4(8) \text{ K} \quad (22)$$

a tepelný odpor termistora  $K$  určíme podľa vzťahu 8 za znalosti  $P_{max}$  a  $T_{max}$ . Pripomíname, že  $T_0 = 295,8(3) \text{ K}$ . Aj keď jednotlivé body závislosti  $P = f(I)$  sú určené pomerne presne, určiť  $P_{max}$  je obtiažnejšie. V statickej charakteristike sa pri dvoch namerných bodoch nadobúda vzhľadom na chybu určenia  $U$  rovnaká hodnota, ide o body  $I = 0,00538(2) \text{ A}$ ;  $U = 1,0939(8) \text{ V}$  a  $I = 0,00617(2) \text{ A}$ ;  $U = 1,0940(8) \text{ V}$ . Predpokladajme teda, že maximum charakteristiky sa nadobúda niekde medzi týmito dvomi hodnotami  $I$  a uvážme ho ako priemernú hodnotu s chybou rovnou  $2/3$  ich vzdialenosti, teda  $I_{max} = 0,0058(5) \text{ A}$ . Za hodnotu  $U_{max}$  považujeme  $U_{max} = 1,0939(9) \text{ V}$ . Potom podľa prvej rovnosti vzťahu 9 a za prenesenia chyby podľa vzťahu 13 určíme hodnotu  $P_{max} = 0,0063(5) \text{ W}$ . Pristúpme k určeniu  $K$ .

Nepresnosť  $K$  určíme ako:

$$\sigma_k^2 = \left( \frac{K}{P_{max}} \right)^2 \sigma_{P_{max}}^2 + \frac{1}{P_{max}^2} (\sigma_{T_0}^2 + \sigma_{T_{max}}^2) \quad (23)$$

a hodnota  $K$  bude teda

$$K = 7100(600) \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad (24)$$

## 4 Diskusia výsledkov

Pri celom spracovaní statickej charakteristiky termistora sme za teplotu okolia považovali teplotu  $T_0$  určenú meraním teplomerom položeným sa stole v blízkosti experimentu. Jediné, čo zvyšovalo teplotu okolia bol termistor, ktorého výkon bol veľmi malý (celý čas bezpečne menší než  $30 \text{ mW}$ ). Tepelná kapacita vzduchu je<sup>[WA]</sup> rádovo  $1 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ , teda zmenu teploty okolitého vzduchu sme naozaj mohli zanedbať.

Výkon vyhrievacieho odporu pri meraní teplotnej závislosti odporu termistora sme určili len približne na  $5 \text{ W}$  resp.  $8 \text{ W}$  a nastavili sme ju tak, aby sa teplota zvyšovala len pomaly, rýchlosťou rádovo  $1 \times 10^{-2} \frac{^\circ\text{C}}{\text{s}}$ , meranie trvalo vyše hodinu, teda zvyšovanie tepoty prebiehalo pomaly a keďže teplotu termistora sme určovali teplomerom veľmi blízko termistora, nedošlo k skresleniu určenia teploty termistora.

Relatívne veľká chyba  $K$  (iba o rád menšia, než hodnota  $K$ ) pochádza najmä z nepresného určenia prúdu  $I_{max}$ . Určenie  $I_{max}$  by bolo možné spresniť zhustením merania bodov  $U = f(I)$ .

Pre lepšie znázornenie závislosti by bolo vhodné merať hustejšie body v lineárnom obore prúdov v statickej charakteristike.

## 5 Záver

Podarilo sa nám namerať statickú charakteristiku termistora a graficky ju znázorniť, rovnako, ako teplotnú závislosť odporu.

Určili sme hodnoty veličín

$$R_{\infty} = 0,093(2) \Omega, \quad (25)$$

$$B = 2588(6) \text{ K}, \quad (26)$$

$$\Delta U = 43\,000(100) \frac{\text{J}}{\text{mol}}, \quad (27)$$

$$T_{max} = 340,4(8) \text{ K}, \quad (28)$$

$$K = 7100(600) \frac{\text{K}}{\text{W}} \quad (29)$$

pre laboratórny termistor.

## 6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Charakteristiky termistoru*. [cit. 2016-11-07]. URL: <[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_209.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_209.pdf)>.
- [MX] METEX. *Stolní digitální multimetr MXD-4660A* [cit. 2016-11-05]. URL: <<http://eshop.micronix.cz/data/cz/att/001/530-214.pdf>>.
- [WA] WolframAlpha. *isobaric heat capacity of air* [cit. 2016-11-07]. URL: <<https://goo.gl/xAzm2U>>.