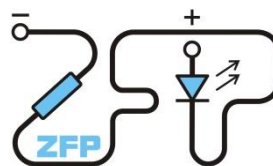


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum II



Úloha č. 8

Název úlohy: Měření impedancí rezonanční metodou

Jméno: Ondřej Skácel

Obor: FOF

Datum měření: 23.11.2015

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkoly

- 1) Změřte indukčnosti L_A , L_B a vlastní kapacity C_A , C_B cívek A a B.
- 2) Z měření celkové indukčnosti $L_{1,2}$ cívek A a B určete jejich vzájemnou indukčnost M . Diskutujte platnost vztahu mezi vzájemnou indukčností M , indukčnostmi cívek L_A , L_B a celkovou indukčností $L_{1,2}$.
- 3) Pro jedno zapojení proměřte rezonanční křivku. Naměřený průběh porovnejte graficky s teoretickým a vyhodnoťte míru útlumu, činitel jakosti a náhradní sériový odpor obvodu.
- 4) Proveďte kalibraci otočného kondenzátoru diferenční metodou a výsledek vynesete do grafu.

Teoretická část

Rezonance v sériovém RLC obvodu

V sériovém RLC obvodu platí pro efektivní napětí U vztah[1]

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1)$$

kde I je efektivní proud, R , L a C jsou odpor, indukčnost a kapacita zapojené v obvodu a ω je úhlová frekvence střídavého proudu. Při konstantním efektivním napětí poteče obvodem největší proud, tj. dojde k rezonanci, při frekvenci f_r , pro niž platí vztah

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2)$$

Redukovaná rezonanční křivka

Zavedeme míru útlumu d jako

$$d = R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (3)$$

Redukovaná rezonanční křivka pak vyjadřuje závislost $I/I_r = y$ na $f/f_r = x$, kde I_r je efektivní hodnota proudu při rezonanci. Závislost lze vyjádřit jako

$$y^2 = \frac{d^2}{d^2 + (x - 1/x)^2} \quad (4)$$

Pro $y^2 = 0,5$ platí $d = |x_1 - x_2|$ kde x_1 a x_2 jsou hodnoty průsečíků s křivkou. Pro tzv. činitel jakosti Q platí

$$Q = \frac{1}{d} \quad (5)$$

Pro sériový náhradní odpor obvodu R_s platí

$$R_s = d\omega_r L \quad (6)$$

Indukčnost a vlastní kapacita

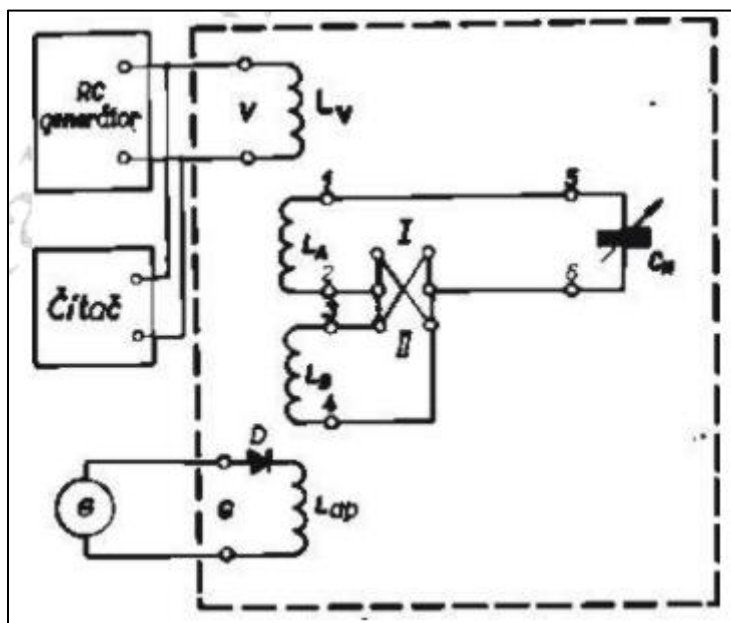
Reálné cívky mají kromě indukčnosti i tzv. vlastní kapacitu C_0 . Obě tyto veličiny můžeme určit modifikací vztahu (2) a jeho úpravou na

$$\frac{1}{(2\pi f_r)^2} = L(C + C_0) \quad (7)$$

pomocí lineární regrese.

Vzájemná indukčnost

Při zapojení cívek o indukčnostech L_A a L_B do série v RLC obvodu (viz obr. 1)



Obr. 1 – zapojení pro měření vzájemné indukčnosti – převzato z [1]

platí pro jejich celkovou indukčnost při jednotlivých nastaveních komutátoru

$$L_{1,2} = L_A + L_B \pm 2M \quad (8)$$

kde M je jejich vzájemná indukčnost, pro niž pak platí

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4} \quad (9)$$

Kalibrace kondenzátoru

Při jednom ze zapojení nastavíme kapacitu C_1 tak, aby došlo k rezonanci, pak zkoumaný kondenzátor zapojíme paralelně s vestavěným a na vestavěném měníme kapacitu C_2 tak, aby opět nastala rezonance. Rozdíl kapacit pak je roven kapacitě zkoumaného kondenzátoru C_x .

$$C_x = C_1 - C_2 \quad (10)$$

Výsledky měření

Vnější podmínky neměly vliv na výsledky měření.
Všechny chyby jsou vztaženy na pravděpodobnost 1σ .

Chyba určení kapacity je odhadnuta jako $u_C = 0.2 \text{ pF}$.
Chyba určení jednotlivých rezonančních frekvencí je odhadnuta jako $u_f = 1 \text{ kHz}$.

Naměřené hodnoty

Indukčnost a vlastní kapacita

Hodnota rezonanční frekvence byla určena změřením dvou hodnot f^- , f^+ na opačných stranách rezonanční křivky odpovídajících stejnému efektivnímu proudu a díky symetrii křivky je pak skutečná rezonanční frekvence průměrem těchto dvou hodnot.

Tabulka 1 – rezonanční frekvence v závislosti na kapacitě kondenzátoru pro cívku A

$C [\text{pF}]$	$f^- [\text{kHz}]$	$f^+ [\text{kHz}]$	$f_r [\text{kHz}]$
100	858,73	874,14	866,44
200	671,82	679,49	675,66
300	568,91	575,71	572,31
400	503,84	508,02	505,93
500	455,78	460,27	458,03
600	419,09	423,93	421,51
700	390,17	395,09	392,63
800	366,65	371,28	368,97
900	347,34	350,90	349,12
1000	330,61	333,77	332,19
1100	315,23	319,72	317,48

Tabulka 2 – rezonanční frekvence v závislosti na kapacitě kondenzátoru pro cívku B

$C [pF]$	$f^- [kHz]$	$f^+ [kHz]$	$f_r [kHz]$
100	908,67	927,87	918,27
200	668,12	688,97	678,55
300	555,15	570,84	563,00
400	484,90	498,63	491,77
500	435,88	448,36	442,12
600	398,89	411,02	404,96
700	369,96	381,79	375,88
800	346,58	357,93	352,26
900	327,26	338,05	332,66
1000	310,84	321,17	316,01
1100	296,59	306,54	301,57

Indukčnosti a vlastní kapacity byly určeny za pomoci rovnice (7) pomocí lineární regrese, experimentální část chyby byla odhadnuta jako [2]

$$\frac{u_L}{L} = \frac{u_{C_0}}{C_0} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_i \left(2 \frac{u_f}{f_i} \right)^2 + \left(\frac{u_C}{C_i} \right)^2} \quad (11)$$

Výsledné hodnoty jsou

Tabulka 2 – výsledné hodnoty indukčnosti a vlastní kapacity

cívka	A	B
$L [\mu H]$	$217,5 \pm 1,1$	$248,4 \pm 1,3$
$C_0 [pF]$	$55,1 \pm 0,3$	$21,5 \pm 0,2$

Vzájemná indukčnost

Měření celkové indukčnosti probíhalo stejným způsobem jako pro jednotlivé cívky. Zapojením 1, respektive 2 se rozumí jednotlivé polohy komutátoru z obr. 1.

Tabulka 3 – rezonanční frekvence v závislosti na kapacitě kondenzátoru pro zapojení 1

$C [pF]$	$f^- [kHz]$	$f^+ [kHz]$	$f_r [kHz]$
100	584,28	621,13	602,71
200	433,21	459,96	446,59
300	358,53	382,81	370,67
400	313,00	334,77	323,89
500	281,36	301,13	291,25
600	257,63	275,84	266,74
700	238,99	256,19	247,59
800	223,95	240,18	232,07
900	211,45	226,87	219,16
1000	200,82	215,42	208,12
1100	191,64	205,62	198,63

Tabulka 4 – rezonanční frekvence v závislosti na kapacitě kondenzátoru pro zapojení 2

$C [pF]$	$f^- [kHz]$	$f^+ [kHz]$	$f_r [kHz]$
100	774,22	789,44	781,83
200	575,22	587,81	581,52
300	478,39	487,70	483,05
400	418,11	426,12	422,12
500	375,68	383,53	379,61
600	343,97	351,66	347,82
700	319,37	326,23	322,80
800	299,36	305,64	302,50
900	282,73	288,63	285,68
1000	268,50	274,10	271,30
1100	256,20	261,51	258,86

Indukčnosti $L_{1,2}$ byly určeny stejným způsobem jako indukčnosti jednotlivých cívek.

$$L_1 = (572 \pm 4) \mu H$$

$$L_2 = (337 \pm 2) \mu H$$

Vzájemná indukčnost se z nich určí pomocí vztahu (9), čtverec její relativní chyby je určen jako součet čtverců relativních chyb jednotlivých indukčností.

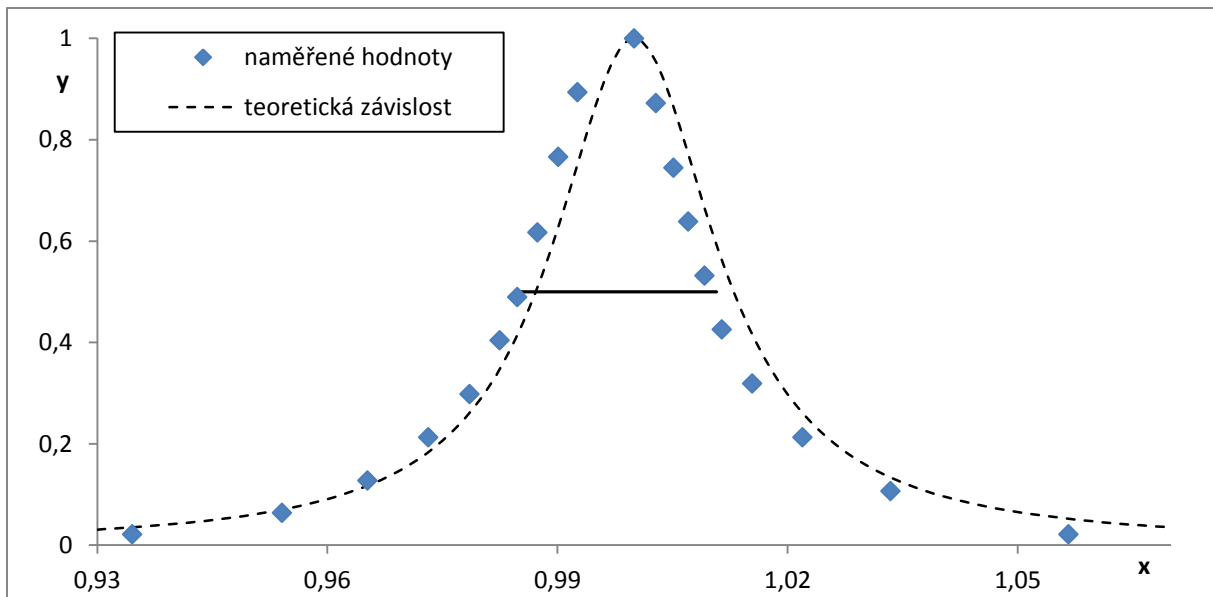
$$M = (58,9 \pm 0,6) \mu H$$

Rezonanční křivka

Rezonanční křivka byla proměřována při zapojení 1 z úkolu 2 při kapacitě kondenzátoru $100 pF$. Hodnota na galvanometru ("dílký" v tabulce 5) byla přímo úměrná I^2 .

Tabulka 5 – naměřené hodnoty výchylek na galvanometru v závislosti na frekvenci

$f [kHz]$	dílký	y^2	x	$f [kHz]$	dílký	y^2	x
564,40	1	0,021	0,935	603,94	47	1,000	1,000
576,20	3	0,064	0,954	605,64	41	0,872	1,003
582,94	6	0,128	0,965	607,02	35	0,745	1,005
587,73	10	0,213	0,973	608,18	30	0,638	1,007
590,97	14	0,298	0,979	609,48	25	0,532	1,009
593,35	19	0,404	0,982	610,84	20	0,426	1,011
594,72	23	0,489	0,985	613,24	15	0,319	1,015
596,33	29	0,617	0,987	617,18	10	0,213	1,022
597,96	36	0,766	0,990	624,12	5	0,106	1,033
599,48	42	0,894	0,993	638,13	1	0,021	1,057



Graf 1 – rezonanční křivka proložená teoretickou závislostí

Míra útlumu d byla určena lineární interpolací naměřených bodů nejbližších hodnotě $y^2 = 0,5$ a použitím $d = |x_1 - x_2|$ (viz graf 1). Chyba byla odhadnuta na 10%.

$$d = 0,026 \pm 0,003$$

Činitel jakosti Q byl určen pomocí rovnice (5), jeho relativní chyba je stejná jako relativní chyba míry útlumu

$$Q = 39 \pm 4$$

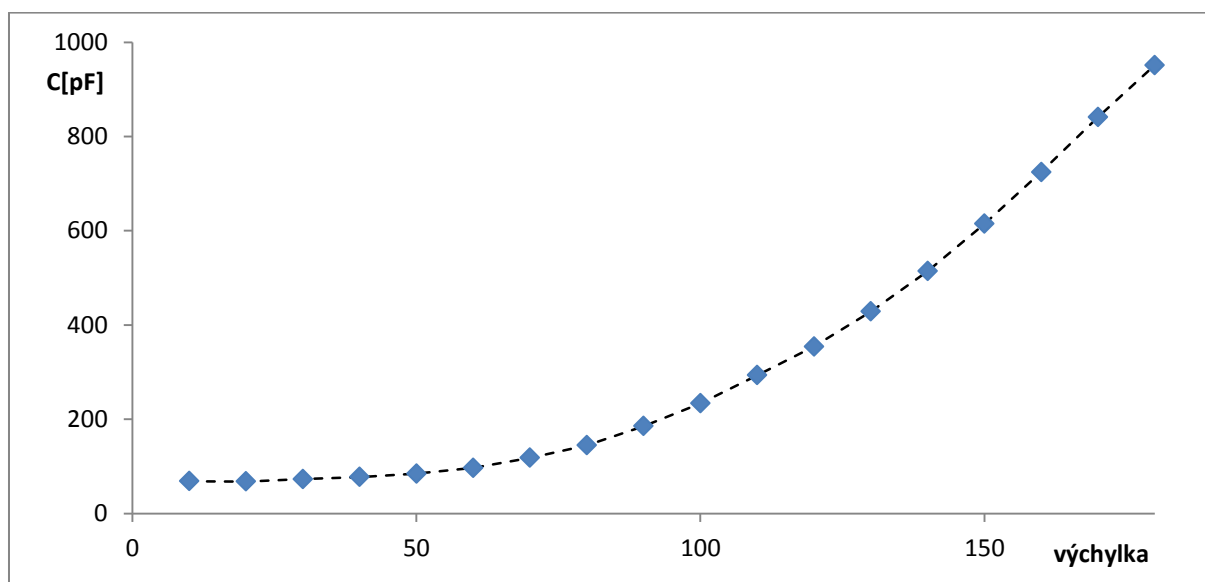
Sériový náhradní odpor obvodu R_s byl určen podle (6), jeho chyba byla kvůli zanedbatelnosti ostatních chyb odhadnuta jako 10% stejně jako u míry útlumu.

$$R_s = (89 \pm 9)\Omega$$

Kalibrace kondenzátoru

Tabulka 6 – kapacita kalibrovaného kondenzátoru v závislosti na výchylce na jeho stupnici

výchylka	C_1 [pF]	C_2 [pF]	C_x [pF]
10	400	331,7	68,3
20	400	332,3	67,7
30	400	327,1	72,9
40	400	322,8	77,2
50	400	315,7	84,3
60	400	303,3	96,7
70	400	281,9	118,1
80	400	255,5	144,5
90	400	214,8	185,2
100	400	166,6	233,4
110	400	106,8	293,2
120	1100	745,8	354,2
130	1100	671,4	428,6
140	1100	586,0	514,0
150	1100	485,2	614,8
160	1100	375,6	724,4
170	1100	259,2	840,8
180	1100	148,6	951,4



Graf 2 – kapacita kondenzátoru v závislosti na výchylce na stupnici

Diskuze výsledků

Rezonanční křivka tvarově odpovídá teoretické závislosti. Chyba určení míry útlumu d byla odhadnuta jako 10% převážně kvůli obtížnému odhadování I_r respektive f_r , protože při použití f_r z úkolu 2 bychom neměli informaci o škále hodnot y^2 a použitá hodnota f_r naopak nemusela být dostatečně přesná.

Podle vzorce (8) by mělo platit $L_{1,2} = L_A + L_B \pm 2M$, tj. pro naměřené hodnoty

	očekávané podle (8)	naměřené
$L_1 [\mu H]$	584	572 ± 4
$L_2 [\mu H]$	348	337 ± 2

což neodpovídá zcela přesně, ale očekávané hodnoty se řádově shodují s naměřenými.

Závěr

1) Indukčnosti a vlastní kapacity

cívka	A	B
$L [\mu H]$	$217,5 \pm 1,1$	$248,4 \pm 1,3$
$C_0 [pF]$	$55,1 \pm 0,3$	$21,5 \pm 0,2$

2) Vzájemná indukčnost cívek

$$M = (58,9 \pm 0,6) \mu H$$

3) Hodnoty zjištěné z měření rezonanční křivky

$$d = 0,026 \pm 0,003$$

$$Q = 39 \pm 4$$

$$R_s = (89 \pm 9) \Omega$$

Použitá literatura

[1] studijní text dostupný (dne 26.11.2015) na

http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_208.pdf

[2] Jiří English: Úvod do praktické fyziky I, Matfyzpress, Praha 2006