

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM ...

Úloha č.....

Název:.....

Pracoval: stud. skup. dne

Odevzdal dne:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 – 5	
Teoretická část	0 – 1	
Výsledky měření	0 – 8	
Diskuse výsledků	0 – 4	
Závěr	0 – 1	
Seznam použité literatury	0 – 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval: dne

Pracovní úkoly

1. Změřte závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu pro tyto případy:
 - (a) cívka bez jádra,
 - (b) cívka s otevřeným jádrem,
 - (c) cívka s uzavřeným jádrem.
2. Přímou metodou změřte odpor cívky a určete její kvalitu.
3. Změřte velikost kapacit kondenzátorů z kapacitní dekády.
4. Odhadněte přesnost měření.

1 Teoretická část

1.1 Impedance, induktance a indukčnost cívky a její kvalita

V obvodu střídavého napětí \hat{U} a proudu \hat{I} harmonického průběhu platí pro jejich efektivní hodnoty U a I :

$$U = ZI, \quad (1)$$

kde Z je velikost tzv. impedance \hat{Z} obvodu. Ta je při zapojení ideální cívky rovna (např. [1]):

$$Z = \omega L, \quad (\hat{Z} = j\omega L) \quad (2)$$

kde L je její indukčnost a ω je úhlová frekvence napětí (z frekvence f jako $\omega = 2\pi f$), člen ωL se nazývá induktance cívky a napětí je vůči proudu v obvodu posunuto o $\pi/2$. V každé reálné cívce však dochází ke ztrátám elektrické energie (např. vlivem odporu jejího vinutí). Toto chování popisujeme náhradním sériovým zapojením indukčnosti L a odporu R_L , jak je vidět i na obr. 1. Velikost impedance Z je pak dána vztahem

$$Z = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}, \quad (3)$$

kde R_L je již zmiňovaný odpor reálné cívky. Indukčnost L můžeme nyní vyjádřit jako

$$L = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}}{\omega}. \quad (4)$$

Činitel jakosti Q popisuje kvalitu cívky. Je definován jako tangens fázového posunutí napětí vůči proudu φ

$$Q = \tan \varphi = \frac{\omega L}{R_L}, \quad (5)$$

tedy kolikrát je její induktance větší než parazitní odpor.

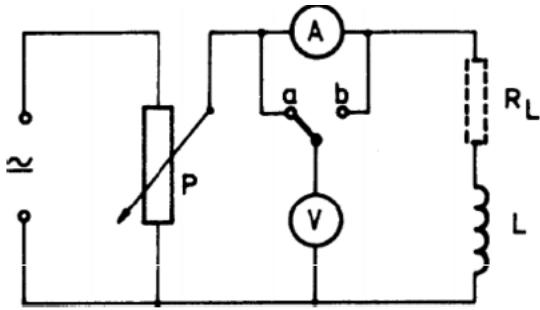
1.2 Kapacita a kapacitance kondenzátoru

Reálné kondenzátory narozdíl od reálných cívek svým chováním daleko více odpovídají ideálním reprezentacím, kdy velikost impedance $Z = 1/\omega C$ (zkráceně označujeme jako kapacitance, C je kapacita kond.). Vždy jimi však vedle posuvného proudu prochází i proud vodivostní v závislosti na jejich odporu R_C . To schematicky znázorňujeme jako paralelní zapojení ideální kapacity C a odporu R_C . Velikost impedance obvodu je pak dána jako (viz. [1])

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_C^2} + \omega^2 C^2}}. \quad (6)$$

V případě, že je R_C dostatečně velké ($R_C \gg 1/\omega C$), je možné kapacitu určit přímo ze vztahu

$$C = \frac{1}{\omega Z} = \frac{I}{\omega U}. \quad (7)$$



Obr. 1: Schéma zapojení obvodu pro měření indukčnosti L nebo odporu R_L cívky.

1.3 Měření indukčnosti

Měření probíhá podle schématu na obr. 1 nejprve pod stejnosměrným proudem (I_s, U_s) kvůli určení odporu cívky R_L . Protože odhadovaná hodnota R_L je v řádu jednotek ohmů (srovnatelné s vnitřním odporem ampérmetru), předpokládáme vhodnější zapojení při poloze přepínače b.

Měření indukčnosti v obvodu se střídavým napětím provádíme pro několik hodnot proudů (cívka bez jádra 0.1 až 0.5 A, s jádrem 0.05 až 0.25 A). Přesnost není ovlivněna vnitřním odporem ampérmetru R_A a voltmetru R_V , pokud platí $R_V \gg \frac{U}{I}$ pro polohu přepínače b, resp. $R_A \ll \frac{U}{I}$ pro polohu přepínače a.

1.4 Měření kapacity

Neboť předpokládaný odpor kondenzátoru je $R_C \gg R_A$, je výhodnější v tomto zapojení předřadit voltmetr před ampérmetrem (ve schématu na obr. 1 by to byla poloha přepínače a).

1.5 Použité přístroje a pomůcky

Analogový ampérmetr pro stejnosměrný obvod Přístroj je třídy přesnosti 0.5 se stupnicí o 120 dílcích, při použitém rozsahu 600 mA a započtení chyby odečítání 0.5 dílku tak dostávám podle [2]: $\sigma_{I_s} = 3$ mA.

Analogový voltmetr pro stejnosměrný obvod Třída přesnosti 0.5 dává při použitém rozsahu 2.4 V a započtení chyby odečítání 0.5 dílku (120 dílků stupnice): $\sigma_{U_s} = 0.01$ V.

Analogový ampérmetr pro střídavý obvod Třída přesnosti je 1.5, započtená chyba odečítání pak 0.5 dílku (100 dílků stupnice). Použitý rozsah je u každého měření specifikován.

Digitální multimeter, režim voltmetr AC Přístroj má chybu 0.8 % + 10 digit, což je při použitém rozsahu 20 V 0.01 V a při rozsahu 200 V 0.1 V.

Zdroj harmonického střídavého napětí Frekvence výstupního napětí je $f = 50$ Hz. Hodnota byla ověřena multimetrem, její odchylku neuvažuji.

Zdroj napětí pro stejnosměrný proud

1.6 Zpracování

Chyby měření jsou počítány podle [2] jako

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{stat}^2 + \sigma_{mer}^2}, \quad (8)$$

kde σ_{stat} je statistická chyba a σ_{mer} chyba měřidla (polovina dílku) při měření veličiny v . Není-li uvedeno jinak, jsou chyby spočtených veličin zjišťovány podle:

$$\sigma_{f(x_i)} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2} \quad (9)$$

2 Výsledky měření

2.1 Odpor cívky R_L

Nejprve jsem pomocí stejnosměrného proudu určil odpor reálné cívky R_L . Zapojení odpovídá schématu na obr. 1, pouze výstupní napětí (resp. proud) není regulováno naznačeným potenciometrem, ale přímo na zdroji (tzn. v praxi obdobně). Jak je zmíněno v teor. části, vhodnější je poloha přepínače b. Naměřené hodnoty se nachází v tab. 1. Pomocí nich a z Ohmova zákona pak lineární regresí získáme odpor cívky R_L :

$$R_L = (2.75 \pm 0.03) \Omega$$

U_s [V]	1.38	1.22	1.1	0.7	0.3
I_s [mA]	495	445	395	250	105

Tabulka 1: Velikost napětí U_s a odpovídající stejnosměrný proud I_s protékající cívkou. Měřeno při rozsahu voltmetru 2.4 V a ampérmetru 600 mA.

2.2 Indukčnost cívky

V obvodu se střídavým napětím o frekvenci $f = 50$ Hz jsem pak naměřil efektivní hodnoty proudu a napětí k určení indukčnosti cívky L podle (4). V tabulkách jsou jak hodnoty naměřeného napětí pro polohu přepínače a (U_a) tak i b (U_b). K vypočtení indukčnosti byly však použity pouze U_b , neboť dobře splňují podmínu z části 1.3 ($R_V \gg U_b/I$) lépe než U_a , při přibližném vnitřním odporu voltmetru v rádech $M\Omega$ a ampérmetru v jednotkách Ω . Výsledky jsou tak dopočítány bez korekce na měřící přístroje.

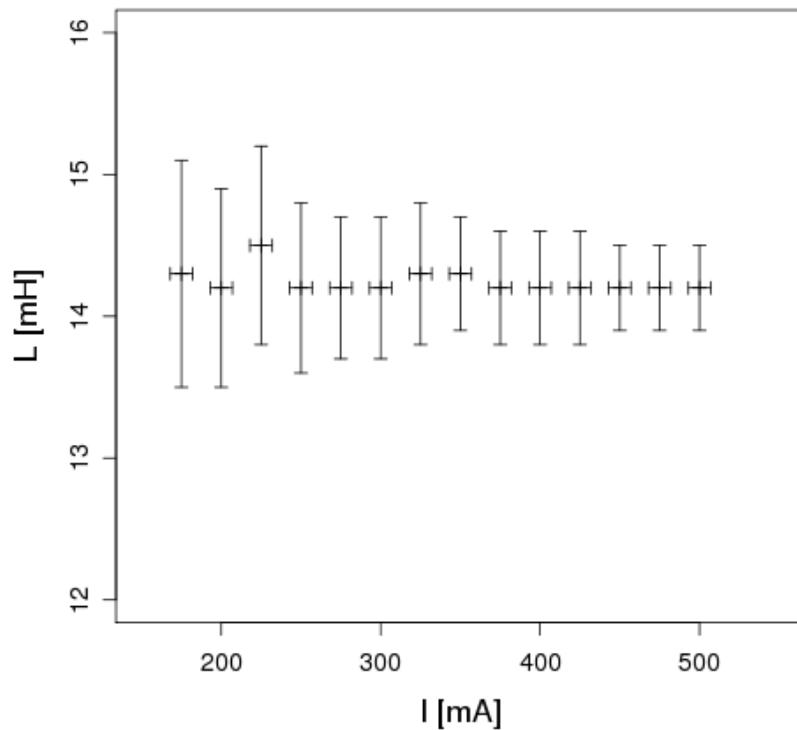
U_a [V]	U_b [V]	I [mA]	L [mH]
1.55	0.92	175	14.3 ± 0.8
1.78	1.05	200	14.2 ± 0.7
2.01	1.20	225	14.5 ± 0.7
2.21	1.31	250	14.2 ± 0.6
2.42	1.44	275	14.2 ± 0.5
2.65	1.57	300	14.2 ± 0.5
2.88	1.71	325	14.3 ± 0.5
3.11	1.84	350	14.3 ± 0.4
3.31	1.97	375	14.2 ± 0.4
3.52	2.10	400	14.2 ± 0.4
3.74	2.23	425	14.2 ± 0.4
3.96	2.36	450	14.2 ± 0.3
4.17	2.49	475	14.2 ± 0.3
4.38	2.62	500	14.2 ± 0.3

Tabulka 2: Naměřené ef. hodnoty U_a , U_b a I a dopočtená indukčnost L při zapojení cívky bez jádra. Všechna měření proběhla za rozsahu ampérmetru 500 mA a voltmetru 20 V.

U_a [V]	U_b [V]	I [mA]	L [mH]
2.20	1.54	50	98 ± 3
3.03	2.15	70	97 ± 2
3.81	2.78	90	98 ± 2
4.19	3.08	100	98 ± 2
4.84	4.68	150	99 ± 5
5.62	5.43	175	98 ± 4
6.46	6.25	200	99 ± 4
7.28	7.03	225	99 ± 3
8.10	7.84	250	99 ± 3

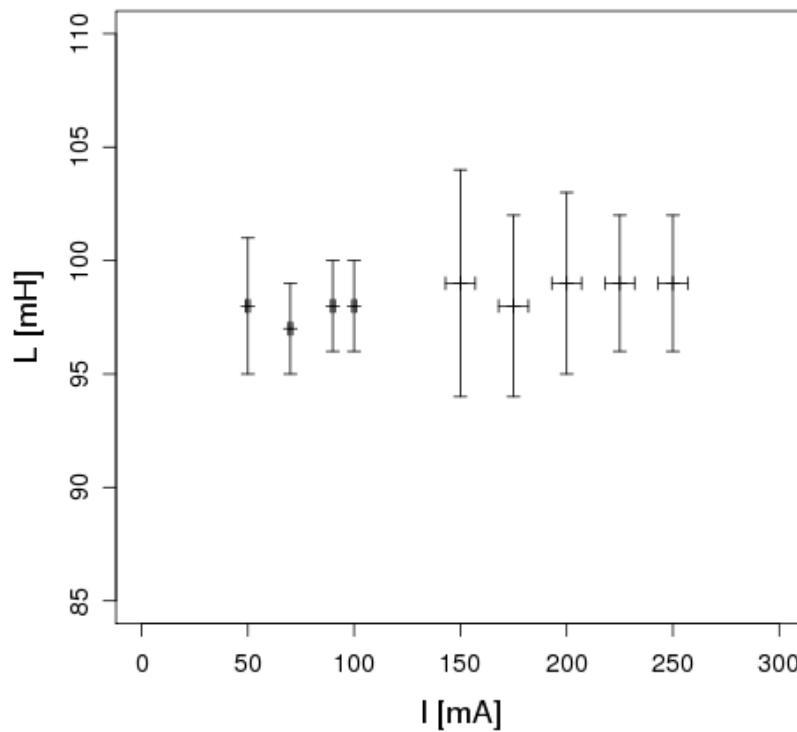
Tabulka 3: Ef. hodnoty U_a , U_b a I a dopočtená indukčnost L cívky s otevřeným jádrem. Měření pro $I = 50$, 70 , 90 a 100 mA proběhla při rozsahu ampérmetru 100 mA, ostatní při rozsahu 500 mA, voltmetr při rozsahu 20 V.

Závislost indukčnosti cívky bez jádra na protékajícím proudu



Obr. 2: Graf závislosti indukčnosti cívky bez jádra na procházejícím proudu.

Záv. indukčnosti cívky s otev. jádrem na procházejícím proudu

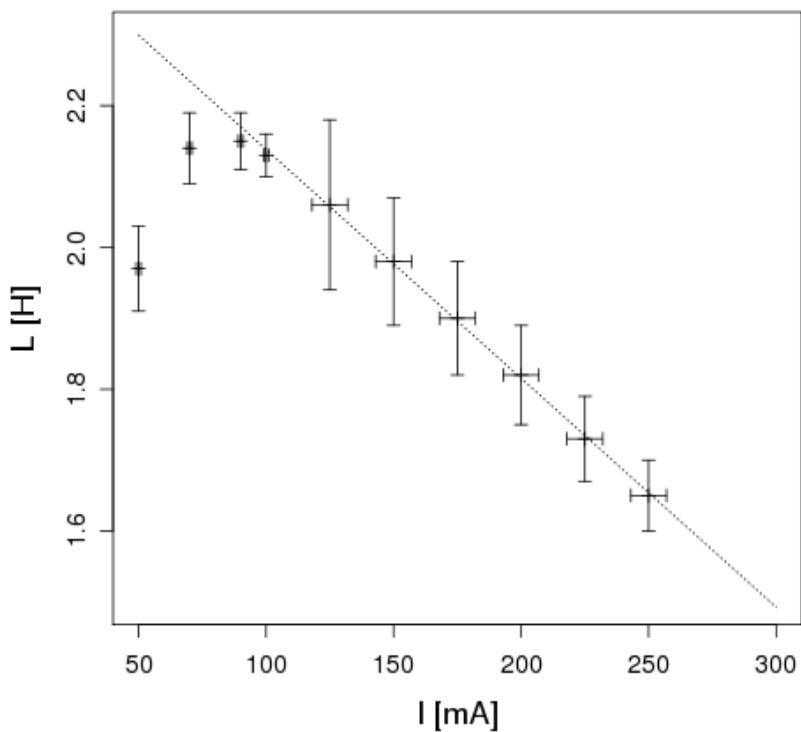


Obr. 3: Graf závislosti indukčnosti cívky s otevřeným jádrem na procházejícím proudu.

U_a [V]	U_b [V]	I [mA]	L [H]
31.3	30.9	50	1.97 ± 0.06
47.6	47.0	70	2.14 ± 0.05
61.5	60.8	90	2.15 ± 0.04
67.7	67.0	100	2.13 ± 0.03
80.8	80.8	125	2.06 ± 0.12
93.6	93.5	150	1.98 ± 0.09
104.5	104.4	175	1.90 ± 0.08
113.7	114.2	200	1.82 ± 0.07
122.3	122.0	225	1.73 ± 0.06
129.8	129.5	250	1.65 ± 0.05

Tabulka 4: Ef. hodnoty U_a , U_b a I a dopočtená indukčnost L cívky s uzavřeným jádrem. Měření pro $I = 50, 70, 90$ a 100 mA proběhla při rozsahu ampérmetru 100 mA, ostatní při rozsahu 500 mA, voltmetr při rozsahu 200 V.

Záv. indukčnosti cívky s uzav. jádrem na protékajícím proudu



Obr. 4: Graf závislosti indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem na procházejícím proudu. Posledních sedm bodů je proloženo lineární fcí.

Z výsledků ilustrovaných tabulkami 1, 3, 4 a obrázkami 2, 3, 4, pak můžu určit hledanou indukčnost cívky (jako arit. průměr) při zapojení bez jádra L_1 a s otevřeným jádrem L_2 :

$$L_1 = (14.2 \pm 0.14) \text{ mH}, \quad L_2 = (98 \pm 1) \text{ mH}$$

Při zapojení s uzavřeným jádrem je celá věc trochu složitější, neboť indukčnost cívky je hodně závislá na proudu jí procházejícím. Proto uvádím pouze maximální naměřenou hodnotu indukčnosti L_3 , kde byl zaznamenán peak:

$$L_3 = (2.15 \pm 0.04) \text{ H}$$

2.3 Kvalita cívky

Díky výše zjištěným indukčnostem L_1 , L_2 , L_3 a odporu cívky R_L lze už snadno podle (5) zjistit kvalitu cívky, činitel jakosti Q :

$$Q_1 = (1.63 \pm 0.03), \quad Q_2 = (11.2 \pm 0.2), \quad Q_3 = (246 \pm 5)$$

kondenzátor č. 1			kondenzátor č. 2			kondenzátor č. 3		
U [V]	I [mA]	C [μ F]	U [V]	I [mA]	C [μ F]	U [V]	I [mA]	C [μ F]
0.98	0.94	3.05 ± 0.08	1.10	0.70	2.03 ± 0.07	1.04	0.62	1.90 ± 0.07
1.97	2.65	4.28 ± 0.10	2.01	1.30	2.06 ± 0.04	2.06	1.26	1.95 ± 0.04
2.98	4.05	4.33 ± 0.07	3.03	2.00	2.10 ± 0.03	3.06	1.90	1.98 ± 0.03
3.65	4.95	4.32 ± 0.06	3.92	2.95	2.40 ± 0.05	4.01	2.80	2.22 ± 0.05
4.10	6.4	4.97 ± 0.18	5.10	3.85	2.40 ± 0.04	5.00	3.50	2.23 ± 0.04
4.94	7.8	5.03 ± 0.15	5.93	4.50	2.42 ± 0.03	5.91	4.15	2.24 ± 0.03
6.00	9.4	4.99 ± 0.13	—	—	—	—	—	—

kondenzátor č. 4			kondenzátor č. 5			kondenzátor č. 6		
U [V]	I [mA]	C [μ F]	U [V]	I [mA]	C [μ F]	U [V]	I [mA]	C [μ F]
1.07	0.38	1.13 ± 0.07	3.06	0.36	0.37 ± 0.02	2.28	0.40	0.56 ± 0.03
2.11	0.76	1.15 ± 0.04	3.55	0.66	0.59 ± 0.02	3.03	0.54	0.57 ± 0.02
2.98	1.06	1.13 ± 0.03	4.62	0.86	0.59 ± 0.02	3.70	0.66	0.57 ± 0.02
3.93	1.42	1.15 ± 0.02	5.06	0.94	0.59 ± 0.01	4.36	0.78	0.57 ± 0.02
5.01	1.82	1.16 ± 0.02	5.60	1.04	0.59 ± 0.01	5.07	0.92	0.58 ± 0.01
6.05	2.30	1.21 ± 0.03	5.98	1.12	0.59 ± 0.01	5.72	1.04	0.58 ± 0.01
—	—	—	—	—	—	5.97	1.10	0.59 ± 0.01

Tabulka 5: Naměřené napětí U a proud I na kondenzátorech v obvodu se střídavým napětím a dopočtená kapacita C . Rozsah voltmetru byl pro všechna měření 20 V, rozsah ampérmetru byl volen následujícím způsobem postupně, jak jsou měření v tabulce zaznamenána: pro kond. č. 1 - 2, 5, 5, 5, 20, 20, 20 mA; pro kond. č. 2 - 2, 2, 2, 5, 5, 5 mA; pro kond. č 3 - 2, 2, 2, 5, 5 mA; pro kond. č. 4 - 2, 2, 2, 2, 2, 5 mA; pro kond. č. 5 a 6 - všechna měření s rozsahem 2 mA.

2.4 Kapacity kondenzátorů z kapacitní dekády

Měření kapacit probíhalo v obvodu s voltmetrem předřazeným ampérmetru, tedy jakoby v zapojení polohy přepínače a podle schématu na obr. 1. Naměřené hodnoty a výsledky jsou v tab. 5, kde je kapacita spočtena podle (7). Pro zjištění, zda lze vztah (7) použít, je nutné ve stejnosměrném obvodu ověřit, že kondenzátory mají dostatečně velký odpor, jak je naznačeno v teoretické části ($R_C \gg 1/\omega C$). To bylo provedeno při konstantním výstupním napětí 24.0 V a je zaznamenáno v tab. 6. Řádovým odhadem se přesvědčíme, že podmínka je splněna a vztah (7) lze skutečně použít.

Pro kontrolu správnosti měření jsem zkoumal ještě paralelní zapojení vybraných kondenzátorů, konkrétně kondenzátorů č. 1 a 5, resp. č. 3 a 4. Naměřené hodnoty a výsledky v tab. 7.

Konečné velikosti kapacit kondenzátorů C určené z výsledků jednotlivých měření a jejich porovnání s uvedenými hodnotami na kond. dekádě jsou k nalezení v tab. 8.

kond. č.	U_s [V]	I_s [μ A]
1	24.0	10
2	24.0	15
3	24.0	5
4	24.0	5
5	24.0	5
6	24.0	5

Tabulka 6: Hodnoty U_s a I_s při zapojení kondenzátorů v stejnosměrném obvodu pro řádový odhad odporu R_C . Rozsah voltmetru 24.0 V, ampérmetru 0.6 mA.

kondenzátor č. 1 a 5			kondenzátor č. 3 a 4		
U [V]	I [mA]	C [μ F]	U [V]	I [mA]	C [μ F]
1.11	1.12	3.21 ± 0.07	1.09	0.88	2.57 ± 0.07
1.94	1.98	3.25 ± 0.05	2.01	1.64	2.60 ± 0.04
3.01	4.40	4.65 ± 0.07	2.97	3.00	3.22 ± 0.07
4.01	7.0	5.56 ± 0.19	3.95	4.00	3.22 ± 0.05
5.02	8.8	5.58 ± 0.15	4.84	4.95	3.26 ± 0.04
6.00	10.6	5.62 ± 0.13	6.05	6.8	3.58 ± 0.12

Tabulka 7: Hodnoty U a I při paralelním zapojení vybraných kondenzátorů. Rozsah voltmetru 20 V, rozsah ampérmetru postupně podle zaznamenaných měření: pro kond. č. 1 a 5 - 2, 2, 5, 20, 20, 20 mA; pro kond. č. 3 a 4 - 2, 2, 5, 5, 5, 20 mA.

kond. č.	C [μ F]	uvedené C [μ F]
1	4.42 ± 0.04	4.84
2	2.23 ± 0.02	2.41
3	2.08 ± 0.02	2.23
4	1.15 ± 0.02	1.16
5	0.56 ± 0.01	0.57
6	0.57 ± 0.01	0.56
1+5	4.65 ± 0.05	—
3+4	3.07 ± 0.03	—

Tabulka 8: Konečné stat. hodnoty kapacit kondenzátorů C v porovnání s hodnotami uvedenými na kond. dekádě.

3 Diskuse výsledků

Všechny hodnoty byly změřeny při minimálním možném rozsahu měřících přístrojů, aby tak byla minimalizována jejich stat. chyba. Zároveň nebyla provedena korekce na měřící přístroje, neboť

1. při měření odporu cívky je ten rádově daleko menší než odpor voltmetru,
2. při měření závislosti indukčnosti na procházejícím proudu splňují hodnoty v zapojení přepínače v poloze b $R_V \gg U_b/I$ s dostatečnou rezervou (tzn. min. 100x spíše i 1000x větší),
3. stejně tak odpor jednotlivých kondenzátorů je rádově větší než odpor ampérmetru (viz. tab. 6).

Indukčnost cívky bez jádra splňuje teoretický předpoklad nezávislosti na protékajícím proudu. Při uzavření jádra se naopak naplno projevila závislost jeho permeability na intenzitě mag. pole. Maximální hodnota indukčnosti cívky s uzav. jádrem byla zaznamenána pro $I = 90$ mA, poté indukčnost nepřímo úměrně proudu klesá, jak se dá odtušit z tvaru závislosti (je tak naznačeno v grafu na obr. 4).

Naměřené kapacity kondenzátorů 4, 5 a 6 se dobře shodují se zapsanými na kond. dekádě. Oproti tomu kapacity kondenzátorů 1, 2 a 3 jsou menší s výraznou odchylkou od těch uvedených. Důvodů může být několik: zanedbání odporu kondenzátorů, nebo spíše fakt, že dlouhým používáním a opotřebením se jejich kapacita snížila. Nakonec z diskutovaných nezapoměnme i na hrubou chybu experimentátora, kterou indikuje výsledek prvního měření kond. č. 1 v tab. 5, jenž se velmi výrazně liší od ostatních výsledků pro stejný kondenzátor. I proto jsem jako kontrolu změřil ještě dvě kombinace paralelního zapojení kondenzátorů (č. 1 a 5, č. 3 a 4). Jak je dobře známo, při paralelním zapojení kondenzátorů se jejich kapacita sčítá, tedy výsledná kapacita obvodu by měla odpovídat součtu kapacit jednotlivých kondenzátorů. Jak vidíme z tabulky 8, naměřená kapacita paralelního zapojení je vždy trochu menší, než jak vychází z pouhého sečtení odpovídajících naměřených kapacit samostatných kondenzátorů (při počítání s hodnotami uvedenými na kond. dek. je rozdíl ještě více patrný). Domnívám se tedy, že skutečná kapacita kondenzátorů je ještě o něco málo nižší než zjištěná.

4 Závěr

Metodou přímou byl zjištěn odpor cívky $R_L = (2.75 \pm 0.03) \Omega$. Změřena byla indukčnost a kvalita (činitel jakosti) cívky bez jádra

$$L_1 = (14.2 \pm 0.14) \text{ mH}, \quad Q_1 = (1.63 \pm 0.03),$$

s otevřeným jádrem

$$L_2 = (98 \pm 1) \text{ mH}, \quad Q_2 = (11.2 \pm 0.2)$$

a maximální indukčnost a činitel jakosti cívky s uzavřeným jádrem

$$L_3 = (2.15 \pm 0.04) \text{ H}, \quad Q_3 = (246 \pm 5).$$

Měření a závislost indukčnosti na protékajícím proudu ilustrují tab. 2, 3, 4 a grafy na obr. 2, 3 a 4.

Zjištěny byly kapacity jednotlivých kondenzátorů kapacitní dekády

$$\begin{aligned} C_1 &= (4.42 \pm 0.04) \mu\text{F}, & C_2 &= (2.23 \pm 0.02) \mu\text{F}, & C_3 &= (2.08 \pm 0.02) \mu\text{F}, \\ C_4 &= (1.15 \pm 0.02) \mu\text{F}, & C_1 &= (0.56 \pm 0.01) \mu\text{F}, & C_1 &= (0.57 \pm 0.01) \mu\text{F}, \end{aligned}$$

Měření a výsledky jsou zaznamenány v tab. 5, 7 a 8.

Výsledky byly zpracovány a grafy sestrojeny pomocí programu *R 2.10.1*.

Použitá literatura

- [1] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II, SPN, Praha 1989
- [2] Englich J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření, 1999, <http://physics.mff.cuni.cz/to.en/vyuka/zfp>