

1 Pracovní úkol

1. Změřte závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu pro tyto případy:

- (a) cívka bez jádra
- (b) cívka s otevřeným jádrem
- (c) cívka s uzavřeným jádrem

2. Přímo metodou změřte odpor cívky a určete její kvalitu.

3. Změřte velikost kapacit kondenzátorů z kapacitní dekády.

4. Odhadněte přesnost měření.

2 Teorie

Velikost impedance Z obvodu je rovna poměru efektivního napětí U a proudu I .

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{R_L^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2}}, \quad (1)$$

kde R_L je odpor cívky, ω je úhlová frekvence (je dána vztahem $\omega = 2\pi f$, kde f je frekvence zdroje) a L je indukčnost cívky. Používáme náhradní zapojení sériového RL obvodu. Odpor cívky můžeme změřit při použití stejnosměrného proudu. Pro určení odporu cívky použijeme známý Ohmův zákon:

$$U = RI \quad (2)$$

Pokud poté změříme střídavý proud cívkou a napětí, můžeme indukčnost cívky spočítat podle vztahu:

$$L = \sqrt{\frac{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}{\omega^2}} \quad (3)$$

Činitel jakosti cívky Q je definován jako:

$$Q = \frac{\omega L}{R_L} \quad (4)$$

Čím je činitel jakosti vyšší, tím se chování cívky přibližuje ideální cívce.

Při měření kapacit kondenzátoru budeme uvažovat pouze kapacitu a odpor kondenzátoru. Použijeme náhradní paralelní zapojení. Jeho impedance bude:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{R_C^{-2} + (\omega L)^2}} \quad (5)$$

Za předpokladu, že platí

$$R_C^{-2} \ll (\omega L)^2, \quad (6)$$

můžeme člen R_C^{-2} zcela zanedbat. Kapacitu potom spočítáme podle vztahu:

$$C = \frac{I}{\omega U} \quad (7)$$

Platnost nerovnosti (6) můžeme ověřit použitím stejnosměrného proudu. Pro výpočet odporu kondenzátoru můžeme použít Ohmův zákon (2)

3 Výsledky měření

Použité zapojení při měření s cívkou je na obrázku 1. Očekáváme, že odpor cívky bude srovnatelný s odporem ampérmetru, proto řadíme voltmetr za ampérmetr. Nejprve změříme odpor cívky bez jádra. K tomu použijeme (jak již bylo řečeno výše) stejnosměrný proud. Naměřené hodnoty proudu pro různá napětí jsou v tabulce 1. Lineární regresi byl zjištěn odpor:

Tabulka 1: Odpor cívky

napětí U [V]	$0,60 \pm 0,01$	$0,80 \pm 0,01$	$1,00 \pm 0,01$	$1,20 \pm 0,01$	$1,40 \pm 0,01$	$1,60 \pm 0,01$	$1,80 \pm 0,01$
proud I [mA]	240 ± 10	290 ± 10	370 ± 10	430 ± 10	510 ± 10	580 ± 10	650 ± 10

$$R_L = (2,75 \pm 0,01) \Omega$$

Chyba byla spočítána způsobem popsaným v [2]. Budeme předpokládat, že po vsunutí cívky na jádro se její odpor nezmění. Nyní můžeme přistoupit k měření indukčnosti. Schéma zapojení bude opět stejné (tj. viz obrázek 1), pouze musíme zapojit měřicí přístroje uspůsobené k měření střídavého proudu. Naměřené hodnoty vidíme v tabulkách 3, 4 a 5. Průměrné hodnoty indukčností jsou:

$$L_1 = (14 \pm 1) \text{ mH} \dots \text{pro cívku bez jádra}$$

$$L_2 = (0,10 \pm 0,01) \text{ H} \dots \text{pro cívku s otevřeným jádrem}$$

$$L_3 = (1,8 \pm 0,4) \text{ H} \dots \text{pro cívku s uzavřeným jádrem}$$

Grafické znázornění závislostí je v grafech 1 a 2. Zjištění činitelů jakosti jsou:

$$Q_1 = (1,6 \pm 0,1) \dots \text{pro cívku bez jádra}$$

$$Q_2 = (11 \pm 1) \dots \text{pro cívku s otevřeným jádrem}$$

$$Q_3 = (200 \pm 50) \dots \text{pro cívku s uzavřeným jádrem}$$

Zapojení, které použijeme při měření s kondenzátory je na obrázku 2. Očekáváme, že odpor kondenzátoru bude srovnatelný s odporem voltmetru, a proto voltmetr zapojíme před ampérmetr. V opačném případě bychom měřili i proud voltmetrem. Naměřené hodnoty napětí a proudu jsou v tabulce 6, stejně tak jako hodnoty odporů spočítané podle (2). Vidíme, že odpor kondenzátorů je přibližně roven 10^7 . Součin ωC je přibližně 10^{-9} , je tedy splněna nerovnost (6) a pro další výpočty můžeme použít vztah (7). Kondenzátory měli udanou kapacitu. Tu budeme označovat C_u . Námi zjištěnou kapacitu budeme označovat C . Naměřené hodnoty napětí, proudu a zjištěné kapacity jsou v tabulkách 7–12. Průměrné hodnoty kapacit pro různé kondenzátory jsou v tabulce 2.

Tabulka 2: Kapacity kondenzátorů

C_u [μF]	4,84	2,41	2,2	1,16	0,57	0,56
C [μF]	$4,2 \pm 0,2$	$2,3 \pm 0,2$	$2,1 \pm 0,2$	$1,1 \pm 0,1$	$0,54 \pm 0,07$	$0,54 \pm 0,08$

4 Diskuse

U cívky bez jádra nepozorujeme žádnou závislost na protékajícím proudu. Jednotlivé rozdíly mezi jednotlivými hodnotami jsou dány spíše nepřesnostmi v měření, než nějakou závislostí. Též u cívky s otevřeným jádrem nepozorujeme výraznější závislost, opět se spíše jedná o nepřesnosti v měření. Avšak u cívky s uzavřeným jádrem pozorujeme dosti výraznou závislost indukčnosti na proudu, jak se ostatně můžeme přesvědčit v grafu 2. Tyto změny indukčnosti jsou dány změnami permeability v jádře. Permeabilita jádra je závislá na magnetické indukci v jádře. Vidíme, že uvádět průměrnou hodnotu indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem L_3 by mohlo být zavádějící. Velká relativní chyba L_3 je dána velkou směrodatnou odchylkou pro naměřené hodnoty indukčnosti.

Činitel jakosti je tím větší, čím větší je indukčnost cívky, jak také vyplývá z (4). Předpokládali jsme, že odpor cívky není závislý ani na protékajícím proudu, ani na indukčnosti. Zde je možnost dopuštění se chyby.

Při měření kapacit kondenzátorů jsme zanedbali jejich odpor. Člen s odporem v (5) je v našem případě zhruba 100x menší než člen s kapacitou. Zanedbáním se tedy dopouštíme chyby asi 1%. Nepřesnosti vniklé při měření jsou však větší. Zanedbáním odporu vodičů či ampérmetru se pravděpodobně nedopouštíme téměř žádné chyby; jejich odpor je mnohem menší, než odpory kondenzátorů. Dříve, než jsme odečetli hodnotu proudu tekoucí kondenzátorem, jsme museli počkat, až se kondenzátor nabije a přestane jím protékat posuvný proud. Je možné, že jsme se někdy unáhli a odečetli hodnoty příliš brzy. Nevíme nakolik jsou přesné udané kapacity C_u . V rámci chyby se jim však většinou blížíme.

5 Závěr

1. Změřili jsme závislost indukčnosti cívky na protékajícím proudu. Výsledky jsou v tabulkách 3, 4 a 5. Grafické znázornění závislostí je v grafech 1 a 2. Průměrné hodnoty indukčností jsou:

$L_1 = (14 \pm 1) \text{ mH}$...pro cívku bez jádra
 $L_2 = (0,10 \pm 0,01) \text{ H}$...pro cívku s otevřeným jádrem
 $L_3 = (1,8 \pm 0,4) \text{ H}$...pro cívku s uzavřeným jádrem

2. Odpor cívky byl stanoven na:

$$R_L = (2,75 \pm 0,01) \Omega$$

Hodnoty kvalit jsou:

$$Q_1 = (1,6 \pm 0,1) \text{ ...pro cívku bez jádra}$$

$$Q_2 = (11 \pm 1) \text{ ...pro cívku s otevřeným jádrem}$$

$$Q_3 = (200 \pm 50) \text{ ...pro cívku s uzavřeným jádrem}$$

3. Změřené velikosti kapacit jednotlivých kondenzátorů jsou v tabulce 2.

4. Viz sekce Diskuse.

6 Literatura

- [1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II, SPN, Praha
 [2] J. English: Zpracování výsledků fyzikálních měření, Praha, 2000

Tabulka 3: Indukčnost cívky bez jádra

napětí U [V]	$0,50 \pm 0,04$	$0,64 \pm 0,04$	$0,76 \pm 0,04$	$1,04 \pm 0,04$	$1,30 \pm 0,04$
proud I [A]	$0,10 \pm 0,01$	$0,13 \pm 0,01$	$0,15 \pm 0,01$	$0,20 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,01$
indukčnost L_1 [mH]	13 ± 2	14 ± 2	14 ± 2	14 ± 1	14 ± 1
napětí U [V]	$1,56 \pm 0,04$	$1,82 \pm 0,04$	$2,08 \pm 0,04$	$2,34 \pm 0,04$	$2,65 \pm 0,09$
proud I [A]	$0,30 \pm 0,01$	$0,35 \pm 0,01$	$0,40 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,01$	$0,50 \pm 0,01$
indukčnost L_1 [mH]	14 ± 1	14 ± 1	14 ± 1	14 ± 1	

Tabulka 4: Indukčnost cívky s otevřeným jádrem

napětí U [V]	$1,44 \pm 0,04$	$2,26 \pm 0,04$	$3,10 \pm 0,09$	$3,90 \pm 0,09$	$4,75 \pm 0,09$
proud I [A]	$0,05 \pm 0,01$	$0,08 \pm 0,01$	$0,1 \pm 0,01$	$0,13 \pm 0,01$	$0,15 \pm 0,01$
indukčnost L_2 [mH]	91 ± 19	96 ± 13	98 ± 10	99 ± 8	100 ± 7
napětí U [V]	$5,55 \pm 0,09$	$6,4 \pm 0,4$	$7,0 \pm 0,4$	$8,0 \pm 0,4$	
proud I [A]	$0,18 \pm 0,01$	$0,2 \pm 0,01$	$0,23 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,01$	
indukčnost L_2 [mH]	101 ± 6	101 ± 8	99 ± 7	$101 \pm 0,007$	

Tabulka 5: Indukčnost cívky s uzavřeným jádrem

napětí U [V]	36 ± 1	73 ± 2	100 ± 2	132 ± 4	144 ± 4
proud I [A]	$0,05 \pm 0,01$	$0,10 \pm 0,01$	$0,15 \pm 0,01$	$0,20 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,01$
indukčnost L_3 [H]	$2,3 \pm 0,5$	$2,3 \pm 0,2$	$2,1 \pm 0,1$	$2,1 \pm 0,1$	$1,83 \pm 0,09$
napětí U [V]	156 ± 4	166 ± 4	174 ± 4	180 ± 4	186 ± 4
proud I [A]	$0,30 \pm 0,01$	$0,35 \pm 0,01$	$0,40 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,01$	$0,50 \pm 0,01$
indukčnost L_3 [H]	$1,66 \pm 0,07$	$1,51 \pm 0,06$	$1,38 \pm 0,05$	$1,27 \pm 0,04$	$1,18 \pm 0,03$

Tabulka 6: Odpor kondenzátorů

C_u [μF]	4,84	2,41	2,2	1,16	0,57	0,56
proud I [μA]	$0,5\pm0,5$	$1,0\pm0,5$	$0,5\pm0,5$	$0,5\pm0,5$	$0,5\pm0,5$	$0,5\pm0,5$
napětí U [V]	$10,0\pm0,6$	$10,0\pm0,6$	$10,0\pm0,6$	$10,0\pm0,6$	$10,0\pm0,6$	$10,0\pm0,6$
odpor R [$\text{M}\Omega$]	20 ± 20	10 ± 5	20 ± 20	20 ± 20	20 ± 20	20 ± 20

Tabulka 7: Kapacita kondenzátoru ($C_u=4,84\ \mu\text{F}$)

napětí U [V]	$0,74\pm0,01$	$1,50\pm0,01$	$2,26\pm0,01$	$3,1\pm0,01$	$3,85\pm0,01$
proud I [mA]	$1,0\pm0,1$	$2,0\pm0,1$	$3,0\pm0,1$	$4,0\pm0,1$	$5,0\pm0,1$
kapacita C [μF]	$4,3\pm0,3$	$4,2\pm0,2$	$4,2\pm0,1$	$4,1\pm0,1$	$4,1\pm0,1$

Tabulka 8: Kapacita kondenzátoru ($C_u=2,41\ \mu\text{F}$)

napětí U [V]	$1,35\pm0,01$	$2,75\pm0,01$	$4,10\pm0,01$	$5,50\pm0,01$	$8,2\pm0,04$
proud I [mA]	$1,0\pm0,1$	$2,0\pm0,1$	$3,0\pm0,1$	$4,0\pm0,1$	$5,0\pm0,1$
kapacita C [μF]	$2,6\pm0,2$	$2,31\pm0,09$	$2,33\pm0,06$	$2,31\pm0,04$	$1,94\pm0,03$

Tabulka 9: Kapacita kondenzátoru ($C_u=2,2\ \mu\text{F}$)

napětí U [V]	$1,45\pm0,01$	$2,95\pm0,01$	$4,40\pm0,01$	$5,90\pm0,01$	$8,8\pm0,04$
proud I [mA]	$1,0\pm0,1$	$2,0\pm0,1$	$3,0\pm0,1$	$4,0\pm0,1$	$5,0\pm0,1$
kapacita C [μF]	$2,2\pm0,2$	$2,16\pm0,08$	$2,17\pm0,05$	$2,16\pm0,04$	$1,81\pm0,03$

Tabulka 10: Kapacita kondenzátoru ($C_u=1,16\ \mu\text{F}$)

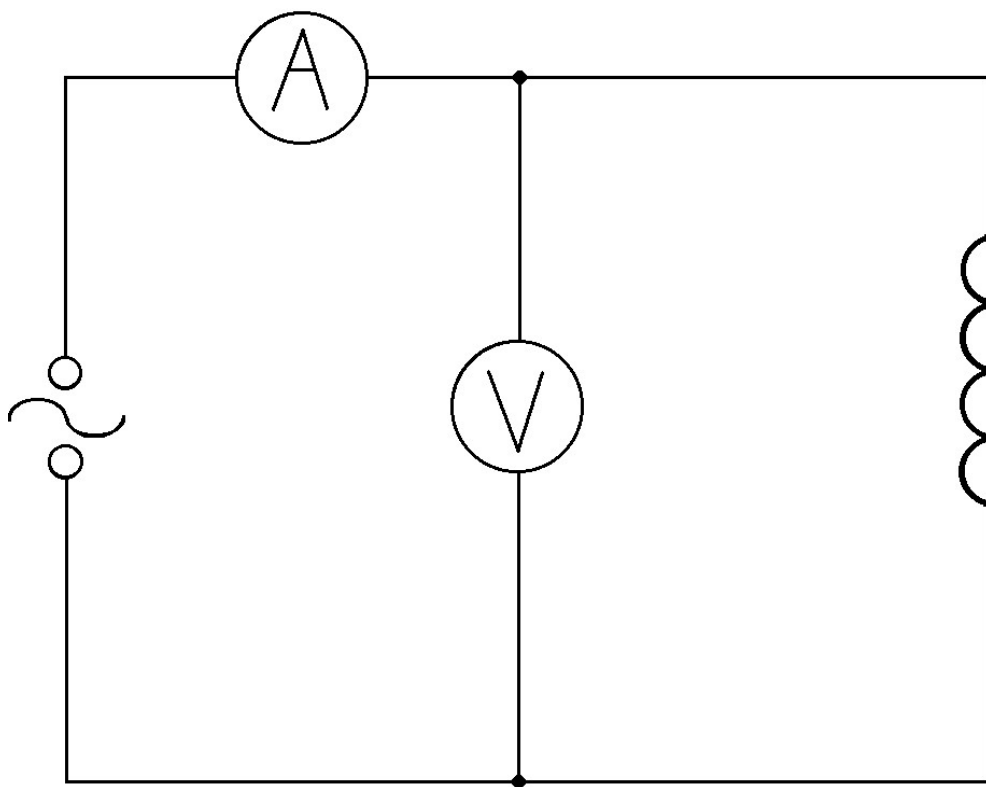
napětí U [V]	$2,65\pm0,01$	$4,05\pm0,01$	$5,45\pm0,01$	$8,20\pm0,04$	$9,8\pm0,04$
proud I [mA]	$1,0\pm0,1$	$1,5\pm0,1$	$2,0\pm0,1$	$2,5\pm0,1$	$3,0\pm0,1$
kapacita C [μF]	$1,20\pm0,09$	$1,18\pm0,06$	$1,17\pm0,04$	$0,97\pm0,03$	$0,74\pm0,02$

Tabulka 11: Kapacita kondenzátoru ($C_u=0,57\ \mu\text{F}$)

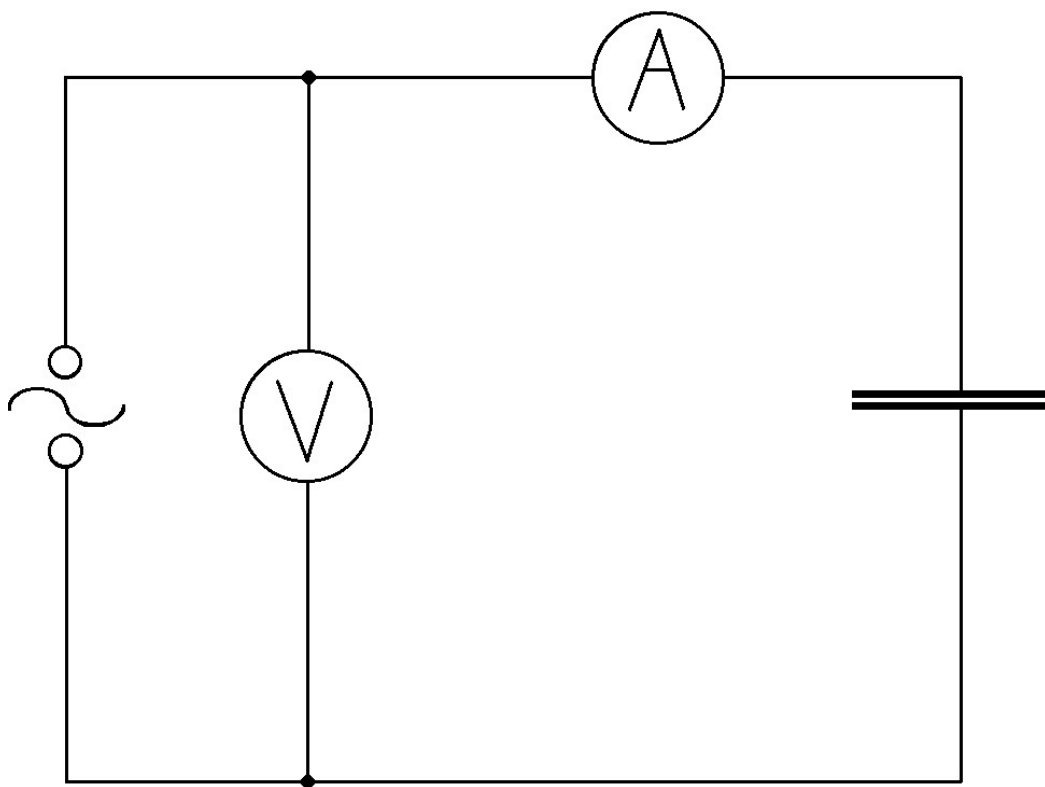
napětí U [V]	$2,15\pm0,01$	$4,45\pm0,01$	$5,50\pm0,04$	$8,00\pm0,04$	$10,20\pm0,04$
proud I [mA]	$0,4\pm0,1$	$0,8\pm0,1$	$1,0\pm0,1$	$1,2\pm0,1$	$1,6\pm0,1$
kapacita C [μF]	$0,6\pm0,1$	$0,57\pm0,05$	$0,58\pm0,04$	$0,48\pm0,03$	$0,50\pm0,02$

Tabulka 12: Kapacita kondenzátoru ($C_u=0,56\ \mu\text{F}$)

napětí U [V]	$1,58\pm0,01$	$3,40\pm0,01$	$5,10\pm0,01$	$8,20\pm0,04$	$9,80\pm0,04$
proud I [mA]	$0,3\pm0,1$	$0,6\pm0,1$	$0,9\pm0,1$	$1,2\pm0,1$	$1,5\pm0,1$
kapacita C [μF]	$0,60\pm0,15$	$0,56\pm0,07$	$0,56\pm0,05$	$0,47\pm0,03$	$0,48\pm0,02$



Obrázek 1: Obvod s cívkou



Obrázek 2: Obvod s kondenzátorem