

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

## PRAKTIKUM 2

Úloha č.: 7.

Název: Měření indukčnosti a kapacity metodou přímou

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 14 dne 19. 10. 2005

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: ..... vráceno: .....

Odevzdal dne: .....

Posuzoval: .....dne ..... výsledek klasifikace .....

Připomínky:

### Pracovní úloha:

1. Změrajte závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu pro tyto případy:
  - a. cívka bez jádra
  - b. cívka s otevřeným jádrem
  - c. cívka s uzavřeným jádrem
2. Přímou metodou změrajte odpor cívky a určte její kvalitu.
3. Změrajte velikost kapacit kondenzátorů z kapacitní dekadý.
4. Odhadněte přesnost měření.

## **Teoretická časť:**

### Impedancia cievky

Správanie reálnej cievky, ktorou prechádza prúd harmonického priebehu (v komplexnej symbolike  $i^* = i_0 \exp(j\omega t)$ ), môžeme vystihnúť sériovým zapojením ideálnej cievky s indukčnosťou  $L$  a ohmického odporu  $R_L$ . Okamžitá hodnota napätia je potom daná ako

$$u^* = (R_L + j\omega L)i^*, \quad (1)$$

kde  $j$  je komplexná jednotka a  $\omega = 2\pi f$  je uhlová frekvencia striedavého prúdu. Napätie  $u^*$  bude voči prúdu  $i^*$  posunuté o uhol  $\varphi$ , ktorý nazývame fázovým posunom. Tangenta fázového je rovná

$$\tan \varphi = \frac{\omega L}{R_L} = Q, \quad (2)$$

veličina  $Q = \tan \varphi$  sa nazýva činiteľ akosti cievky. Impedancia cievky je daná komplexným výrazom

$$Z^* = \frac{u^*}{i^*} = R_L + j\omega L, \quad (3)$$

jej veľkosť je daná ako

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}, \quad (4)$$

kde  $U$  a  $I$  sú efektívne hodnoty napätia a prúdu na cievke. Pre indukčnosť cievky dostávame

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R_L^2}. \quad (5)$$

### Impedancia kondenzátoru

Chovanie reálneho kondenzátoru vystihuje sériovo zapojený ideálny kondenzátor s kapacitou  $C$  a odpor  $R_C$ . Celkový prúd prechádzajúci kondenzátorom pri striedavom napätí  $u^*$  bude daný ako

$$i^* = \left( \frac{1}{R_C} + j\omega C \right) u^*. \quad (6)$$

Impedancia kondenzátoru je daná komplexným výrazom

$$Z^* = \frac{u^*}{i^*} = \frac{1}{\frac{1}{R_C} + j\omega C}, \quad (7)$$

jej veľkosť je rovná

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_C^2} + \omega^2 C^2}} \quad (8)$$

Z toho pre kapacitu dostaneme

$$C = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{I^2}{U^2} - \frac{1}{R_C^2}}. \quad (9)$$

Ak je  $R_c \gg \frac{1}{\omega C}$ , môžeme zanedbať vplyv kondenzátoru a kapacitu môžeme určiť ako

$$C = \frac{1}{2\pi f U} I. \quad (10)$$

## Výsledky meraní:

### Indukčnosť cievky

Najprv určíme odpor cievky pri prechode jednosmerného prúdu. Tento odpor je zanedbateľný voči odporu voltmetru, meriame preto pri zapojení ampérmetra pred voltmetrom. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1.

Tabuľka 1: *Odpor cievky pri jednosmernom prúde*

U [V]	1,6	2,0	2,4
I [A]	0,57	0,70	0,85

Odpor cievky sme určili ako konštantu úmernosti medzi prúdom a napätím lineárnou regresiou. Dostaneme hodnotu  $R_L = (2,83 \pm 0,01) \Omega$ .

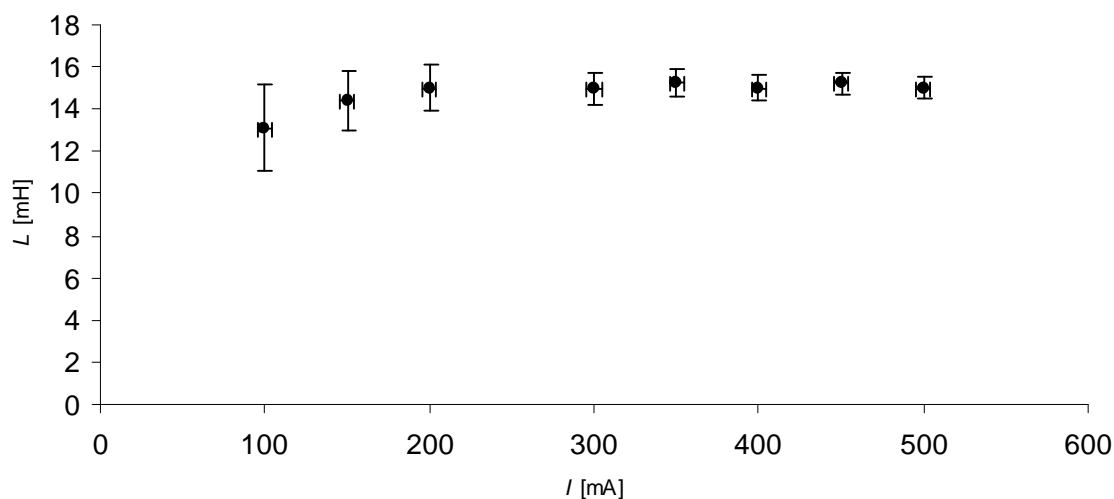
Indukčnosť cievky sme určovali priamou metódou, merali sme efektívne hodnoty prúdu a napätia pre cievku bez jadra, cievku s otvoreným jadrom a cievku s uzavretým jadrom. Použité napätie malo frekvenciu  $f = 50$  Hz, jej chybu zanedbáme. Merali sme prístrojmi s triedou presnosti 1,5. Na ampérmetri sme merali pri rozsahoch 100 mA a 500 mA, na voltmetri pri rozsahoch 6 V, 24 V, 120 V, 240 V.

Vo všetkých prípadoch sme merali hodnoty pri zapojení ampérmetra pred aj za voltmeter. V prvom a druhom prípade ukazoval ampérmeter rovnakú hodnotu, hodnoty na voltmetri sa líšili. Znamená to, že cievka má malú impedanciu a preto je vhodné použiť hodnoty namerané pri zapojení ampérmetra pred voltmetrom. Nie je potrebné robiť korekciu na vnútorný odpor prístrojov. Indukčnosť cievky určíme podľa vzťahu (5), namerané hodnoty sú uvedené v tabuľkách 2 a 3, závislosť indukčnosti na pretekajúcom prúde je vynesená v grafoch 1 a 2.

Tabuľka 2: *Cievka bez jadra*

I [mA]	U [V]	L [mH]	$\sigma_L$ [mH]
100	0,50	13	2
150	0,80	14	1
200	1,10	15	1
300	1,65	15	1
350	1,95	15	1
400	2,20	15	1
450	2,50	15	1
500	2,75	15	1

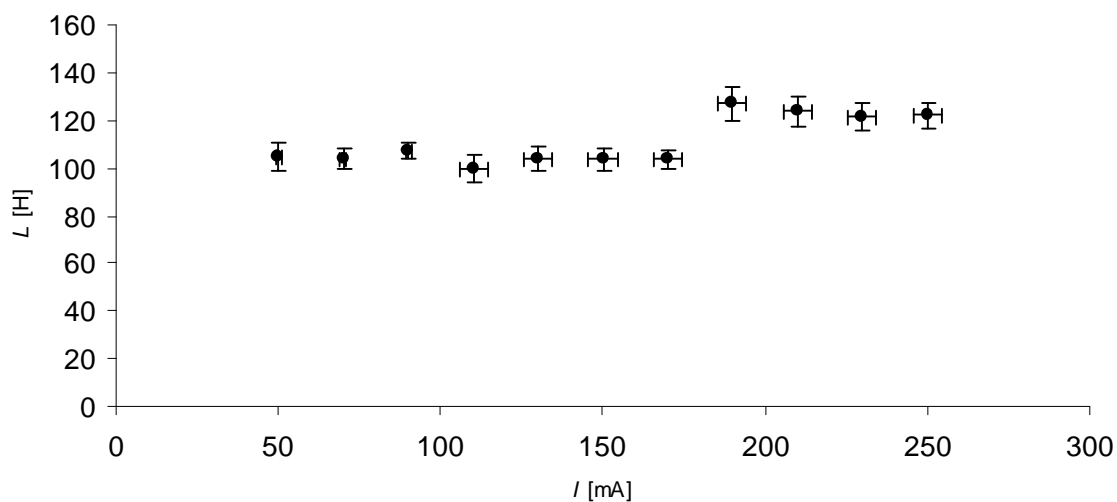
Graf 1: Cievka bez jadra: Závislosť indukčnosti na pretekajúcom prúde



Tabuľka 3: Cievka s otvoreným jadrom

I [mA]	U [V]	L [mH]	$\sigma_L$ [mH]
50	1,65	105	6
70	2,30	104	4
90	3,05	107	3
110	3,45	99	6
130	4,25	104	5
150	4,90	104	5
170	5,55	104	4
190	7,60	127	7
210	8,20	124	6
230	8,80	121	6
250	9,60	122	5

Graf 2: Cievka s otvoreným jadrom: Závislosť indukčnosti na pretekajúcom prúde



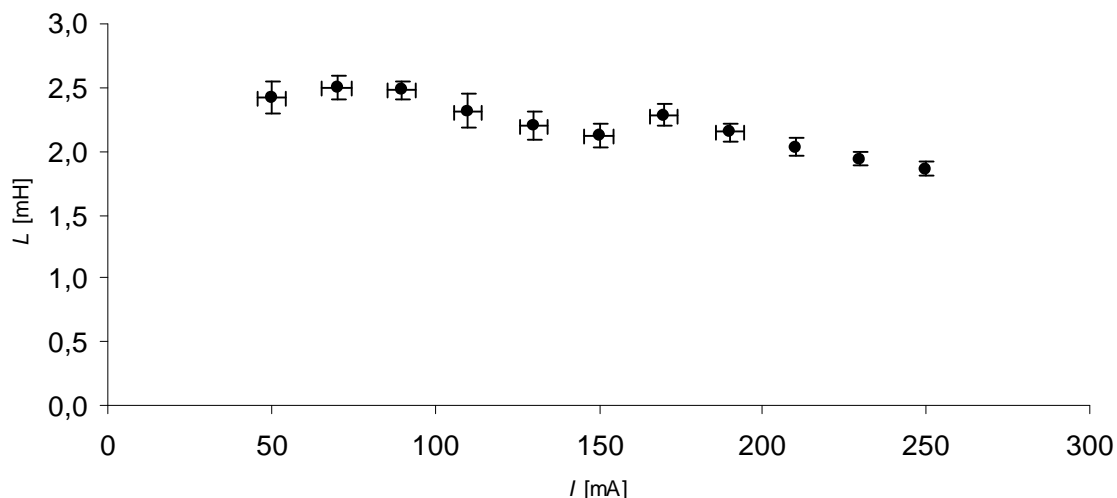
Pri meraní napätia a prúdu na cievke s uzavretým jadrom je potrebné použiť údaje namerané pri zapojení ampérmetru za voltmeter, pretože impedancia cievky už nie je zanedbateľná voči

odporu voltmetra. Zapojením ampérmetru pred a za voltmeter zistíme, že voltmeter ukazuje takmer rovnakú hodnotu, kým hodnoty na ampérmetri sa líšia. Namerané a vypočítané hodnoty sú v tabuľke 4, závislosť indukčnosti na pretekajúcom prúde je vynesená v grafe 3.

Tabuľka 4: Cievka s uzavretým jadrom

$I$ [mA]	$U$ [V]	$L$ [H]	$\sigma_L$ [H]
50	38	2,4	0,1
70	55	2,5	0,1
90	70	2,5	0,1
110	80	2,3	0,1
130	90	2,2	0,1
150	100	2,1	0,1
170	122	2,3	0,1
190	128	2,1	0,1
210	134	2,0	0,1
230	140	1,9	0,1
250	146	1,9	0,1

Graf 3: Cievka s uzavretým jadrom: Závislosť indukčnosti na pretekajúcom prúde



Absolútnu chybu indukčnosti sme určili z lineárneho zákona hromadenia chýb, pretože chyby veličín vystupujúcich vo vzťahu (5) majú systematický charakter.

Podľa vzťahu (2) určíme činiteľ akosti cievky. Priemerné hodnoty sú v tabuľke 5.

Tabuľka 5: Činiteľ akosti cievok

	$Q$	$\sigma_Q$
cievka bez jadra	1,6	0,1
cievka s otvoreným jadrom	12	1
cievka s uzavretým jadrom	250	10

## Kapacita kondenzátora

Priamou metódou sme určovali kapacitu piatich kondenzátorov z kapacitnej dekády. Najprv sme zmerali vodivostný pri napätí 30 V, jeho hodnota bola 5  $\mu\text{A}$ . Tomu zodpovedá odpor 6  $\text{M}\Omega$ , odpor teda nie je zanedbateľný voči odporu voltmetra, zapájame preto vždy voltmeter pred ampérmetrom. Hodnota  $\frac{1}{R_C^2}$  je pre všetky merania zanedbateľná voči  $\frac{I^2}{U^2}$ , na výpočet

kapacity preto môžeme použiť vzťah (10). Merali sme efektívne hodnoty napätia a prúdu na jednotlivých kondenzátoroch, použili sme rovnaké meracie prístroje ako pri meraní indukčnosti cievky. Na ampérmetri sme merali pri rozsahu 5 mA, na voltmetri pri rozsahoch 6 V a 24 V. Namerané hodnoty pre jednotlivé kondenzátory sú uvedené v tabuľkách 6 – 11.

Tabuľka 6: Kondenzátor č. 1

<b><math>U</math> [V]</b>	1,3	2	2,65	3,25	3,9	4,6	5,2	5,85
<b><math>I</math> [mA]</b>	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	2,45	2,39	2,40	2,45	2,45	2,42	2,45	2,45
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,20	0,13	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05

Tabuľka 7: Kondenzátor č. 2

<b><math>U</math> [V]</b>	1,4	2,1	2,85	3,5	4,25	4,95	5,65
<b><math>I</math> [mA]</b>	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	2,27	2,27	2,23	2,27	2,25	2,25	2,25
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,18	0,12	0,09	0,07	0,06	0,05	0,05

Tabuľka 8: Kondenzátor č. 3

<b><math>U</math> [V]</b>	1,5	2,25	3	3,8	4,55	5,3	6
<b><math>I</math> [mA]</b>	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	2,12	2,12	2,12	2,09	2,10	2,10	2,12
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,17	0,11	0,08	0,06	0,05	0,05	0,04

Tabuľka 9: Kondenzátor č. 4

<b><math>U</math> [V]</b>	2,8	4,2	7	8,2	9,6	11	12
<b><math>I</math> [mA]</b>	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	1,14	1,14	0,91	0,97	0,99	1,01	1,06
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,07	0,05	0,03	0,04	0,04	0,03	0,03

Tabuľka 10: Kondenzátor č. 5

<b><math>U</math> [V]</b>	4	6,8	9,4	12	14
<b><math>I</math> [mA]</b>	0,5	1	1,5	2	2,5
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,40	0,47	0,51	0,53	0,57
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,06	0,03	0,03	0,02	0,02

Tabuľka 11: Kondenzátor č. 6

<b><math>U</math> [V]</b>	1,3	2	2,65	3,25	3,9
<b><math>I</math> [mA]</b>	0,5	1	1,5	2	2,5
<b><math>C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,42	0,47	0,50	0,52	0,56
<b><math>\sigma_C</math> [<math>\mu\text{F}</math>]</b>	0,06	0,03	0,03	0,02	0,02

Chyba jednotlivých hodnôt kapacity je určená zo systematických odchýlok prúdu a napätia pomocou lineárneho zákona hromadenia chýb. Priemerné hodnoty kapacít porovnané s kapacitami uvedenými na dekáde sú uvedené v tabuľke 12.

Tabuľka 12: Kapacity kondenzátorov z dekády

	$C_1$ [ $\mu\text{F}$ ]	$C_2$ [ $\mu\text{F}$ ]	$C_3$ [ $\mu\text{F}$ ]	$C_4$ [ $\mu\text{F}$ ]	$C_5$ [ $\mu\text{F}$ ]	$C_6$ [ $\mu\text{F}$ ]
namerané	$2,43 \pm 0,09$	$2,26 \pm 0,09$	$2,11 \pm 0,08$	$1,03 \pm 0,04$	$0,49 \pm 0,03$	$0,49 \pm 0,03$
uvedené	3,25	2,95	2,73	1,41	0,72	0,70

## Diskusia:

Chyby merania sú spôsobené hlavne systematickými chybami meracích prístrojov. Pri meraní striedavého prúdu boli použité prístroje s triedou presnosti 1,5, pri meraní jednosmerného prúdu boli použité prístroje s triedou presnosti 0,5. Vyššia relatívna chyba sa prejaví hlavne pri meraní hodnôt v spodnej polovici rozsahu prístroja. Okrem chýb meracích zariadení sa mohli vyskytnúť systematické chyby spôsobené vnútornými odporami prístroja. Tieto chyby sme sa dájú eliminovať správnym zapojením prístrojov. Presnosť merania mohli ovplyvniť aj odpory prívodových vodičov a prechodové odpory.

Indukčnosť cievky sme merali pre tri zostavy, indukčnosť cievky bez jadra by podľa teoretických predpokladov nemala závisieť na prechádzajúcom prúde, pri cievke s jadrom sa prejaví závislosť permeability jadra na intenzite magnetického poľa. Pri uzavretí jadra sa dosiahne vyššej intenzity poľa.

Namerané hodnoty kapacít kondenzátorov sú nižšie ako hodnoty uvedené na dekáde, nepresnosti mohli byť spôsobené zanedbaním odporov prívodových vodičov a prechodových odporov, avšak nemožno úplne vylúčiť ani zníženie koncentrácie experimentátora.

## Záver:

Priamou metódou sme zmerali indukčnosť cievky bez jadra (tabuľka 2, graf 1), cievky s otvoreným jadrom (tabuľka 3, graf 2) a cievky s uzavretým jadrom (tabuľka 4, graf 3). Pri cievke s jadrom sa prejavila závislosť indukčnosti na prechádzajúcom prúde. Určili sme činiteľ akosti cievky.

Zmerali sme kapacitu kondenzátorov z kapacitnej dekády (tabuľka 12), namerané hodnoty sa mierne líšia od hodnôt uvedených na dekáde.

## Literatúra:

[1] Doc. RNDr. Roman Bakule, CSc., Doc. RNDr. Jiří Šternberk, CSc., Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, Státní pedagogické nakladatelství Praha