

1 Pracovní úkoly

- Změřte závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu pro tyto případy:
 - cívka bez jádra
 - cívka s otevřeným jádrem
 - cívka s uzavřeným jádrem
- Prímou metodou změřte odpor cívky a určete její kvalitu.
- Změřte velikost kapacit kondenzátorů z kapacitní dekády.
- Odhadněte přesnost měření. Výsledky měření úlohy 1 c) zakreslete do grafu.

2 Teoretický úvod

Pro efektivní hodnoty střídavého napětí U a proudu I naměřených na vnějších svorkách obvodu platí

$$U = ZI, \quad (1)$$

kde Z je impedance obvodu. Impedance modelu reálné cívky (tj. kombinace ideálního rezistoru a ideální cívky zapojené v sérii za sebou - viz. schema zapojení obvodu na obr. č. 1) je dána vztahem

$$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}, \quad (2)$$

kde R je odpor cívky, L je její indukčnost a ω je úhlová frekvence proudu, který se dá vypočítat z frekvence f pomocí vztahu $\omega = 2\pi f$.

Indukčnost cívky pak lze vyjádřit jako

$$L = \frac{\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}}{\omega}. \quad (3)$$

Činitel jakosti Q , který udává to, jak je cívka kvalitní (čím vyšší tím lepší), je definovaný jako tangenta fázového posunutí proudu vůči napětí φ

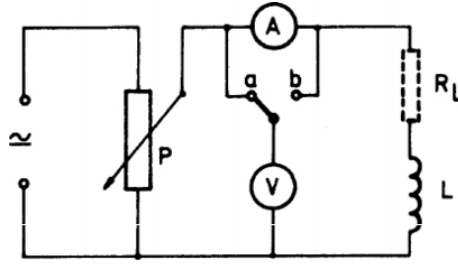
$$Q = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R} = \sqrt{\frac{U^2}{I^2 R^2} - 1}. \quad (4)$$

Vzhledem k tomu, že kondenzátory jsou konstruovány tak, že mají velice vysoké vnitřní odpory a pokud jsou nabité, tak se bez vodivého propojení obvodu vybíjejí relativně pomalu, pak můžeme odpory kondenzátorů zanedbat a uvažovat, že mají impedanci

$$Z = \frac{1}{\omega C}, \quad (5)$$

kde C je kapacita kondenzátoru, kterou si můžeme za pomoci rovnice (1) vyjádřit

$$C = \frac{I}{\omega U}. \quad (6)$$



Obrázek 1: Schema zapojení cívky pro měření její impedance

3 Měření

3.1 Chyba měření

Chybu měření počítám dle [2]. Celková chyba měření σ_f (pro veličinu f) je určena jako

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_{stat}^2 + \sigma_{mer}^2}, \quad (7)$$

kde σ_{stat} je statistická chyba měření f a σ_{mer} je chyba měřidla (určená obvykle jako polovina nejmenšího dílku stupnice) použitého pro měření f .

Metoda přenosu chyb je pak pro veličinu vypočtenou z n jiných naměřených veličin x_i

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}. \quad (8)$$

3.2 Měření parametrů cívky

Pro všechna měření bylo použito střídavé napětí ze sítě, které sice bylo transformované na jinou než síťovou hodnotu, ale mělo stále stejnou frekvenci a to $f = 50$ Hz. Tuto hodnotu bereme jako přesnou, protože se při použité transformaci napětí nemění a protože s rozvodné sítí je udržovaná na relativně přesné hodnotě kvůli stabilitě celé sítě.

Pro měření bylo využito zapojení ze skript [1] na obr. č. 1 s jedinou změnou a to, že místo zdroje a potenciometru byl použit regulovatelný zdroj napětí fungující ale prakticky na stejném principu.

Nejprve jsem změřil odpor cívky pomocí stejnosměrného proudu. Pro výpočet jsem použil Ohmův zákon pro stejnosměrný proud

$$R = \frac{U_s}{I_s}, \quad (9)$$

kde U_s a I_s jsou hodnoty naměřeného napětí a proudu. Pro měření je vhodnější zapojení b), protože pro odpor voltmetru platí $R_V \gg \frac{U_s}{I_s}$. Pro měření byl využit voltmetr na rozsahu 20 V s chybou $\pm(0,05\% + 3)$ s rozlišením na 0,001 V a ampérmetr na rozsahu 1,2 A s třídou přesnosti 0,5. Naměřené hodnoty v tomto zapojení byly $U_s = (3,320 \pm 0,005)$ V a $I_s = (1,20 \pm 0,01)$ A. Tomu odpovídá odpor $R = (2,77 \pm 0,01)$ Ω . Měření proběhlo s nastavením napětí tak, aby byla omezena chyba ampérmetru (který má větší chybu než voltmetr) - měření proběhlo v bodě maximálního rozsahu ampérmetru.

Poté byla měřena indukčnost v zapojení podle obr. č. 1, kdy cívka byla při prvním měření bez jádra, při druhém s otevřeným jádrem a při třetím měření bylo jádro uzavřené. Některé případy byly změřeny pro obě zapojení, ale vhodnější zapojení je B, protože je lépe splněna podmínka pro voltmetr $R_V \gg \frac{U}{I}$ než pro ampérmetr. Proto jsou do výsledků započítána data pouze ze zapojení B bez korekce na měřicí přístroje.

Tabulka 1: Měření indukčnosti cívky bez jádra

U_a/V	σ_{U_a}/V	I_a/mA	σ_{I_a}/V	U_b/V	σ_{U_b}/V	I_b/mA	σ_{I_b}/V	L_b/H	σ_{L_b}/H
1,00	0,01	100	8	0,51	0,01	100	8	0,0136	0,0012
1,44	0,01	150	8	0,77	0,01	150	8	0,0138	0,0008
1,92	0,02	205	8	1,05	0,01	205	8	0,0137	0,0007
2,53	0,03	275	8	1,41	0,01	275	8	0,0137	0,0005
3,09	0,03	340	8	1,77	0,02	340	8	0,0140	0,0005
3,59	0,04	400	8	2,07	0,03	400	8	0,0139	0,0005
4,01	0,04	450	8	2,32	0,03	450	8	0,0138	0,0004
4,43	0,05	500	8	2,58	0,03	500	8	0,0139	0,0004

Tabulka 2: Měření indukčnosti cívky s otevřeným jádrem

U_a/V	σ_{U_a}/V	I_a/mA	σ_{I_a}/V	U_b/V	σ_{U_b}/V	I_b/mA	σ_{I_b}/V	L_b/H	σ_{L_b}/H
2,06	0,03	50	2	1,46	0,01	50	2	0,093	0,0038
4,03	0,04	100	2	2,95	0,03	100	2	0,093	0,0027
4,61	0,05	150	8	4,48	0,05	150	8	0,095	0,0058
5,39	0,05	175	8	5,22	0,05	175	8	0,095	0,0051
6,20	0,06	200	8	6,01	0,06	200	8	0,095	0,0046
6,97	0,07	225	8	6,76	0,06	225	8	0,095	0,0043
7,72	0,07	250	8	7,48	0,07	250	8	0,095	0,0039

Měření byla prováděna s ampérmetrem s třídou přesnosti 1,5 a použitými rozsahy 100 mA a 500 mA a voltmetrem na rozsazích 2 V, 20 V a 200 V s chybou $\pm(0,80\% + 10)$ s rozlišením 0,0001 V, 0,001 V a 0,01 V.

Pro zapojení cívky bez jádra a cívky s otevřeným jádrem nevykazovaly naměřené hodnoty indukčnosti závislost na proudu procházejícím cívkou a proto mohly být stanoveny její hodnoty indukčnosti pro tyto dvě situace. Pro zapojení cívky bez jádra má cívka naměřenou indukčnost a kvalitu

$$L_1 = (14 \pm 1) \text{ mH} \quad Q_1 = (1,6 \pm 0,1).$$

V zapojení s otevřeným jádrem má cívka indukčnost a kvalitu

$$L_2 = (94 \pm 5) \text{ mH} \quad Q_2 = (10,7 \pm 0,5).$$

V zapojení s uzavřeným jádrem se již stala hodnota indukčnosti znatelně závislou na procházejícím proudu. Proto je vyhodnocení zejména pomocí grafu na obr. č. 2, kde je vidět závislost indukčnosti cívky na procházejícím proudu a v grafu č. 3, kde je závislost kvality cívky na procházejícím proudu. Nejvyšší hodnoty kvality dosáhla v rámci diskretních měření cívka při hodnotě proudu 70 mA, kdy její indukčnost a kvalita byly

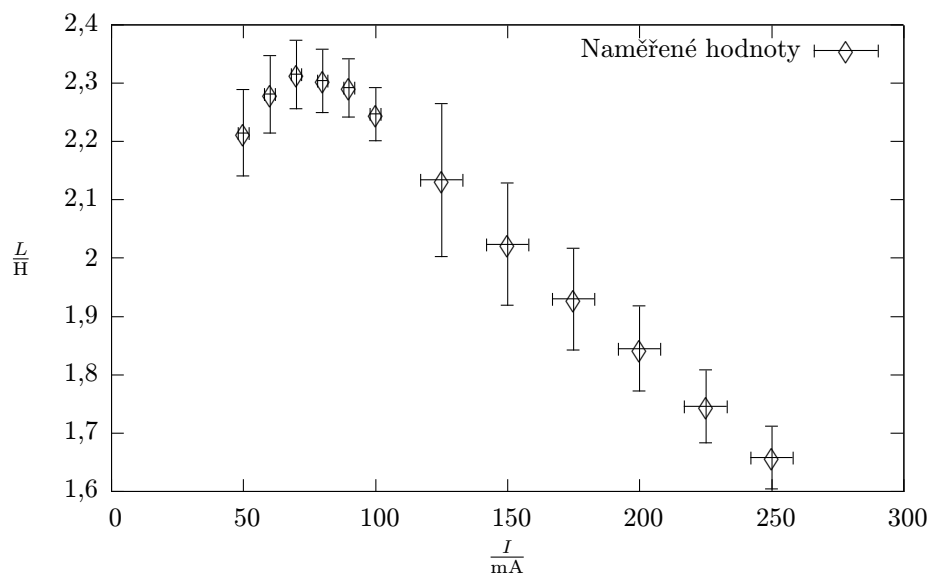
$$L_{max} = (2,32 \pm 0,06) \text{ H} \quad Q_{max} = (263 \pm 8).$$

3.3 Měření kapacit kondenzátorů kapacitní dekády

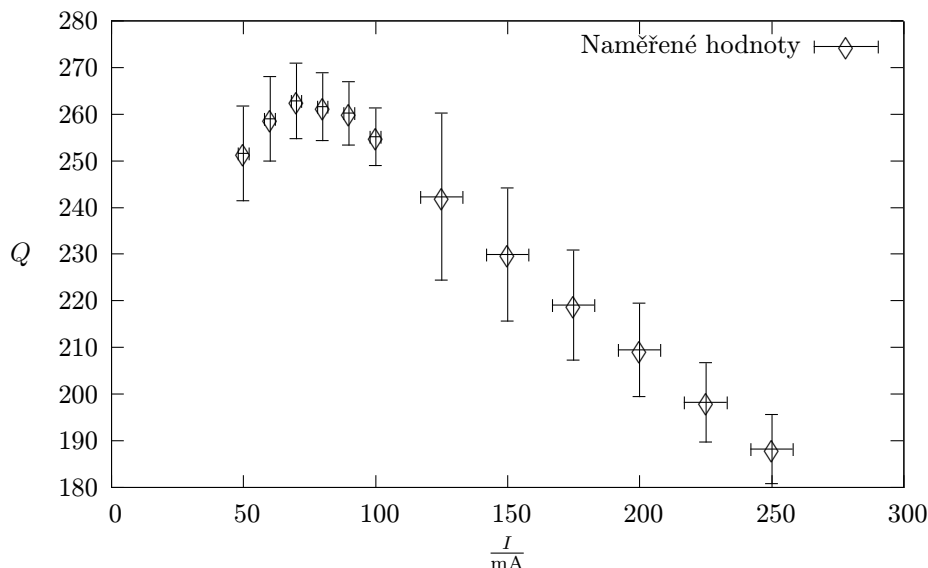
Měření kapacit kondenzátorů bylo provedeno v zapojení a), protože odpor ampérmetru je vůči odporu kondenzátoru zanedbatelný a odpor kondenzátoru považujeme za nekonečný. Každý kondenzátor byl proměřen pro různé 4 hodnoty napětí, z nichž byla pak statisticky zpracována jeho kapacita. Naměřené hodnoty a hodnoty odpovídající jednotlivým měřením i s chybou jsou uvedeny

Tabulka 3: Měření indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem

U_b/V	σ_{U_b}/V	I_b/mA	σ_{I_b}/V	I_{max}/mA	L_b/H	σ_{L_b}/H
130,2	1,1	250	8	500	1,66	0,05
123,4	1,1	225	8	500	1,75	0,06
115,9	1,0	200	8	500	1,84	0,07
106,1	0,9	175	8	500	1,93	0,09
95,4	0,9	150	8	500	2,02	0,10
83,8	0,8	125	8	500	2,13	0,13
70,6	0,7	100	2	100	2,25	0,05
64,8	0,6	90	2	100	2,29	0,05
57,9	0,6	80	2	100	2,30	0,05
50,9	0,5	70	2	100	2,31	0,06
43,0	0,4	60	2	100	2,28	0,07
34,8	0,4	50	2	100	2,22	0,07



Obrázek 2: Závislost indukčnosti cívky na proudu procházejícím cívku



Obrázek 3: Závislost kvality cívky na procházejícím proudu

v tabulce č. 4. Statisticky určené hodnoty jsou pak v tabulce č. 5. V této tabulce je i srovnání s hodnotami udanými na kapacitní dekádě (jsou označeny C_r). Pro měření byl použit voltmetr na rozsazích 2 V a 20 V a rozlišením 0,001 V a 0,01 V s chybou $\pm (0,80\% + 10)$ a ampérmetr na rozsazích 2 mA a 20 mA a rozlišením 0,001 mA a 0,01 mA s chybou $\pm (0,80\% + 10)$.

4 Diskuse

Odpor cívky byl změřen při stabilním proudu na maximálním rozsahu ampérmetru, aby byla omezena chyba měření. Byl změřen pouze jeden bod, ale v při měření stejnosměrného proudu jsou přístroje relativně přesné a hrubá chyba je nepravděpodobná. Při výpočtu pak byl zanedbán vliv voltmetru na měření, ale ten splňoval podmínku, že jeho odpor je řádově vyšší než odpor měřené cívky a proto mohl být zanedbán bez větší chyby.

V případě měření impedance cívky i impedance kondenzátorů byly odečítány hodnoty zaokrouhlené o jednu cifru, protože ve většině měření hodnoty poslední cifry kolísaly. Totéž platí i pro měření kapacity kondenzátoru.

U cívky s uzavřeným jádrem byl naměřen pokles její indukčnosti pro vyšší procházející proudy, což je způsobeno nasycením jádra cívky.

Zanedbal jsem možné kolísání frekvence napětí a proudu, ale je nepravděpodobné, že by chyba měření byla způsobena právě tímto vlivem.

Naměřené hodnoty kapacit kapacitní dekády pro kondenzátory 1, 2 a 3 odpovídají udaným hodnotám, kdežto u kondenzátorů 4, 5 je již znatelná odchylka naměřené hodnoty od udané hodnoty a pro kondenzátor 6 je odchylka již velice značná. To může být způsobeno jednak tím, že jsme zanedbali odpor kondenzátorů. Dále je možné, že v průběhu doby, kdy jsou kondenzátory používány v praxi se jejich kapacita snížila opotřebením, což je asi nejpravděpodobnější důvod odchylky naměřené hodnoty od udané.

Tabulka 4: Měření kapacit kondenzátorů kapacitní dekády

Č.	U/V	$I/\mu A$	$C/\mu F$	$\sigma_C/\mu F$
1	5,96	1067	0,57	0,01
1	5,03	900	0,57	0,01
1	4,34	774	0,57	0,01
1	3,68	657	0,57	0,01
2	1,34	248	0,59	0,01
2	2,68	488	0,58	0,01
2	3,55	648	0,58	0,01
2	4,97	908	0,58	0,01
3	1,89	688	1,16	0,01
3	2,88	1050	1,16	0,02
3	3,64	1326	1,16	0,02
3	4,15	1514	1,16	0,02
4	1,29	866	2,14	0,03
4	2,36	1580	2,13	0,03
4	3,04	2037	2,13	0,03
4	4,14	2775	2,13	0,03
5	1,15	826	2,29	0,03
5	1,73	1240	2,28	0,03
5	2,63	1883	2,28	0,03
5	3,34	2398	2,29	0,03
6	0,88	1073	3,88	0,05
6	1,77	2166	3,90	0,05
6	2,45	2986	3,88	0,06
6	1,90	2314	3,88	0,05

Tabulka 5: Srovnání hodnot kapacit uvedené na dekádě a naměřených hodnot

Č.	$C_r/\mu F$	$C/\mu F$
1	0,56	$0,57 \pm 0,01$
2	0,57	$0,58 \pm 0,01$
3	1,16	$1,16 \pm 0,02$
4	2,20	$2,13 \pm 0,03$
5	2,41	$2,28 \pm 0,03$
6	4,84	$3,88 \pm 0,06$

5 Závěr

Indukčnost a kvalita cívky bez jádra je

$$L_1 = (14 \pm 1) \text{ mH} \quad Q_1 = (1,6 \pm 0,1),$$

s otevřeným jádrem

$$L_2 = (94 \pm 5) \text{ mH} \quad Q_2 = (10,7 \pm 0,5)$$

a s uzavřeným jádrem pro proud 70 mA, kdy je maximální,

$$L_{max} = (2,32 \pm 0,06) \text{ H} \quad Q_{max} = (263 \pm 8).$$

Naměřené hodnoty kapacit kapacitní dekády jsou uvedeny v tabulce č. 5 společně se srovnáním s udávanými hodnotami.

6 Literatura

- [1] *R. Bakule, J. Šternberk:*
Fyzikální praktikum II - Elektřina a magnetismus
UK Praha, 1989
- [2] *J. English:*
Úvod do praktické fyziky I
Matfyzpress, Praha 2006
- [3] *J. Brož a kol.:*
Základy fyzikálních měření
SNTL Praha, 1983