

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM 2

Úloha č.: 6.

Název: Měření účinníku

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 14 dne 7.12.2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval:dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úloha:

1. Změřte účinník
 - a. rezistoru
 - b. kondenzátoru ($C = 10 \mu\text{F}$)
 - c. cievky

Určte chybu merania. Diskutujte zhodu výsledkov s teoretickými hodnotami pre ideálne prvky. Pre cievku vypočítajte indukčnosť a odpor v sériovom a paralelnom náhradnom zapojení.

2. Změřte účinník sériového a paralelného zapojenia rezistoru a kondenzátoru ($C = 1; 2; 5; 10 \mu\text{F}$). Z nameraných hodnôt stanovte odpor rezistoru. Určte chyby merania a rozhodnite, ktoré z oboch zapojení je v danom prípade vhodnejšie pre stanovenie odporu.
3. Změřte závislost' prúdu a výkonu na veľkosti kapacity zaradenej do sériového RLC obvodu.
4. Výsledky úlohy 3. spracujte graficky, v závislosti na zaradenej kapacite vyneste účinník, fázový posun napätia voči prúdu a výkon.

Teoretická časť:

Pre harmonický priebeh napätia a prúdu v obvode je výkon rovný

$$P = UI \cos j, \quad (1)$$

kde U a I sú efektívne hodnoty napätia a prúdu, φ je fázový posun prúdu voči napätiu a $\cos\varphi$ je tzv. účinník. Jeho hodnoty sa pohybujú medzi 0 a 1.

Vzťah prúdu a napätia v RLC obvodoch popisuje zovšeobecnený Ohmov zákon

$$U^* = Z^* I^*, \quad (2)$$

kde U^* a I^* je napätie a prúd vyjadrený v komplexnej symbolike, Z^* je komplexná veličina, ktorá sa nazýva impedancia. Pre ideálne prvky RLC obvodu je rovná

$$\begin{aligned} Z_R^* &= R \\ Z_L^* &= j\omega L, \\ Z_C^* &= -\frac{j}{\omega C} \end{aligned} \quad (3)$$

kde j je komplexná jednotka, ω je uhlová frekvencia striedavého napätia, L je indukčnosť cievky a C je kapacita kondenzátora.

V sériovom RLC obvode platí

$$Z^* = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right), \quad (4)$$

$$Z = |Z^*| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (5)$$

$$\tan j = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (6)$$

v paralelnom RLC obvode platí

$$\frac{1}{Z^*} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right), \quad (7)$$

$$\frac{1}{Z} = \left|\frac{1}{Z^*}\right| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}, \quad (8)$$

$$\tan j = \frac{R}{\omega L} - \omega RC. \quad (9)$$

Prvky zapojené v obvode nie sú ideálne, pretože cievka má nenulový odpor a kondenzátor má nenulovú vodivosť. Preto popisujeme tieto prvky tzv. náhradnými zapojeniami ideálnej indukčnosti resp. kapacity paralelne resp. do série s odporom. Ak vo vzťahoch (5) a (8) vynecháme členy s kapacitou, môžeme odvodiť indukčnosť a odpor v náhradnom zapojení cievky

$$R_s = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 j}} = \frac{U}{I} \cos j = \frac{P}{I^2}, \quad (10)$$

$$L_s = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \sqrt{\frac{\tan^2 j}{1 + \tan^2 j}} = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \sqrt{1 - \cos^2 j} = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \sqrt{1 - \frac{P^2}{U^2 I^2}}. \quad (11)$$

$$R_p = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \tan^2 j} = \frac{U}{I} \frac{1}{\cos j} = \frac{U^2}{P} \quad (12)$$

$$L_p = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \sqrt{\frac{1 + \tan^2 j}{\tan^2 j}} = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2 j}} = \frac{1}{\omega} \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{P^2}{U^2 I^2}}} \quad (13)$$

Ak poznáme kapacitu kondenzátora, môžeme zo vzťahov (5) a (8) vynechaním členov s indukčnosťou odvodiť odpor rezistoru v sériovom a paralelnom zapojení.

$$R_p = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - \omega^2 C^2}, \quad (14)$$

$$R_s = \frac{1}{\sqrt{\frac{I^2}{U^2} - \omega^2 C^2}}. \quad (15)$$

Výsledky meraní:

Zapojili sme obvod podľa obr.3 str. 42 v [1]. Najprv sme zmerali hodnoty účinníku pre rezistor, cievku a kondenzátor. Odpor rezistoru sme určili z nameraných hodnôt ako $R = 1050 \pm 20 \Omega$. Chybu sme určili ako chybu podielu nameraného napätia a prúdu. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 1. Napätie sme merali na digitálnom multimetri, chyba je odhadnutá z toho, ako veľmi sa menila hodnota, ktorú ukazoval prístroj. Prúd sme merali ampérmetrom s triedou presnosti 1,5 na rozsahoch 100 mA a 500 mA. Výkon sme merali wattmetrom, chybu sme určili z najmenšieho dielika stupnice, ktorý bol 25 mW.

Tabuľka 1: Hodnoty účinníku pre odpor, cievky a kondenzátor

	U [V]	I [mA]	P [W]	$\cos\varphi$
odpor	$59,9 \pm 0,1$	57 ± 1	$3,68 \pm 0,01$	$1,08 \pm 0,01$
kondenzátor	$59,5 \pm 0,1$	160 ± 4	$0,80 \pm 0,01$	$0,084 \pm 0,004$
cievka	$59,3 \pm 0,1$	30 ± 1	$0,80 \pm 0,01$	$0,45 \pm 0,02$

Odpor a indukčnosť cievky v paralelnom a sériovom zapojení sme vypočítali podľa vzťahov (10) až (13), hodnoty sú uvedené v tabuľke 2. Chyby sme určili prenesením chýb zo vzťahov (10) až (13).

Tabuľka 2: Indukčnosť a odpor cievky v sériovom a paralelnom zapojení

R_s [Ω]	L_s [H]
890 ± 70	$5,6 \pm 0,2$
R_p [Ω]	L_p [H]
4400 ± 90	$7,0 \pm 0,2$

Ďalej sme merali výkon pre sériové a paralelné zapojenie obvodu RC. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 3. Použili sme hodnotu kapacity uvedenú na kapacitnej dekáde, chybu odhadujeme na 1%. Prúd sme merali na rovnakom prístroji ako v predošlom prípade na rozsahoch 20 mA, 50 mA a 100 mA. Odchýlku sme určili z triedy presnosti a rozsahu. Podobne chybu výkonu sme určili z delenia stupnice. Chybu napätia sme určili zo zmien hodnoty ukazovanej multimetrom. Účinník sme určili podľa vzťahu (1), jeho chyba je určená prenesením z chýb veličín, ktoré v tomto vzťahu vystupujú. Odpor v sériovom a paralelnom

zapojení sme určili podľa vzťahov (14) a (15), chyby sú určené prenesením chýb z veličín vystupujúcich v týchto vzťahoch.

Tabuľka 3: Sériové a paralelné zapojenie RC obvodu

sériové zapojenie					
C [μ F]	I [mA]	U [V]	P [W]	cos φ	R _s [Ω]
1,05 \pm 0,01	16,4 \pm 0,2	59,4 \pm 0,1	0,28 \pm 0,01	0,28 \pm 0,02	2000 \pm 100
1,68 \pm 0,02	25,0 \pm 0,4	59,4 \pm 0,1	0,73 \pm 0,01	0,49 \pm 0,02	1430 \pm 80
4,99 \pm 0,05	44,0 \pm 0,4	59,0 \pm 0,1	2,35 \pm 0,01	0,91 \pm 0,02	1180 \pm 20
7,00 \pm 0,07	49,0 \pm 0,4	59,0 \pm 0,1	2,85 \pm 0,01	0,99 \pm 0,02	1120 \pm 10
9,99 \pm 0,10	53,0 \pm 0,9	58,8 \pm 0,1	3,25 \pm 0,01	1,04 \pm 0,02	1060 \pm 20
paralelné zapojenie					
C [μ F]	I [mA]	U [V]	P [W]	cos φ	R _p [Ω]
1,05 \pm 0,01	59,0 \pm 0,9	58,8 \pm 0,1	3,70 \pm 0,01	1,07 \pm 0,02	2000 \pm 20
1,68 \pm 0,02	63,0 \pm 0,9	59,0 \pm 0,1	3,73 \pm 0,01	1,00 \pm 0,02	1080 \pm 20
2,43 \pm 0,02	69,0 \pm 0,9	58,8 \pm 0,1	3,88 \pm 0,01	0,96 \pm 0,02	1120 \pm 30
4,99 \pm 0,05	98,0 \pm 0,9	59,0 \pm 0,1	4,13 \pm 0,01	0,71 \pm 0,01	1800 \pm 300

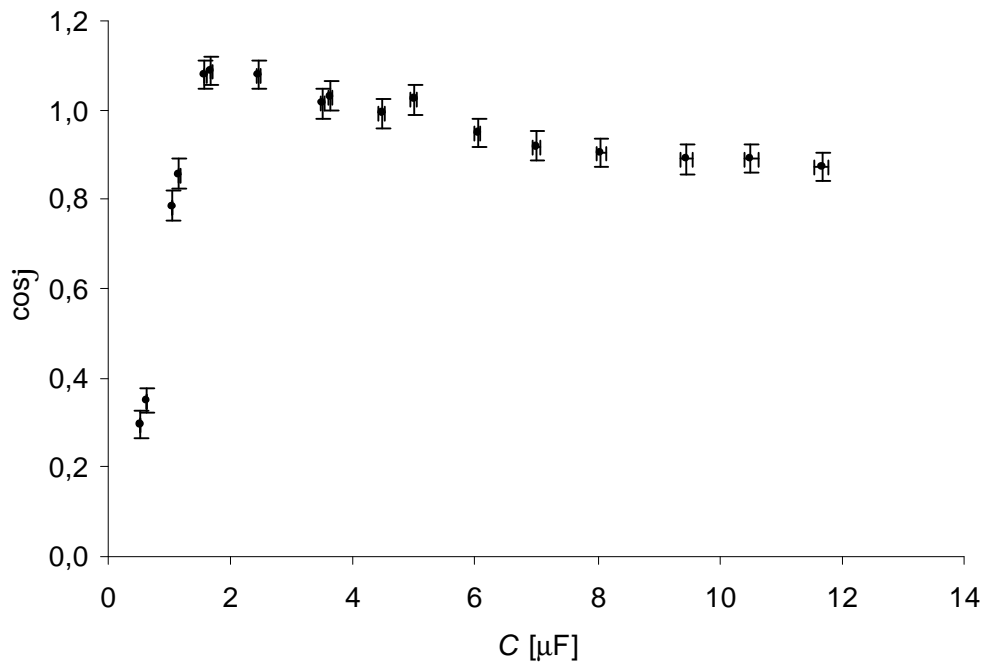
V sériovom zapojení RLC obvodu sme merali závislosť prúdu a výkonu na veľkosti zaradenej kapacity. Namerané hodnoty sú uvedené v tabuľke 4. Chyba kapacity, prúdu a výkonu je určená podobne ako v predošlých prípadoch. Napätie sa počas merania výrazne nemenilo, preto berieme rovnakú hodnotu $U = 59 \pm 0,5$ V pre všetky merania, chyba je odhadnutá z toho, ako sa napätie počas experimentu menilo. Účinník sme vypočítali podľa vzťahu (1), jeho chybu sme určili podobne ako v predchádzajúcich prípadoch. Fázový posun sme určili pre tie prípady, kde bol účinník menší ako 1, jeho chyba je určená z chyby účinníka.

Závislosti účinníka, fázového posunu a výkonu na kapacite sú vynesené v grafoch 1-3.

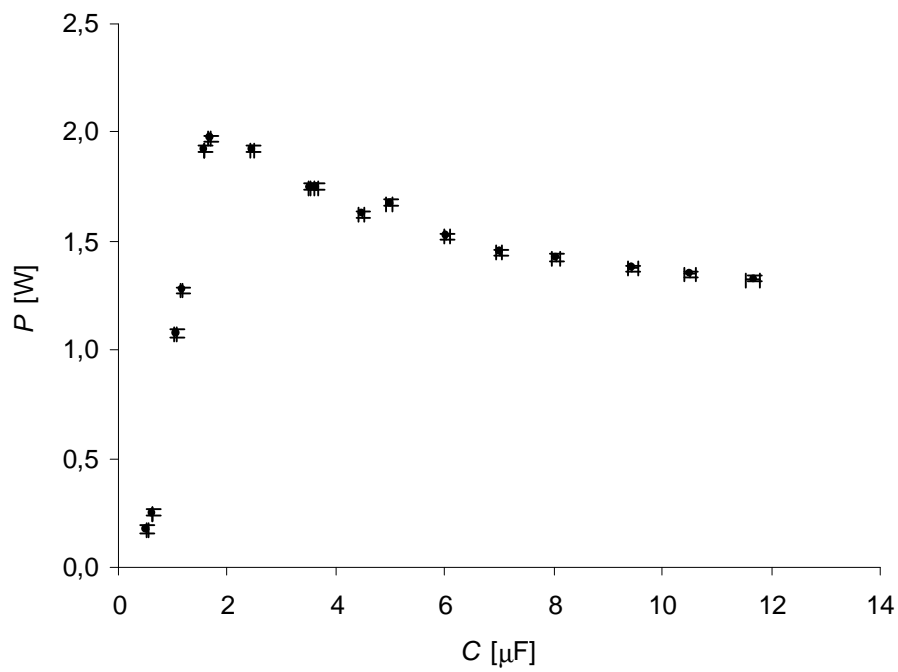
Tabuľka 4: Závislosť účinníka, výkonu a fázového posunu na kapacite

C [μ F]	I [mA]	P [W]	cos φ	φ [rad]
0,53 \pm 0,01	10,0 \pm 0,2	0,18 \pm 0,01	0,29 \pm 0,03	1,27 \pm 0,03
0,63 \pm 0,01	12,0 \pm 0,2	0,25 \pm 0,01	0,35 \pm 0,03	1,21 \pm 0,03
1,05 \pm 0,01	23,0 \pm 0,4	1,08 \pm 0,01	0,79 \pm 0,03	0,67 \pm 0,08
1,16 \pm 0,01	25,0 \pm 0,4	1,28 \pm 0,01	0,86 \pm 0,03	0,5 \pm 0,1
1,58 \pm 0,02	30,0 \pm 0,4	1,93 \pm 0,01	1,08 \pm 0,03	
1,68 \pm 0,02	30,5 \pm 0,4	1,98 \pm 0,01	1,09 \pm 0,03	
2,46 \pm 0,02	30,0 \pm 0,4	1,93 \pm 0,01	1,08 \pm 0,03	
3,51 \pm 0,04	29,0 \pm 0,4	1,75 \pm 0,01	1,01 \pm 0,03	
3,62 \pm 0,04	28,5 \pm 0,4	1,75 \pm 0,01	1,03 \pm 0,03	
4,47 \pm 0,04	27,5 \pm 0,4	1,63 \pm 0,01	1,01 \pm 0,03	
4,99 \pm 0,05	27,5 \pm 0,4	1,68 \pm 0,01	1,02 \pm 0,03	
6,04 \pm 0,06	27,0 \pm 0,4	1,53 \pm 0,01	0,95 \pm 0,03	0,3 \pm 0,3
7,00 \pm 0,07	26,5 \pm 0,4	1,45 \pm 0,01	0,92 \pm 0,03	0,4 \pm 0,2
8,05 \pm 0,08	26,5 \pm 0,4	1,43 \pm 0,01	0,90 \pm 0,03	0,4 \pm 0,2
9,46 \pm 0,09	26,0 \pm 0,4	1,38 \pm 0,01	0,89 \pm 0,03	0,5 \pm 0,2
10,51 \pm 0,11	25,5 \pm 0,4	1,35 \pm 0,01	0,89 \pm 0,03	0,5 \pm 0,2
11,67 \pm 0,12	25,5 \pm 0,4	1,33 \pm 0,01	0,87 \pm 0,03	0,5 \pm 0,1

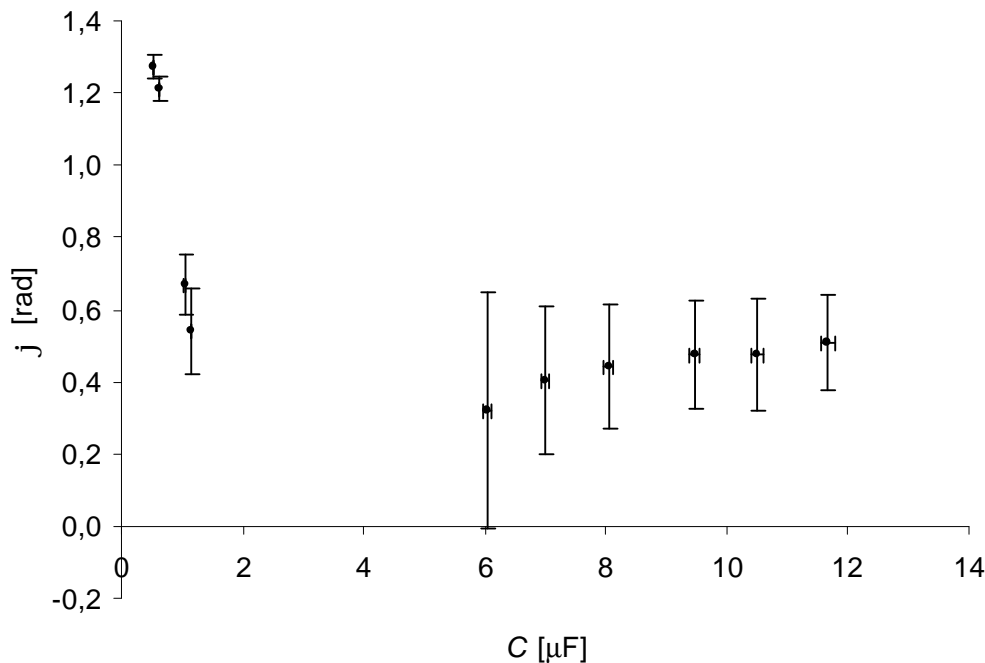
Graf 1: Závislosť účinníka na zaradenej kapacite



Graf 2: Závislosť výkonu na zaradenej kapacite



Graf 2: Závislosť fázového posunu na zaradenej kapacite



Diskusia:

V prvej úlohe sme merali účinník jednotlivých prvkov RLC obvodu. Pre ideálny odpor je účinník rovný 1, pre ideálnu cievku a kondenzátor je rovný 0. Z tabuľky 1 vidíme, že použitý kondenzátor sa priblížil ideálnej kapacite celkom dobre, zatiaľ čo použitá cievka sa nedá považovať za ideálnu indukčnosť, jej odpor totiž nie je zanedbateľný. Ako môžeme vidieť z tabuľky 2, odpor cievky v sériovom zapojení je približne 900Ω .

Hodnota účinníku pre samotný rezistor a pre obvod RLC v okolí rezonancie vychádza väčšia ako 1, pričom odchýlka je v niektorých prípadoch takmer 9%. Hrubú chybu môžeme porovnaním s výsledkami kolegov vylúčiť, takáto veľká odchýlka sa nedá vysvetliť ani štatistickou chybou. Meranie teda muselo byť zaťažené systematickými chybami, ktoré mohli byť spôsobené napríklad vnútornými odpormi meracích prístrojov, možné sú aj odchýlky od harmonického priebehu napätia a prúdu (pretože na transformovanie napätia bol použitý transformátor, v ktorom dochádza k magnetickému nasýteniu jadra cievok, čo má vplyv na priebeh napätia a prúdu), ktorý bol predpokladom pre platnosť použitých vzťahov.

Pre určenie odporu je najvýhodnejšie použiť také zapojenie RC obvodu, aby vplyv nedokonalosti kondenzátora bol čo najmenší a účinník bol maximálny. Z tabuľky 3 vidno, že toto je splnené pre vyššie kapacity kondenzátora v sériovom zapojení a nižšie kapacity v paralelnom zapojení, kedy je aj odchýlka určenia odporu menšia. Hodnota odporu určená z úlohy 1 sa v rámci chyby zhoduje s hodnotami odporu určenými pri kapacite $9,9 \mu\text{F}$ v sériovom zapojení a pri kapacite $1,68 \mu\text{F}$ v paralelnom zapojení. Určené odpory sú taktiež zaťažené pomerne veľkou štatistickou chybou, spôsobenou hlavne nepresným určením prúdu. Štatistické chyby sme sa snažili eliminovať meraním v druhej polovici stupnice.

V grafe 1 sa dá pozorovať rezonancia pri hodnote kapacity $C \approx 2 \mu\text{F}$.

Záver:

Zmerali sme účinník jednotlivých prvkov RLC obvodu, dostali sme hodnoty pre kondenzátor $\cos j_C = 0,084 \pm 0,004$, pre cievku $\cos j_L = 0,45 \pm 0,02$ a pre odpor $\cos j_R = 1,08 \pm 0,01$. Určili sme odpor a indukčnosť cievky v paralelnom a sériovom zapojení (viď tabuľka 2). Určili sme odpor rezistoru zo sériového a paralelného RC obvodu (viď tabuľka 3). Zmerali sme závislosť výkonu, účinníka a fázového posunu na kapacite zaradenej v sériovom RLC obvode (viď grafy 1, 2, 3).

Literatúra:

- [1] Doc. RNDr. Roman Bakule, CSc., Doc. RNDr. Jirí Šternberk, CSc., Fyzikální praktikum II. Elektřina a magnetismus, Státní pedagogické nakladatelství Praha
- [2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch, Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980