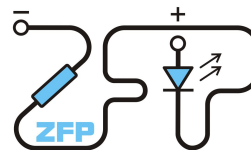


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č.

Název úlohy:.....

Jméno:Datum měření:

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkol

1. Změřte účinník:
 - (a) rezistoru,
 - (b) kondenzátoru ($C = 10 \mu\text{F}$)
 - (c) cívky.
2. Určete chybu měření. Diskutujte shodu výsledků s teoretickými hodnotami pro ideální prvky. Pro cívku vypočtete indukčnost a odpor v sériovém a paralelním náhradním zapojení.
3. Změřte účinník sériového a paralelního zapojení rezistoru a kondenzátoru ($C = 1, 2, 5, 10 \mu\text{F}$). Z naměřených hodnot stanovte odpor rezistoru. Určete chyby měření a rozhodněte, které z obou zapojení je v daném případě vhodnější pro stanovení odporu.
4. Změřte závislost proudu a výkonu na velikosti kapacity zařazené do sériového RLC obvodu.
5. Výsledky úkolu 4. zpracujte graficky, v závislosti na zařazené kapacitě vynesete účinník, fázový posuv napětí vůči proudu a výkon.

1 Teorie

Střední hodnota výkonu v obvodu s harmonickým průběhem proudu i a napětí u , vůči sobě fázově posunutým o φ je podle [1] roven

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt = UI \cos \varphi \quad (1)$$

kde U a I jsou efektivními hodnotami proudu a napětí. *Účinníkem* pak nazveme výraz $\cos \varphi$.

Pro popis harmonických střídavých obvodů používáme komplexní symboliku

$$u^*(t) = U_0 e^{j(\omega t + \varphi_1)} \quad (2)$$

$$i^*(t) = I_0 e^{j(\omega t + \varphi_2)} \quad (3)$$

$$Z^* = \frac{u^*(t)}{i^*(t)} = \frac{U_0}{I_0} e^{j\varphi} = Z e^{j\varphi} = \textit{konst} \quad (4)$$

kde $u^*(t)$ a $i^*(t)$ jsou okamžité hodnoty proudu a napětí, U_0 a I_0 špičkové hodnoty, ω frekvence, φ_1 a φ_2 fázové posuny proudu a napětí, Z^* impedance, Z její absolutní hodnota a $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ fázový rozdíl mezi proudem a napětím. Impedance je závislá na prvcích zařazených v obvodu a je časově nezávislá [1].

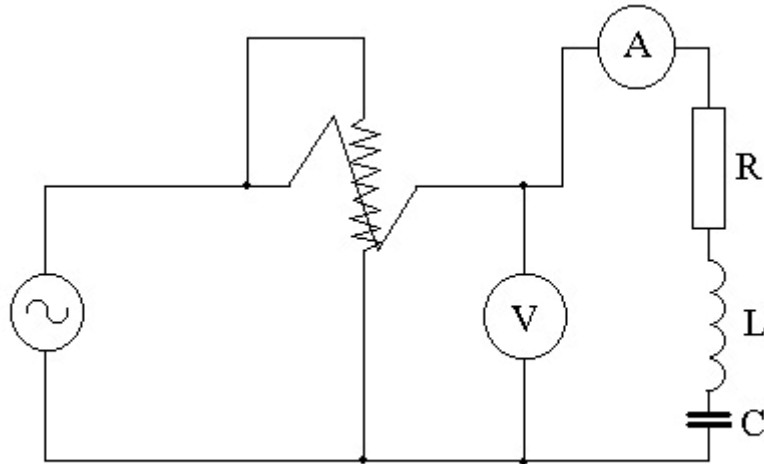
1.1 Sériový RLC obvod

Při sériovém řazení prvků RLC jsou dle [1] absolutní hodnota impedance a fázový posun rovny

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5)$$

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (6)$$

kde R je odpor rezistoru, L indukčnost zařazené cívky a C kapacita kondenzátoru. V případě, že některý prvek obvodu vynecháme, vynecháme příslušný člen ve vztazích výše.



Obrázek 1: Schéma pro měření účinníku obvodu [1]

1.2 Paralelní RLC obvod

Při paralelním řazení prvků RLC jsou dle [1] absolutní hodnota impedance a fázový posun rovny

$$\frac{1}{Z} = Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad (7)$$

$$\varphi = -\arctan\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right) \quad (8)$$

kde Y je tzv. *admittance*.

1.3 Náhradní zapojení

Součástky nemají vždy ideální parametry, např. cívka má i nezanedbatelný odpor, a proto se používají náhradní zapojení, kdy se tento prvek nahradí dvěma ideálními spojenými sériově nebo paralelně. Pro sériové a paralelní náhradní zapojení cívky platí vztahy dle [1], které se dají dále upravit s využitím (1) a (4):

$$R_S = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = \frac{P}{I^2} \quad (9)$$

$$L_S = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi}} = \frac{U}{\omega I} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{UI}\right)^2} \quad (10)$$

$$R_P = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{U^2}{P} \quad (11)$$

$$L_P = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{\tan^2 \varphi}} = \frac{U}{\omega I} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{P}{UI}\right)^2}} \quad (12)$$

Protože R tvoří vždy reálnou část impedance, vztahy pro R_P a R_S platí i při zjišťování odporu například v RC obvodu.

2 Pomůcky

analogový wattmetr, digitální ampérmetr, dig. voltmetr, dig. wattmetr HM-8115-2, cívka, kapacitní dekáda, rezistor, laboratorní zdroj napětí, propojovací vodiče

3 Výsledky měření

Podmínky měření

Chybu měření analogovým wattmetrem byla odhadnuta jako 2 dílky (nezřetelná ryska a popraskaná stupnice umožňovaly čtení hodnot pouze odhadem díky podsvětlení), což při daném rozsahu odpovídá 0,25 W. Chybu měření digitálním voltmetrem byla odhadnuta jako 0,1 V v důsledku kolísání hodnot, chyba měření ampérmetru je dle výrobce 0,5 % z hodnoty i z rozsahu.

Digitální wattmetr HM-8115-2 měří zároveň i proud a napětí s přesností:

wattmetr: (0,5 % + 10 digits)

voltmetr: (0,4 % + 5 digits)

ampérmetr: (0,4 % + 5 digits)

Kapacitní dekádu uvažujeme přesnou vzhledem k ostatním měřeným veličinám.

$$\omega = 2\pi f = (314 \pm 4) \text{ s}^{-1}$$

Není-li uvedeno jinak, chyby nepřímých měření se počítají z výše uvedených pomocí vztahu pro výpočet nejistoty nepřímých měření [2]

3.1 Účinnost jednotlivých prvků R, L a C

P , U a I byly změřeny jednak analogově, jednak digitálně (tab. 1). Účinnost byl vypočítán ze vztahu (1). Dále byly pro cívku určeny podle vztahů (9)–(12) parametry náhradního zapojení (tab. 2).

Tabulka 1: Účinnost jednotlivých prvků obvodu

	P [W]	U [V]	I [mA]	$\cos \varphi \pm \sigma_{\cos \varphi}$
<i>analogově</i>				
rezistor	2,5	50,5	49,6	$1,0 \pm 0,1$
kondenzátor	0	53,7	165	$0,00 \pm 0,03$
cívka	0,4	53,1	30,3	$0,2 \pm 0,2$
<i>digitálně</i>				
rezistor	2,34	48,4	48	$1,0 \pm 0,2$
kondenzátor	0,04	51,6	165	$0,005 \pm 0,002$
cívka	0,59	50	29	$0,41 \pm 0,08$

Tabulka 2: Parametry náhradního zapojení cívky

	R_P [k Ω]	L_P [H]	R_S [Ω]	L_S [H]
<i>analogově</i>	7 ± 4	6 ± 3	400 ± 300	5 ± 3
<i>digitálně</i>	$4,2 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,5$	700 ± 300	$5,0 \pm 0,6$

Tabulka 3: Účinník RC obvodu v závislosti na kapacitě

<i>analogově</i>						<i>digitálně</i>				
C [μF]	P [W]	U [V]	I [mA]	$\cos \varphi$	R [Ω]	P [W]	U [V]	I [mA]	$\cos \varphi$	R [Ω]
<i>sériově</i>										
1	0,13	50,8	14,5	$0,2 \pm 0,3$	595 ± 1189	0,23	51	15	$0,3 \pm 0,1$	1040 ± 703
2	0,63	50,7	27	$0,5 \pm 0,2$	857 ± 343	0,74	50,7	27	$0,5 \pm 0,1$	1023 ± 387
5	1,63	50,0	42,2	$0,8 \pm 0,1$	912 ± 140	1,80	50,1	42	$0,9 \pm 0,1$	1021 ± 251
10	2,13	49,7	46,9	$0,9 \pm 0,1$	966 ± 114	2,26	50	47	$1,0 \pm 0,1$	1022 ± 225
<i>paralelně</i>										
1	2,38	51,3	49,8	$0,93 \pm 0,10$	1108 ± 117	2,45	49,6	52	$0,95 \pm 0,10$	1004 ± 30
2	2,38	49,8	59	$0,81 \pm 0,09$	1045 ± 110	2,47	49,9	59	$0,84 \pm 0,08$	1008 ± 30
5	2,5	50,3	96,8	$0,51 \pm 0,05$	1014 ± 101	2,5	50,2	95	$0,52 \pm 0,03$	1008 ± 30
10	2,5	50,6	172	$0,29 \pm 0,03$	1025 ± 102	2,54	50,4	170	$0,30 \pm 0,01$	1000 ± 29

3.2 Sériový a paralelní RC obvod

Závislost na zařazené kapacitě byla měřena pro paralelní i sériový obvod analogově i digitálně. Výsledky jsou v tab. 3. Účinník podle (1), odpor rezistoru podle vztahů (9) a (11), odpor kondenzátoru neuvažujeme.

Uvážíme-li chyby měření odporu, jako nejpřesnější se jeví paralelní zapojení měřené digitálním wattmetrem, statistickým zpracováním byl tedy určen odpor:

$$R = (1010 \pm 20) \Omega$$

3.3 Sériový RLC obvod

V sériovém RLC obvodu byla sledována závislost účinníku, fázového posuvu a výkonu na zařazené kapacitě (tab. 4). Účinník byl vypočítán jako v předchozím případě, fázový posuv jako jeho inverze. Protože kosinus je sudá funkce, byla vypočítána pouze jeho absolutní hodnota.

Výsledky byly vyneseny do grafů 2 až 4 a proloženy teoretickými závislostmi s využitím vypočítaných parametrů R a L (digitální hodnoty). Pro fázový posuv je to závislost (6), pro účinník závislost

$$\cos \left(\arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \quad (13)$$

a pro výkon závislost

$$P = \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos \left(\arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) \quad (14)$$

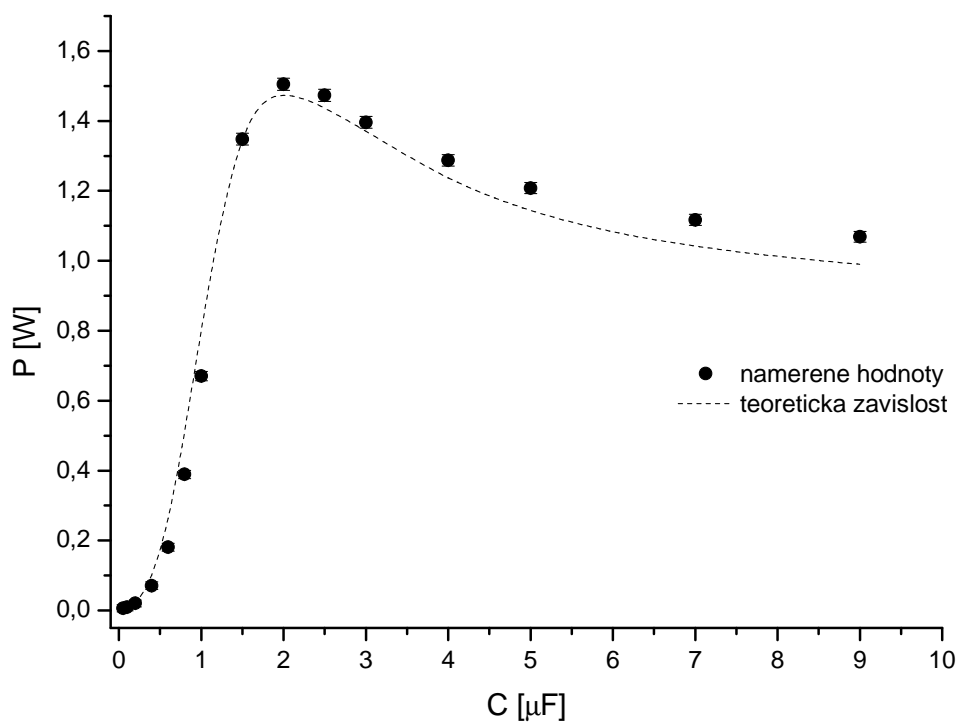
4 Diskuze výsledků

Při měření účinníku jednotlivých prvků jsme se zdaleka největší chyby dopustili na analogovém wattmetru, kdy nebylo ze stupnice možno přesně odečíst hodnotu (relativní chyba dosahovala až 100 %), což se pochopitelně projevilo i na nejistotách určení parametrů náhradního zapojení.

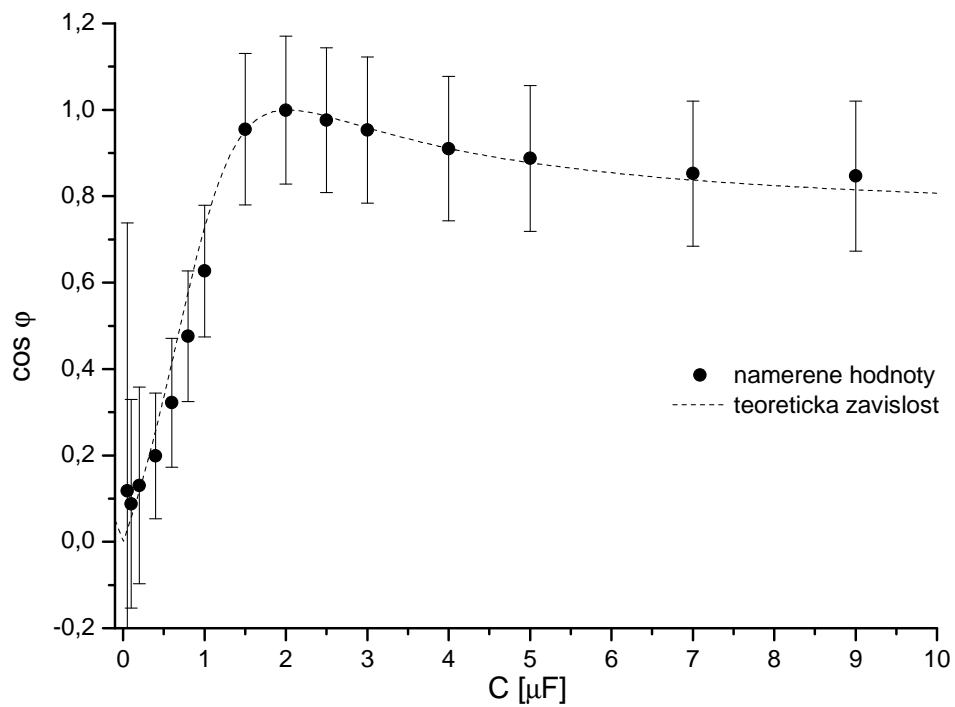
Bylo ověřeno, že kondenzátor lze pokládat za ideální (jeho odpor je téměř zanedbatelný), stejně jako rezistor (nemá kapacitu ani indukčnost). Ne tak ovšem cívku, která má v důsledku dlouhého vinutí značný odpor.

Tabulka 4: Účinník, výkon a fázový posuv v závislosti na kapacitě

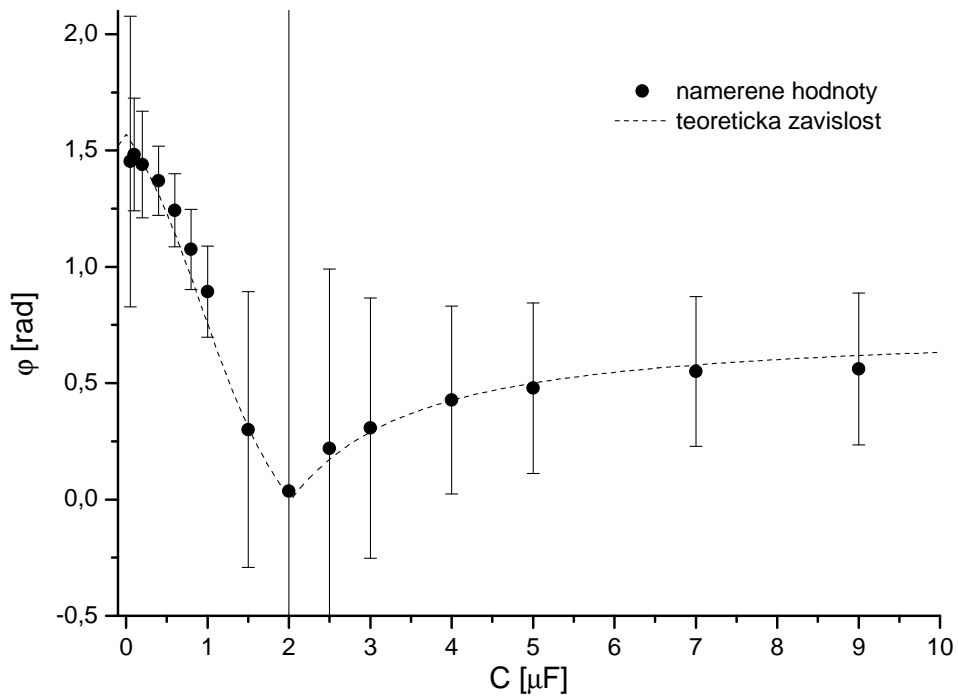
C [μF]	P [W]	U [V]	I [mA]	$\cos \varphi$	φ [rad]
0,05	0,006 \pm 0,010	51	1	0,1 \pm 0,6	1,5 \pm 0,6
0,1	0,009 \pm 0,010	51,1	2	0,1 \pm 0,2	1,5 \pm 0,2
0,2	0,020 \pm 0,010	51,1	3	0,1 \pm 0,2	1,4 \pm 0,2
0,4	0,071 \pm 0,010	51	7	0,2 \pm 0,1	1,4 \pm 0,1
0,6	0,181 \pm 0,011	51,1	11	0,3 \pm 0,1	1,2 \pm 0,2
0,8	0,389 \pm 0,012	51,1	16	0,5 \pm 0,2	1,1 \pm 0,2
1	0,670 \pm 0,013	50,9	21	0,6 \pm 0,2	0,9 \pm 0,2
1,5	1,348 \pm 0,017	50,4	28	1,0 \pm 0,2	0,3 \pm 0,6
2	1,505 \pm 0,018	50,2	30	1,0 \pm 0,2	0,0 \pm 4,7
2,5	1,473 \pm 0,017	50,3	30	1,0 \pm 0,2	0,2 \pm 0,8
3	1,396 \pm 0,017	50,5	29	1,0 \pm 0,2	0,3 \pm 0,6
4	1,287 \pm 0,016	50,5	28	0,9 \pm 0,2	0,4 \pm 0,4
5	1,208 \pm 0,016	50,4	27	0,9 \pm 0,2	0,5 \pm 0,4
7	1,117 \pm 0,016	50,4	26	0,9 \pm 0,2	0,6 \pm 0,3
9	1,069 \pm 0,015	50,5	25	0,8 \pm 0,2	0,6 \pm 0,3



Obrázek 2: Závislost výkonu sériového RLC obvodu na zařazené kapacitě (proloženo závislostí (14))



Obrázek 3: Závislost účinníku sériového RLC obvodu na zařazené kapacitě (proloženo závislostí (13))



Obrázek 4: Závislost absolutní hodnoty fázového posuvu proudu a napětí sériového RLC obvodu na zařazené kapacitě (proloženo závislostí (6))

Pro určení odporu zařazeného do RC obvodu je nejvýhodnější paralelní digitální zapojení. Analogovým wattmetrem se na daném rozsahu dopouštíme značné chyby již při čtení hodnot a digitální sériové zapojení trpí velkým rozsahem ampérmetru vzhledem k malým měřeným proudům.

Závislost fázového posuvu v RLC obvodu lze určit až na znaménko, to by se však dalo určit z průběhu funkce srovnáním s teoretickými předpoklady. V okolí kapacity $2\ \mu\text{F}$, kdy jsou proud a napětí v obvodu ve fázi (viz obr. 4), se dopouštíme velké chyby v určení fázového posuvu v důsledku dělením číslem blízkým nule při výpočtu chyby měření.

V případě závislosti výkonu na kapacitě se teoretická závislost zcela neshoduje s naměřenými hodnotami. Protože se však teoretická závislost počítá z experimentálně získaných parametrů R a L , věrohodnější jsou hodnoty naměřené.

5 Závěr

Byl změřen účinník jednotlivých prvků R , L , C obvodu a parametry náhradního zapojení pro cívkou (viz tab. 1 a tab. 2).

Dále byl stanoven odpor rezistoru pomocí měření účinníku v RC obvodu:

$$R = (1010 \pm 20)\ \Omega$$

Závislost výkonu, účinníku a fázového rozdílu mezi proudem a napětím v sériovém RLC obvodu odpovídá teoretickým předpokladům.

Reference

- [1] Studijní text k Praktiku II. [online], [cit. 2013-12-26].
URL <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_214.pdf>
- [2] Englich, J.: *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, první vydání, 2006, ISBN 80-867-3293-2, 145 s.