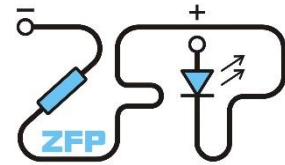


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum II



Úloha č. IV

Název úlohy: Měření malých odporů

Jméno: Anežka Doležalová

Obor: **FOF** ~~FAF~~ ~~FMUZV~~

Datum měření: 9.10.2018

Datum odevzdání: 16.10.2018

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 3	
Teoretická část	0 - 2	
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkoly

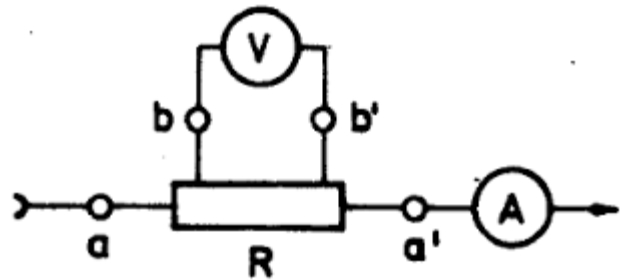
1. Změřte průměry šesti drátů na pracovní desce.
2. Změřte odpor šesti drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem Metra - MTW. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření. Současně určete odpor přívodních vodičů a odpor na svorkách v případě měření Wheatstoneovým můstkem.
3. Změřte odpory ve čtyřbodovém zapojení pomocí multimetru KEITHLEY 2010.
4. Určete měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

Teorie

Měřit odpory velikosti 1Ω až $10^7\Omega$ lze jednoduchým můstkovým obvodem nazývaným Wheatstoneův můstek. Při měření menších odporů však nelze zanedbat odpory přívodních vodičů a kontaktů, které mohou způsobovat systematickou chybu. Z tohoto důvodu se používá čtyřbodové zapojení. Využitím čtyřbodového zapojení v můstkovém obvodu je poté Thomsonův můstek.

Čtyřbodové zapojení

Pro toto zapojení je nutný rezistor se čtyřmi svorkami (viz obr.1), kde vnější svorky a a a' jsou proudové a vnitřní b a b' napěťové. Díky tomuto uspořádání je tedy možné měřit pouze odpor rezistoru (mezi svorkami b a b') bez ovlivnění odpory přívodních vodičů proudu. Pokud je odpor voltmetru co největší, lze zanedbat i odpory přívodních vodičů k voltmetru.



obr. 1: Čtyřbodové zapojení [1]

Wheatstoneův můstek

Tento můstkový obvod se skládá ze čtyř odporů zapojených podle obr. 2. Pro celé měření je podstatné, aby indikátorem G (viz obr.2) tekl nulový proud. Pokud je toto splněno, platí následující rovnice

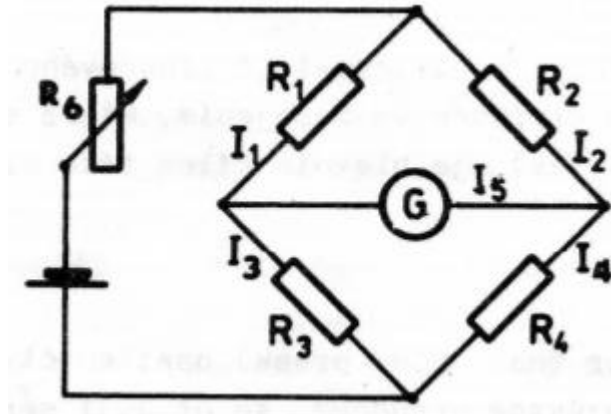
$$I_1 = I_3, I_2 = I_4, I_1 R_1 = I_2 R_2, I_3 R_3 = I_4 R_4 \quad (1)$$

Z těchto vztahů vyplývá následující, kterým lze pro každou trojici odporů dopočítat zbývající.

$$R_1/R_2 = R_3/R_4 \quad (2)$$

Při měření je k dispozici můstek, kde odpory R_3 , R_4 lze volit z hodnot 1, 10, 100 nebo 1000Ω , a odpor R_2 je tvořen pětímístným dekádním odporem. Jako odpor R_1 poté připojíme námi zkoumaný odpor, jehož velikost vypočteme ze vztahu (2).

U tohoto zapojení je však nutné uvažovat systematickou chybu v podobě odporů přívodních vodičů.



obr. 2: Whetstoneův můstek [1]

Thomsonův můstek

Tato metoda využívá i čtyřbodového zapojení, je tedy nezatížená systematickou chybou přívodních vodičů jako předešlá metoda. Zapojení je vidět na obr. 3. Zde musí být na indikátoru G nulový rozdíl potenciálů, poté teče odpory p , q stejný proud i . Napětí na odporu P musí být rovno napětí na odporech R_N a p , stejně tak i v druhé polovině obvodu, a proto platí

$$IP = I_0 R_N + ip, IQ = I_0 R_X + iq \quad (3)$$

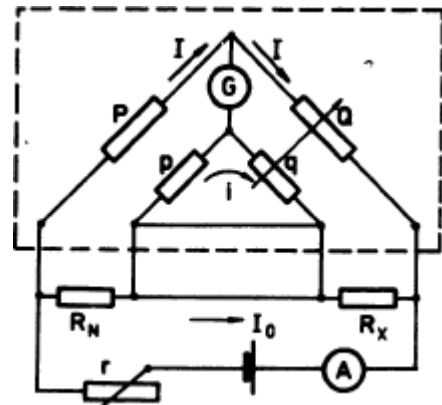
Zvolíme-li odpory tak, aby platilo

$$p/P = q/Q \quad (4)$$

vyjde ze vztahů (3) (s použitím (4)) rovnice ve tvaru

$$R_x = \frac{Q}{P} R_N \quad (5)$$

Při měření s Thomsonovým můstkem je čárkovaná část na obr. 3 vyrobena komerčně a výrobce ručí za splnění podmínky (4). Odpory p a P lze volit z hodnot 1, 10, 100 nebo 1000 Ω s tím, že se volí vždy stejné. Odpory q a Q tvoří zdvojená pětimístná dekáda.



obr. 3: Thomsonův můstek [1]

Měrný odpor

Měrný odpor je definován vztahem

$$\rho = \frac{RS}{l} \quad (6)$$

kde R je odpor homogenního vodiče o průřezu S a délce l . Jednotkou měrného odporu je ohmmetr ($\Omega \cdot m$). Pro výpočet průřezu vodiče je nutné změřit průměr vodiče d a poté podle vztahu

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad (7)$$

obsah jeho průřezu S . Délku l změříme jako vzdálenost rysek na upevnění vodiče.

Výsledky měření

a) Wheatstoneův můstek

U této metody nelze zanedbat odpory přívodních vodičů. Tyto odpory byly změřeny a mají celkovou hodnotu 24 mΩ.

Dále byli změřeny hodnoty odporů všech šesti měřených vzorků, tyto hodnoty jsou zaznamenané v tabulce č. 1. Měření probíhalo tak, že se nastavoval odpor R_2 na pětimístné dekádě tak, aby proud procházející indikátorem G byl nulový. Odpor R_3 byl nastaven na hodnotu 1Ω a R_4 na hodnotu 1000Ω. V tabulce č. 1 je tedy uvedena hodnota nastaveného odporu R_2 a poté hodnota přepočítaného odporu R_I podle vztahu (2), který byl měřen. Dále je zde uveden odpor po započítání již zmíněné systematické chyby v podobě odporu přívodních vodičů označený R_x .

Tabulka č. 1: Wheatstoneův můstek

materiál	R_2 [Ω]	R_I [mΩ]	R_x [mΩ]
wolfram	166,1 ± 0,03	166,1 ± 0,03	142,1 ± 0,04
měď	34,9 ± 0,01	34,9 ± 0,01	10,9 ± 0,01
kanthal	6241 ± 1	6241 ± 1	6217 ± 1
železo	1506,3 ± 0,3	1506,3 ± 0,3	1482,3 ± 0,3
mosaz	245,8 ± 0,05	245,8 ± 0,05	221,8 ± 0,05
chromnikl	1201,1 ± 0,2	1201,1 ± 0,2	1177,1 ± 0,3

b) Thomsonův můstek

Jako normál je zde zapojen odpor 0,1 Ω. Odpory přívodních vodičů se zde nemusejí řešit, protože se jedná o čtyřbodové zapojení.

Změřeny byly opět všechny vzorky, jak je uvedeno v tabulce č. 2. Měření probíhalo tak, že byl nastavován odpor $Q = q$ na pětimístné dekádě a odpor $P = p$ z hodnot 100 nebo 1000 Ω tak, aby na indikátoru G byla 0. V tabulce č. 2 jsou vždy uvedeny hodnoty odporů Q , P a R_x , který byl spočítán podle vztahu (5).

Tabulka č. 2: Thomsonův můstek

materiál	Q [Ω]	P [Ω]	R_x [mΩ]
wolfram	1387,2 ± 0,3	1000	138,72 ± 0,03
měď	109,5 ± 0,02	1000	10,95 ± 0,002
kanthal	6243 ± 1	100	6243 ± 1
železo	1488,3 ± 0,3	100	1488,3 ± 0,3
mosaz	2215,2 ± 0,4	1000	221,52 ± 0,04
chromnikl	1179,9 ± 0,2	100	1179,9 ± 0,2

c) Čtyřbodové zapojení – přímé měření multimetrem KEITHLEY 2010

Všech šest vzorků bylo připojeno čtyřbodovým zapojením k multimetru KEITHLEY 2010. Bylo změřeno vždy pět hodnot pro každý materiál a z nich určen výsledný odpor s výběrovou směrodatnou odchylkou – uvedeno v tabulce č. 3.

Tabulka č. 3: Čtyřbodové zapojení

číslo měření	$R_{wolfram}$ [mΩ]	$R_{měď}$ [mΩ]	$R_{kanthal}$ [mΩ]	$R_{železo}$ [mΩ]	R_{mosaz} [mΩ]	$R_{chromnikl}$ [mΩ]
1	137,855	11,475	6241,493	1481,156	221,609	1180,539
2	137,888	11,443	6241,503	1481,061	221,587	1180,523
3	137,912	11,235	6241,476	1481,315	221,538	1180,495
4	138,286	11,213	6241,806	1481,253	221,723	1180,478
5	138,126	11,231	6241,813	1481,219	221,673	1180,481
η_R [mΩ]	138,01	11,3	6241,6	1481,2	221,63	1180,503
σ_R [mΩ]	0,19	0,1	0,2	0,1	0,07	0,027

d) Měrný odpor

Pro výpočet měrného odporu je podle vztahu (6) nutné znát jeho odpor a rozměry. Odpor jsme získali hned třemi metodami, pro tyto výpočty použijeme výsledky multimetru KEITHLEY 2010 z části c). Délka všech vzorků je stejná, $l = (900 \pm 1)$ mm. Průměry d a vypočtené průřezy S všech vzorků jsou uvedeny v tabulce č. 4. V tabulce č. 5 jsou uvedeny výsledné měrné odpory ρ všech vzorků a tabelované měrné odpory ρ_t udaných materiálů.

Tabulka č. 4: Rozměry vzorků

číslo měření	wolfram	měď	kanthal	železo	mosaz	chromnikl
1	0,67	1,32	0,48	0,39	0,57	0,96
2	0,67	1,33	0,48	0,39	0,56	0,95
3	0,67	1,33	0,48	0,39	0,55	0,96
4	0,66	1,32	0,48	0,4	0,57	0,95
5	0,67	1,33	0,49	0,39	0,56	0,95
l [mm]	$0,67 \pm 0,01$	$1,33 \pm 0,01$	$0,48 \pm 0,01$	$0,39 \pm 0,01$	$0,56 \pm 0,01$	$0,95 \pm 0,01$
S [mm ²]	$0,35 \pm 0,02$	$1,38 \pm 0,03$	$0,18 \pm 0,01$	$0,12 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,05$	$0,71 \pm 0,03$

Tabulka č. 5: Měrné odpory

materiál	ρ [m Ω .mm]	ρ_t [m Ω .mm]
wolfram	$0,054 \pm 0,003$	0,053 [2]
měď	$0,017 \pm 0,001$	0,017 [2]
kanthal	$1,27 \pm 0,07$	1,25 [3]
železo	$0,199 \pm 0,017$	0,1 – 0,2 [2]
mosaz	$0,061 \pm 0,012$	0,075 [4]
chromnikl	$0,94 \pm 0,04$	1,1 [2]

Diskuse

Měřením odporů metodou Wheatstoneova můstku, Thomsonova můstku a multimetrem byli zjištěny hodnoty pouze s malými vzájemnými odchylkami. Nejvíce jiné byly hodnoty zjištěné metodou Wheatstoneova můstku. To bylo pravděpodobně způsobeno tím, že se zde uplatní odpory přívodních vodičů a svorek. Tyto odpory byli změřeny a odečteny, ale i tak mohli způsobit odchylky, například při rozdílném upevnění vodičů ve svorkách.

Thomsonův můstek je z tohoto ohledu přesnější, protože se zde použije čtyřbodové zapojení a odpory vodičů se neuplatní. Při měření multimetrem KEITHLEY 2010 byla také použita čtyřbodová metoda. Tyto dvě metody se velmi dobře shodli, a proto je pravděpodobné, že jejich výsledky jsou správné.

Pro výpočet měrných odporů jsem proto použila výsledky z měření multimetrem, pravděpodobně nejpresnější měření (nejméně se zde uplatní lidský faktor).

Dále bylo třeba zjistit délku vzorků, ta byla změřena délkovým měřidlem. Měřila jsem podle rysek, které jsou u vzorků vyznačeny. Tady může být další chybový faktor, i když nevelký, v tom, že nevíme, jak přesně jsou rysky určeny a zda se po nějakém čase a používání nepohnuly.

Největší vliv na přesnost výpočtů by mělo mít měření průměru drátu. Objevuje se ve výpočtech ve druhé mocnině a je to velmi malá hodnota měřená mikrometrem. Přesto, v pěti místech se hodnoty lišili opravdu minimálně, a proto tato chyba nebude tak velká, jak bylo očekáváno.

Porovnávání vypočtených měrných odporů s tabelovanými hodnotami ukázalo, že měření bylo velmi přesné. U některých materiálů se hodnoty shodovali úplně (měď, železo), ve zbylých byly v rámci chyby (wolfram, kanthal) nebo jen lehce mimo interval nejistoty (mosaz, chromnikl). U materiálů s největšími rozdíly od tabelovaných hodnot má pravděpodobně vliv také fakt, že to jsou slitiny a my neznáme jejich přesné složení.

Závěr

Byly změřeny hodnoty odporů šesti vzorků třemi různými metodami.

Wheatstoneovým můstkem byly výsledné hodnoty $R_{\text{wolfram}} = (142,1 \pm 0,04) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{měď}} = (10,9 \pm 0,01) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{kanthal}} = (6217 \pm 1) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{železo}} = (1482,3 \pm 0,3) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{mosaz}} = (221,8 \pm 0,05) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{chromnikl}} = (1177,1 \pm 0,3) \text{ m}\Omega$.

Thomsonovým můstkem byly naměřeny hodnoty $R_{\text{wolfram}} = (138,72 \pm 0,03) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{měď}} = (10,95 \pm 0,02) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{kanthal}} = (6243 \pm 1) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{železo}} = (1488,3 \pm 0,3) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{mosaz}} = (221,52 \pm 0,04) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{chromnikl}} = (1179,9 \pm 0,2) \text{ m}\Omega$.

Přes čtyřbodové zapojení multimetrem KEITHLEY 2010 byly naměřeny hodnoty $R_{\text{wolfram}} = (138,01 \pm 0,19) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{měď}} = (11,3 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{kanthal}} = (6241,6 \pm 0,2) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{železo}} = (1481,2 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{mosaz}} = (221,63 \pm 0,07) \text{ m}\Omega$, $R_{\text{chromnikl}} = (1180,503 \pm 0,027) \text{ m}\Omega$.

Měrné odpory byly vypočteny na hodnoty $\rho_{\text{wolfram}} = (0,054 \pm 0,003) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$, $\rho_{\text{měď}} = (0,017 \pm 0,001) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$, $\rho_{\text{kanthal}} = (1,27 \pm 0,07) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$, $\rho_{\text{železo}} = (0,199 \pm 0,017) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$, $\rho_{\text{mosaz}} = (0,061 \pm 0,012) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$, $\rho_{\text{chromnikl}} = (0,94 \pm 0,04) \text{ m}\Omega \cdot \text{mm}$.

Zdroje

- [1] Základní fyzikální praktikum [Základní fyzikální praktikum]. [online] [cit. 15.10.2018]. Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/media/zadani/texty/txt_204.pdf
- [2] Konstanty a hodnoty důležitých veličin [online] [cit. 15.10.2018]. Dostupné z: <http://elektross.gjn.cz/konstanty.html>
- [3] Kanthal – Wikipedie. [online] [cit. 15.10.2018]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Kanthal>
- [4] Měrný odpor - tabulky měrného odporu. conVERTER - převody jednotek [online]. Copyright © 2002 [cit. 15.10.2018]. Dostupné z: <http://www.converter.cz/tabulky/merny-odpor.htm>