

Pracovní úkol

1. Změřte odpor šesti drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem Metra - MTW. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření.
2. Stanovte měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

Teorie

Můstkové obvody jsou jedna z nejpoužívanějších metod při měření malých odporů. Je to také jedna z metod nepřesnějších. Můstky jsou založeny na principu vyrovnání napětí mezi dvěma větvemi obvodu.

Wheatstoneův můstek

Měření s Wheatstoneovým můstkem se užívá hlavně pro měření odporů v rozmezí 1Ω - $10^7\Omega$. Měření může být zatíženo systematickou chybou způsobenou odporem vodičů. Můstkový obvod je znázorněn na obr.1.

Pokud je můstek v rovnováze, indikátorem G teče nulový proud. Za této podmínky platí [1]:

$$X = R \frac{a}{b} \quad (1)$$

kde X , R , a , b jsou odpory na jednotlivých větvích obvodu.

Velikost odporů a , b může nabývat hodnot 1,10,100 a 1000.

Thomsonův můstek

Thomsonův můstek je primárně určen k měření odporů, které nepřesahují 1Ω . Pro přesné měření je nutné čtyřbodové zapojení měřeného odporu R_X i odporového normálu R_N . Schéma zapojení Thomsonova můstkového obvodu je zakresleno na obr.2. Pokud je můstek v rovnováze, tedy indikátorem G teče nulový proud, pak platí [1]:

$$IP = I_0 R_N + ip = I_0 R_X + iq \quad (2)$$

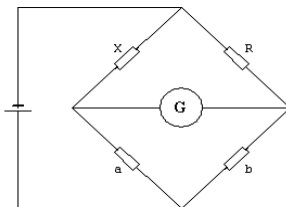
Odpory jsou zvolené tak, aby platilo [1]:

$$p: P = q: Q \quad (3)$$

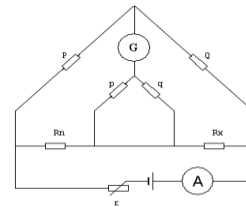
Z rovnice (2) pak dostaneme jednodušší tvar [1]:

$$R_X = \frac{Q}{P} R_N \quad (4)$$

Odpor P může nabývat hodnot 1, 10, 100 a 1000. Normálový odpor R_N je daný, v našem případě $0,1\Omega$.



obr.1 Wheatstoneův můstek



obr.2 Thomsonův můstek

Měrný odpor

Pro měrný odpor vodiče s kruhovým průřezem platí vztah [1]:

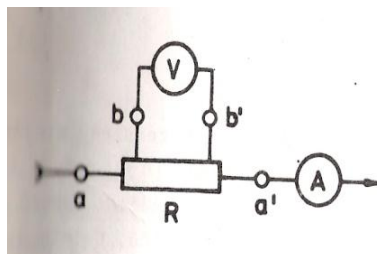
$$\rho = \frac{R\pi d^2}{4l} \quad (5)$$

kde l je délka homogenního vodiče, d jeho průměr, R jeho odpor.

Čtyřbodové zapojení odporu

Měřený prvek je opatřen čtyřmi kontakty. Vnější, proudové, kontakty a, a' se sériově zapojí do obvodu se zdrojem napětí. Mezi vnitřními, napěťovými, kontakty b, b' měříme napětí.

V našem případě funkci zdroje i voltmetru zajistil jeden elektronický přístroj. Schema čtyřbodového zapojení je vidět na obr.3. Pokud je odpor voltmetru o hodně větší než odpor R , odpory kontaktů a vodičů se neuplatní.



obr.3 čtyřbodové zapojení odporu

Výsledky měření

Wheatstoneův můstek

Měřila jsem odpor drátu z Wolframu, Mědi, Konstantanu, Železa, Mosazi a Chromniklu.

Poměr $a:b$ jsem u této úlohy nastavila na hodnotu 1:1000. Odpor R jsem pak nastavovala na pětimístné dekádě tak, aby indikátorem G tekla nulový proud.

Odpor vodičů nám při tomto měření zavádí nezanedbatelnou systematickou chybu.

naměřený odpor vodičů: $R_v = (2,14 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \Omega$

Odpor X jsem určila ze vztahu (1). R_F je pak výsledný odpor opravený o systematickou chybu způsobenou odporem vodičů.

Chybu měření jsem určila podle dodatečného kontrolního měření R , které oproti původním hodnotám vykazovalo odchylku $0,5\Omega$. Chyba výsledku R_F je tedy $\sigma = \pm 5 \cdot 10^{-4} \Omega$.

Tabulka I – naměřené hodnoty odporů Wheatstoneovým můstkem

	$R[\Omega]$	$X[\Omega \cdot 10^{-3}]$	$R_F[\Omega \cdot 10^{-3}]$	$\sigma_{R_F}[\Omega \cdot 10^{-3}]$
Wolfram	162,2	162,2	140,8	0,5
Měď	39,2	39,2	17,8	0,5
Konstantan	3749,6	3749,6	3728,2	0,5
Železo	1494,4	1494,4	1473,0	0,5
Mosaz	241,5	241,5	220,1	0,5
Chromnikl	1201,6	1201,6	1180,2	0,5

Thomsonův můstek

Normálový odpor R_N je $0,1\Omega$. Na pětimístné dekádě nastavujeme odpor Q tak, aby byla splněna podmínka rovnováhy můstku. Hodnotu P jsem nastavovala na 100 nebo 1000 Ω , podle toho, jaký rozsah byl potřeba. Třída přesnosti přístroje je 0,02. Do celkového odhadu chyby započítávám také citlivost galvanometru na změnu proudu. Celková chyba při $P=1000\Omega$ je $\sigma = \pm 5 \cdot 10^{-5} \Omega$, při $P=100$ pak $\sigma' = \pm 5 \cdot 10^{-4} \Omega$.

Hodnotu R_x jsem vypočetla pomocí vztahu (4).

Tabulka II – naměřené hodnoty odporů Thomsonovým můstkem

	$P[\Omega]$	$Q[\Omega]$	$R_x[\Omega \cdot 10^{-3}]$	$\sigma_{R_x}[\Omega \cdot 10^{-3}]$
Wolfram	1000	1366,4	136,64	0,05
Měď	1000	164,0	16,40	0,05
Konstantan	100	3731,0	3731,0	0,5
Železo	100	1475,4	1475,4	0,5
Mosaz	1000	2195,9	219,59	0,05
Chromnikl	100	1179,0	1179,0	0,5

Čtyřbodové zapojení

Při tomto měření jsem zapojila obvod dle schématu na obr.3.

Chybu jsem určila dle fluktuací napětí pozorovaných na voltmetru.

Tabulka III – naměřené hodnoty odporů při čtyřbodovém zapojení měřeného odporu

	$R_x[\Omega \cdot 10^{-3}]$	$\sigma_{R_x}[\Omega \cdot 10^{-3}]$
Wolfram	137,2	0,1
Měď	16,9	0,2
Konstantan	3630,1	0,1
Železo	1472,9	0,1
Mosaz	219,8	0,2
Chromnikl	1179,5	0,1

Měrný odpor

Pro určení měrného odporu zkoumaných vzorků je nutné změřit jejich délku a průměr.

Délka všech drátů je stejná: $l = (90,8 \pm 0,5) \text{ cm}$

Chyba je dána hlavně nedokonalým natažením vzorků, které byly trochu prověšené. Průměr jsem měřila mikrometrem. Každý vzorek jsem měřila pětkrát na různých místech kvůli eliminování chyby vzniklé z nestejného průměru na celé délce drátu. Chybu jsem určila jako:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_m^2}$$

kde σ_a je chybou aritmetického průměru ([3],seminar8) naměřených výsledků a σ_m je chyba mikrometru, kterou uvažuji $\sigma_m = \pm 0,005 \cdot 10^{-3} m$.

Tabulka IV – průměry zkoumaných drátů

	d1 [m.10 ⁻³]	d2 [m.10 ⁻³]	d3 [m.10 ⁻³]	d4 [m.10 ⁻³]	d5 [m.10 ⁻³]	d [m.10 ⁻³]	σ_d [m.10 ⁻³]
Wolfram	0,68	0,72	0,685	0,715	0,685	0,697	0,005
Měď	1,11	1,11	1,10	1,10	1,10	1,104	0,005
Konstantan	0,41	0,405	0,40	0,40	0,40	0,403	0,005
Železo	0,41	0,41	0,415	0,41	0,41	0,411	0,005
Mosaz	0,595	0,595	0,60	0,595	0,58	0,593	0,005
Chromnikl	1,01	1,01	1,02	0,995	1,00	1,007	0,005

Naměřené hodnoty jsem dosadila do vztahu (5). Dále uvádím srovnání naměřených měrných odporů drátů všemi třemi způsoby s tabulkovými hodnotami [2] při teplotě 25°C.

Maximální chyba měrného odporu je dána jako $\eta_\rho = \eta_R + 2\eta_d + \eta_l$ ([3],seminar1). Tato chyba vychází u všech měření v rámci vhodného zaokrouhlení stejná, největší chybu vnáší nepřesnost měření délky drátu; $\eta_\rho = 0,006 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$.

Tabulka V – srovnání naměřených hodnot měrných odporů drátů

	Wheatstonův můstek	Thomsonův můstek	čtyřbodové zapojení	tabulková hodnota
	$\rho \cdot 10^{-8} [\Omega \cdot m]$	$\rho \cdot 10^{-8} [\Omega \cdot m]$	$\rho \cdot 10^{-8} [\Omega \cdot m]$	$\rho \cdot 10^{-8} [\Omega \cdot m]$
Wolfram	5,92	5,74	5,77	5,3
Měď	1,88	1,73	1,78	1,8
Konstantan	52,37	52,41	51,00	50
Železo	21,52	21,56	21,52	9,8
Mosaz	6,69	6,68	6,69	8
Chromnikl	103,51	103,41	103,46	≈110

Diskuze

Ze srovnání výsledků naměřených různými metodami je vidět, že všechny tři jsou téměř stejně přesné. Thomsonův můstek by měl být přesnější než Wheatsonův, protože proud tekoucí můstkem je tak malý, že jej můžeme zanedbat a nemá vliv na výsledek měření. Po korekci hodnot naměřených Wheatsonovým můstkem o odpor přírodních vodičů jsem však dosáhla srovnatelných a v několika případech zcela stejných výsledků.

Největší vliv na celkovou chybu má měření délky vzorků. Rysky znázorňující ukotvení drátů byly u všech vzorků stejně daleko. Avšak dráty byly různě zprohýbané a prověšené a tato odchylka se nedala odhadnout. Proto celkovou chybu měření délky odhaduji na 0,5 cm.

Naměřený měrný odpor mosazi a zvláště pak železa zcela neodpovídá tabulkové hodnotě. Takto velkou chybu přičítám pravděpodobně chybě naměření průměru železného vodiče. Zdá se mi nepravděpodobné, že bych naměřila třemi různými metodami stejný výsledek, který by se tak značně lišil od tabulkové hodnoty, kdyby nebyla nějaká chyba v měření. Odchylka tohoto měření od tabulkové hodnoty je 54%. Odchylka mosazi dává 19,6%. Naopak naměřená hodnota měrného odporu mědi se liší od tabulkové pouze o 1%. U mosazi může být na vině trochu jiné složení slitiny, než je udávaná v literatuře. Dále mohou odchylku způsobit různé příměsi v materiálech. Při měření Thomsonovým můstkem také obvodem protéká značný proud, který mohl způsobit zahřátí vzorku a tím snížit jeho odpor.

Závěr

Seznámila jsem se se třemi metodami měření malých odporů – Wheatstonův můstek, Thomsonův můstek a čtyřbodové zapojení. Zjistila jsem, že při vhodné korekci jsou všechny tři metody včetně Wheatstonova můstku stejně přesné. Výsledky měrného odporu wolframu, mědi, konstantanu, želza, mosazi a chromniklu jsou uvedeny v tabulce V.

Použitá literatura

- [1] Bakule, R., Šternberk, J. : Fyzikální praktikum II., SPN, Praha, 1989.
- [2] MFCHT pro střední školy – J.Mikulčák a kol., Prometheus, Praha 1988
- [3] J.Čížek – <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/index.htm> , Praha 2008