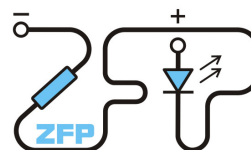


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č.

Název úlohy:

Jméno: Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření:

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

1 Pracovné úlohy

1. Zmerať závislosť predĺženia tyče od teploty. Merania uskutočniť pre štyri rôzne materiály.
2. Výsledky merania spracovať metódou lineárnej regresie a graficky znázorniť.
3. Určiť koeficient teplotnej rozťažnosti meraných materiálov.

2 Teoretická časť

2.1 Teplotná rozťažnosť pevných látok

Pri zahrievaní zväčšujú pevné látky svoj objem v závislosti na teplote. Hovoríme všeobecne o *objemovej rozťažnosti*. V prípade, že jeden rozmer telesa je dominantný (napr. pri tyči jej dĺžka), dá sa v dostatočnom priblížení uvažovať zväčšovanie telesa iba v tomto rozmere. Vtedy sa jedná o *dĺžkovú rozťažnosť*. Pomer zmeny dĺžky telesa pri infinitezimálnej zmene teploty vyjadruje *koeficient dĺžkovej rozťažnosti* α [1]:

$$\alpha = \frac{1}{\tilde{l}} \cdot \frac{\partial l}{\partial t} \quad (1)$$

\tilde{l} v tomto prípade označuje dĺžku tyče pri teplote 0°C . Riešením rovnice (1) dostávame pre teplotnú závislosť dĺžky tyče $l(t)$ vzťah

$$l(t) = \tilde{l}(1 + \alpha t), \quad (2)$$

pričom teplota t je udávaná v jednotkách $^\circ\text{C}$. V dostatočne malom rozmedzí teplôt (podmienka splnená v praxi) je možné považovať $\alpha = \textit{konšt.}$ [2].

V praxi však závislosť predĺženia tyče na teplote meriame pri teplotách vyšších ako 0°C a namiesto dĺžky l meriame predĺženie $\Delta l = l - l_0$. S ohľadom na tieto parametre dostávame úpravou (2) rovnicu

$$\Delta l = l_0 \alpha \cdot (t - t_0), \quad (3)$$

kde l_0 je počiatočná dĺžka a t_0 počiatočná teplota v $^\circ\text{C}$.

2.2 Experimentálna metóda

V tomto praktiku bola tyč zohrievaná vodou čerpanou z nádoby s termostatom a jej predĺženie bolo merané dilatometrom, ktorý pozostával z dosky so svorkami na pripevnenie tyče a úchylkomera, ktorým sa samotné predĺženie určovalo. Merania sa robili na tyčiach z ocele, hliníka, mosadze a medi.

2.3 Štatistické spracovanie dát

Všetky výsledky priamych meraní sú udávané so strednou kvadratickou chybou ($P = 68.27\%$). Prenos neistoty a relatívna chyba nepriameho merania boli pri štatistických spracovaniach počítané pomocou vzorcov [2]:

$$\eta_\alpha = \sqrt{(\eta_\lambda)^2 + (\eta_{l_0})^2} \quad (4)$$

λ označuje koeficient fitu.

Pre ľubovoľnú veličinu s priemernou nameranou hodnotou \bar{x} a chybou u_x platí zrejme

$$\eta_x = \frac{u_x}{\bar{x}} \quad (5)$$

Všetky grafy a lineárne regresie boli spracované v programe OriginLab.

3 Výsledky merania

3.1 Experimentálne podmienky

- teplota: $(24,3 \pm 0,1)^\circ\text{C}$
- tlak: $(9,772 \pm 0,001) \times 10^4 \text{ Pa}$
- vlhkosť: $(31,7 \pm 0,2)\%$

Chyby hodnôt vyššie boli odhadnuté z premenlivosti údajov na meradle.

3.2 Meranie teplotných rozťažností

Na začiatku každého merania bola pásovým meradlom (dielik 0,1 cm) odmeraná počiatočná dĺžka tyče l_0 . Merania sú uvedené v Tab. 1.

ocel'	hliník	mosadz	med'
$\frac{l_0}{\text{cm}}$	$\frac{l_0}{\text{cm}}$	$\frac{l_0}{\text{cm}}$	$\frac{l_0}{\text{cm}}$
59,9	59,7	59,6	59,8
59,8	59,9	59,9	59,9
60,0	59,8	59,8	59,7
59,6	59,8	59,8	59,9
59,9	59,6	59,8	59,9

Tab. 1: Merania počiatočných dĺžok tyčí

S ohľadom na systematické chyby meradiel sú výsledné hodnoty nasledovné:

- oceľ: $l_0 = (59,8 \pm 0,1)$ cm
- hliník: $l_0 = (59,76 \pm 0,08)$ cm
- mosadz: $l_0 = (59,78 \pm 0,08)$ cm
- meď: $l_0 = (59,81 \pm 0,07)$ cm

Súčasne s meraním dĺžok bola odčítaná z teplomera (dielik 1 °C) počiatočná teplota t_0 a stupnica úchylkomera bola nastavená na nulu. Zahrievanie tyčí bolo následne regulované termostatom. V každom kroku jednotlivého merania sa najprv zvýšila teplota na stupnici termostatu, počkalo sa na zohriatie vody v nádobe (doba zohrievania bola približne určovaná pomocou indikátorovej LED diódy termostatu), a po zohriatí sa odčítala jednak hodnota teploty vody v nádobe z ortuťového teplomera, jednak predĺženie tyče na stupnici úchylkomera. Výsledky jednotlivých meraní sú uvedené v Tab. 2, 3, 4 a 5.

$\frac{t}{[^\circ\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$	$\frac{t}{[^\circ\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$
22	0,00	44	0,15
25	0,02	48	0,18
28	0,04	50	0,19
30	0,06	53	0,21
34	0,08	58	0,24
38	0,11	60	0,26
40	0,13	62	0,27

Tab. 2: Meranie predĺženia oceľovej tyče v závislosti na teplote

$\frac{t}{[^\circ\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$	$\frac{t}{[^\circ\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$
22	0,00	40	0,25
26	0,05	43	0,29
29	0,09	48	0,31
31	0,12	50	0,37
34	0,17	55	0,44
38	0,22	60	0,51

Tab. 3: Meranie predĺženia hliníkovej tyče v závislosti na teplote

$\frac{t}{[^{\circ}\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$	$\frac{t}{[^{\circ}\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$
21	0,00	40	0,23
24	0,05	43	0,25
27	0,08	47	0,31
30	0,11	51	0,34
34	0,16	55	0,39
38	0,21	60	0,44

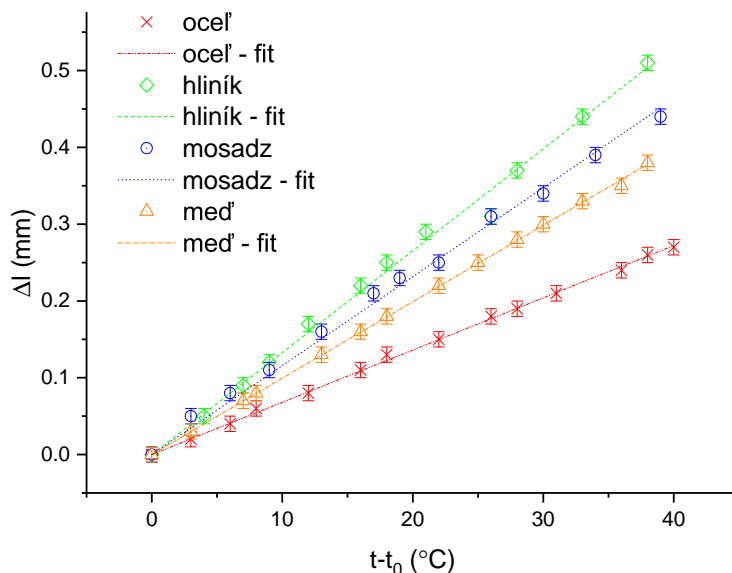
Tab. 4: Meranie predĺženia mosadznej tyče v závislosti na teplote

$\frac{t}{[^{\circ}\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$	$\frac{t}{[^{\circ}\text{C}]}$	$\frac{\Delta l}{[\text{mm}]}$
22	0,00	44	0,22
25	0,03	47	0,25
29	0,07	50	0,28
30	0,08	52	0,30
35	0,13	55	0,33
38	0,16	58	0,35
40	0,18	60	0,38

Tab. 5: Meranie predĺženia medenej tyče v závislosti na teplote

Namerané hodnoty sú znázornené v grafe na Obr. 1 (chybové úsečky vyplývajú z dielika úchylkomeru 0,01 mm). Merania pre všetky štyri tyče boli fitované závislosťou $y = \lambda \cdot x$. Zistené koeficienty sú uvedené v zozname nižšie.

- $\lambda_{ocel} = (0,006\ 80 \pm 0,000\ 04) \text{ mm } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- $\lambda_{hlinik} = (0,0133 \pm 0,0002) \text{ mm } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- $\lambda_{mosadz} = (0,0116 \pm 0,0001) \text{ mm } ^{\circ}\text{C}^{-1}$
- $\lambda_{med} = (0,009\ 95 \pm 0,000\ 03) \text{ mm } ^{\circ}\text{C}^{-1}$



Obr. 1: Grafické spracovanie meraní teplotnej rozťažnosti štyroch kovov

Zo vzorca (3) vyplýva pre koeficient teplotnej rozťažnosti α vzťah

$$\alpha = \frac{\lambda}{l_0},$$

kde λ je koeficient lineárnej regresie. Z tejto rovnice s využitím vzorcov (4) a (5) pre prenos neistoty dostávame koeficienty teplotnej rozťažnosti skúmaných materiálov:

- $\alpha_{ocel} = (1,137 \pm 0,006) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{hlinik} = (2,23 \pm 0,03) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{mosadz} = (1,94 \pm 0,02) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{med} = (1,663 \pm 0,005) \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

4 Diskusia výsledkov

Koeficienty α vyšli pre ocel a meď s relatívnou neistotou menšou než 0,6% a pre hliník a mosadz relatívna chyba mierne prevyšovala 1%. Na tieto mali vplyv jednak presnosť merania počiatočnej dĺžky l_0 a jednak odchýlka lineárnej regresie. Rozdiely v relatívnych neistotách sa teda dajú vysvetliť jednak presnejšími meraniami počiatočnej dĺžky týče pre niektoré kovy, rovnako ako vizuálnym zhodnotením toho, ako dobre získané hodnoty predĺženia

zodpovedajú lineárnej závislosti. Dáta pre hliník a mosadz sa s priamkou zhodujú pomerne menej ako v ostatných dvoch prípadoch, čo mohlo byť spôsobené nenulovou výmenou tepla medzi prírodnými hadicami, resp. tyčou, a okolím. Teplota tyče teda teplota v nádobe s termostatom nemusela presne zodpovedať. Vzhľadom na približne konštantnú teplotu okolia experimentálnej aparatury by sa chyba spôsobená týmto javom prejavovala skôr ako systematická. Ďalšou možnosťou vzniku odchýlok od modelovej závislosti je príliš krátka doba ohrievania tyče. Táto doba nebola pevne zvolená, takže chyba ňou spôsobená by sa prejavovala ako približne náhodná, čo môže zodpovedať fluktuáciám hodnôt v grafe. Treba taktiež poznamenať, že vo vzťahu (2) považujeme α *a priori* za konštantu, no v skutočnosti ide iba o aproximáciu.

Určené hodnoty koeficientov teplotnej rozťažnosti v prvom priblížení dobre zodpovedajú tabuľkovým hodnotám (čerpaným z [3]). Bližšie porovnanie ukazuje, že výsledok pre hliník sa najlepšie zhoduje s tabuľkovou hodnotou pre zliatinu 2218 (meranie $(2,23 \pm 0,03) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ verzus tabuľka $2,23 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$). Nami určená hodnota $\alpha_{med} = (1,663 \pm 0,005) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ sa najviac približuje tabuľkovej hodnote pre čistú meď $1,65 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Malý rozdiel medzi údajmi naznačuje, že tyč použitá v praktiku nebola z dokonale čistej medi, no podiel prímiesi môžeme považovať za takmer zanedbateľný. Pre mosadz v praktiku vyšla hodnota $(1,94 \pm 0,02) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. V tabuľkách sa nenašla presne zodpovedajúca hodnota, ale zliatiny *Low Brass* (pomer Cu/Zn 80%/20%[4]) a *Cartridge Brass* (pomer Cu/Zn 70%/30% so stopovým množstvom olova[4]) majú uvedené hodnoty koeficientov α postupne $1,91 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ a $1,99 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$. Môžeme teda predpokladať, že zastúpenie kovov v mosadznej tyči použitej v praktiku sa pohybuje niekde medzi dvoma vyššie uvedenými. Pre oceľ je experimentálne zistená hodnota $(1,137 \pm 0,006) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ najbližšie tabuľkovej hodnote $1,115 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ uvedenej pre zliatiny s popisnými číslami 501 a 502. Odchýlku od hodnoty môže spôsobovať fakt, že reálne zastúpenie zložiek v použitej oceli sa mierne líši od týchto dvoch typových, každopádne zo zliatin v tabuľke použitá tyč najviac zodpovedá už vyššie uvedeným. Nesúhlas medzi jednotkami nameraných veličín ($^\circ\text{C}^{-1}$) a tabuľkových údajov (K^{-1}) je čisto formálny, nakoľko sa jedná o koeficient lineárnej závislosti a Kelvinova stupnica je oproti Celziovej iba posunutá (t.j. nie je nijak škálovaná).

5 Záver

Úlohou merania v praktiku bolo určiť koeficienty dĺžkovej teplotnej rozťažnosti α pre tyče zo štyroch rôznych materiálov (oceľ, hliník, mosadz, meď). Tyče boli ohrievané vodou čerpanou z nádoby s termostatom a predĺženie tyčí bolo merané dilatometrom. Namerané dáta boli graficky znázornené a spracované metódou lineárnej regresie. Z tej vyplynuli hľadané koefi-

cienty a bola voči nim vykonaná diskusia. Zistené hodnoty koeficientov teplotnej rozťažnosti sú súhrnne uvedené nižšie.

- $\alpha_{ocel} = (1,137 \pm 0,006) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{hlinik} = (2,23 \pm 0,03) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{mosadz} = (1,94 \pm 0,02) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
- $\alpha_{med} = (1,663 \pm 0,005) \times 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

Zoznam použitej literatúry

- [1] Študijný text k úlohe http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_124.pdf. aktuálne k 13.4. 2018.
- [2] J. BROŽ a kol. *Základy fyzikálních měření I*. Praha: SPN, 1967.
- [3] Agilent laser and optics http://www.uzimex.cz/soubory/20080403_laser_optika_cast_1.pdf. Návod na použitie, kapitola 14; aktuálne k 13.4. 2018.
- [4] Wikipedia: Brass <https://en.wikipedia.org/wiki/Brass>. aktuálne k 13.4. 2018.