

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

# Fyzikální praktikum I

Úloha č. XXIV

## Tepelná roztažnost pevných látek

Měřil a zpracoval: Antonín Baďura, FOF

Měřil dne: 20. března 2018

Odevzdal dne: 27. března 2018

Poznámky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0–5	
Teoretická část	0–1	
Výsledky měření	0–8	
Diskuse výsledků	0–4	
Závěr	0–1	
Seznam použité literatury	0–1	
<b>Úhrnem</b>	nejvýše 20	

Hodnotil ..... dne .....

## 1 Zadání úlohy

1. Změřte závislost prodloužení tyče na teplotě. Měření proved'te pro čtyři různé materiály.
2. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Určete koeficient teplotní roztažnosti měřených materiálů.

## 2 Teoretická část

Míru teplotní roztažnosti pevných látek můžeme v lineárním přiblížení charakterizovat koeficientem teplotní roztažnosti  $\beta$ , hovoříme-li o roztažnosti v objemu, nebo koeficientem  $\alpha$  v případě roztažnosti délkové. U izotropních těles pak zřejmě platí vztah [1]:

$$\beta = 3\alpha. \quad (1)$$

Výše uvedené koeficienty jsou pak při konstantním tlaku zavedeny jako:

$$\beta = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right)_p, \quad (2)$$

kde  $t$  označuje teplotu v K,  $V_0$  je potom objem při  $t = 0^\circ\text{C}$ , a podobně jako:

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \left( \frac{\partial l}{\partial t} \right)_p, \quad (3)$$

kde  $t$  označuje teplotu v K,  $l_0$  je potom délka při  $t = 0^\circ\text{C}$ . Objem, resp. délku, tělesa pak můžeme (v již zmíněné lineární aproximaci) určit při teplotě  $t$  v  $^\circ\text{C}$  jako:

$$V = V_0(1 + \beta t), \quad (4)$$

$$l = l_0(1 + \alpha t). \quad (5)$$

Samotné měření absolutního prodloužení potom může být provedeno vícero metodami — především metodou optickou a rovněž zde použitými indikátorovými hodinami.

## 3 Výsledky měření

Fyzikální podmínky v laboratoři. Měření probíhalo při teplotě  $(24,4 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ , atmosférickém tlaku  $(986 \pm 2)$  hPa a relativní vlhkosti vzduchu  $(18,7 \pm 2,5)\%$ .

Bylo měřeno prodloužení čtyř tyčí, a to ocelové, měděné, mosazné a hliníkové. Přehled tyčí je uveden v tabulce 1. Jejich délka byla měřena pásmem o nejmenším dílku 1 mm při laboratorní teplotě — dle [2, s. 34] je uvažována nejistota měření  $\pm 0,5$  mm.

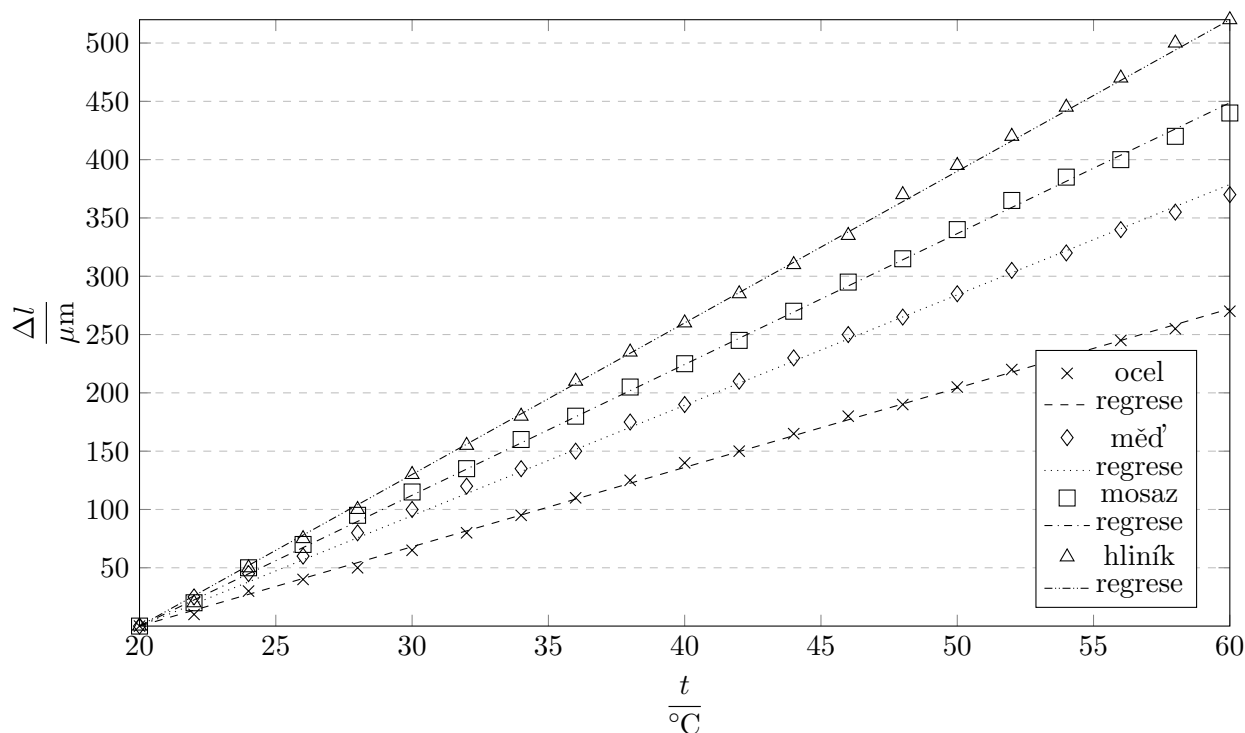
V tabulce 2 jsou uvedeny naměřené hodnoty absolutního prodloužení tyčí při ohřívání od  $20^\circ\text{C}$  (kterázto délka je uvažována jako referenční) po  $60^\circ\text{C}$ . Nejistota měření teploty je uvažována  $\pm 0,5^\circ\text{C}$  a nejistota měření prodloužení  $\pm 5\mu\text{m}$  — v obou případech se jedná o polovinu nejmenšího dílku stupnice, jak doporučuje English [2, s. 34].

Graf 1 zobrazuje relativní prodloužení tyčí v závislosti na teplotě. Naměřené body jsou zde proloženy lineárními závislostmi, jejichž rovnice byly získány lineární regresí.

Směrnice regresních křivek v grafu 1, které jsou uvedeny v tabulce 3, byly zjištěny na základě regresní analýze provedenou programem Excel. Absolutní členy jsou pak jednoznačně určeny

materiál	$\frac{l_0}{\text{mm}}$
ocel	599
měď	598
mosaz	599
hliník	598

Tabulka 1: Přehled zkoumaných tyčí



Graf 1: Závislost absolutního prodloužení tyčí na teplotě, uvedeny jsou naměřené hodnoty a křivky lineární regrese (rovnice k nalezení v textu)

podmínkou, že prodloužení je při 20 °C nulové. Nejistota způsobená regresní analýzou byla zcela zanedbatelná, uvedena je pouze přenesená instrumentální nejistota dle [2], a to jako:

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( \left( \frac{\sigma_{\Delta l}}{t} \right)^2 + \left( \frac{(\Delta l)_i \sigma_t}{t^2} \right)^2 \right), \quad (6)$$

kde  $\sigma_t$  a  $\sigma_{\Delta l}$  jsou nejistoty měření teploty, resp. prodloužení,  $(\Delta l)_i$  je měřené absolutní prodloužení a  $t$  odpovídající teplota.

Samotné koeficienty teplotní roztažnosti již přímo vyplývají ze směrnic regresních křivek v tabulce 3. Vyjádříme-li z rovnice 5 koeficient  $\alpha$ , získáme vztah

$$\alpha = \frac{l - l_0}{l_0 t} = \frac{\Delta l}{l_0 t}. \quad (7)$$

	<b>ocel</b>	<b>měď</b>	<b>mosaz</b>	<b>hliník</b>
$\frac{t}{^\circ\text{C}}$	$\frac{\Delta l}{\mu\text{m}}$	$\frac{\Delta l}{\mu\text{m}}$	$\frac{\Delta l}{\mu\text{m}}$	$\frac{\Delta l}{\mu\text{m}}$
20	0	0	0	0
22	10	25	20	20
24	30	45	50	50
26	40	60	70	75
28	50	80	95	100
30	65	100	115	130
32	80	120	135	155
34	95	135	160	180
36	110	150	180	210
38	125	175	205	235
40	140	190	225	260
42	150	210	245	285
44	165	230	270	310
46	180	250	295	335
48	190	265	315	370
50	205	285	340	395
52	220	305	365	420
54	230	320	385	445
56	245	340	400	470
58	255	355	420	500
60	270	370	440	520

Tabulka 2: Absolutní prodloužení měřených tyčí při teplotě 20–60 °C (nejistoty měření jsou uvedeny v textu)

$$\begin{aligned} \text{ocel: } & (6, 80 \pm 0, 16)(t - 20) \\ \text{měď: } & (9, 46 \pm 0, 16)(t - 20) \\ \text{mosaz: } & (11, 21 \pm 0, 17)(t - 20) \\ \text{hliník: } & (13, 00 \pm 0, 17)(t - 20) \end{aligned}$$

Tabulka 3: Rovnice regresních křivek v grafu 1

Odtud a ze zřejmého vztahu pro směrnici regresní křivky  $k$  dostáváme, že

$$\alpha = \frac{k}{l_0}, \quad (8)$$

kde  $k$  je směrnice regresní křivky z tabulky 3. Určené koeficienty délkové teplotní roztažnosti jsou uvedeny v tabulce 4. Nejistoty určení těchto koeficientů byly spočteny z již známých nejistot určení směrníc, a to běžným vztahem pro přenos nejistoty nepřímého měření, jak je vidno v

rovnici 9.

$$\sigma^2 = \left(\frac{\sigma_k}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{k \sigma_{l_0}}{l_0^2}\right)^2, \quad (9)$$

kde  $\sigma_k$  je nejistota určení směrnice převzatá z tabulky 3 a  $\sigma_{l_0}$  nejistota přímého měření délky tyče (tedy již zmíněných 0,5 mm).

materiál	$\frac{\alpha}{10^{-6} \text{ K}^{-1}}$
ocel	$11,4 \pm 0,3$
měď	$15,8 \pm 0,3$
mosaz	$18,7 \pm 0,3$
hliník	$21,7 \pm 0,3$

Tabulka 4: Učené koeficienty  $\alpha$  teplotní délkové roztažnosti

## 4 Diskuse výsledků

K ověření přesnosti měření je možno určené hodnoty porovnat s tabelovanými. Lze vidět, že pouze ocel a mosaz (ta v případě jednoho zdroje tabelovaných hodnot) se v rámci určené nejistoty měření shoduje s tabelovanými hodnotami, další se k nim jen přibližují. Původem rozdílu je pravděpodobně určování teploty proudící měřenou trubicí — samotné měření teploty nebylo příliš přesné a nežli navíc voda z ohřívače dospěje k trubicí, je ochlazována okolím.

Spočtená chyba lineární regrese byla velmi nízká — z toho a rovněž z pohledu na graf 1, lze usoudit, že spíše než náhodnými fluktuacemi byla odchylka způsobena chybou systematickou — tedy právě ochlazením vody před dosažením měřené trubice.

materiál	měřeno	[3]	[4]
	$\frac{\alpha}{10^{-6} \text{ K}^{-1}}$	$\frac{\alpha}{10^{-6} \text{ K}^{-1}}$	$\frac{\alpha}{10^{-6} \text{ K}^{-1}}$
ocel	$11,4 \pm 0,3$	12 <sup>1</sup>	11–13
měď	$15,8 \pm 0,3$	17	17
mosaz	$18,7 \pm 0,3$	20	19
hliník	$21,7 \pm 0,3$	23	23,1

Tabulka 5: Porovnání naměřených koeficientů  $\alpha$  s tabelovanými hodnotami

## 5 Závěr

Určené koeficienty teplotní roztažnosti pro měřené materiály jsou (hodnoty odpovídají hladině pravděpodobnosti  $\approx 99,7 \%$ ):

<sup>1</sup>Tabulky nedisponují hodnotou pro ocel, uveden je koeficient pro železo.

- ocel –  $(11,4 \pm 0,3) 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (rel. nejistota 2,6 %),  
měď –  $(15,8 \pm 0,3) 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (rel. nejistota 1,9 %),  
mosaz –  $(18,7 \pm 0,3) 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (rel. nejistota 1,6 %),  
hliník –  $(21,7 \pm 0,3) 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  (rel. nejistota 1,4 %).

## Literatura

- [1] *Studijní text k základnímu fyzikálnímu praktiku I, úloha XXIV* [online]. KVOF MFF UK [cit. 2018-03-03]. Dostupné z: [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_124.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_124.pdf)
- [2] ENGLISH, Jiří. *Úvod do praktické fyziky*. Praha: Matfyzpress, 2006, ISBN 80-86732-93-2.
- [3] *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2003, s. 216–217. ISBN 978-80-7196-264-9.
- [4] Thermal expansion. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-03-21]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal\\_expansion](https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_expansion)