

# 1 Pracovní úkoly

1. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule, určete Reynoldsovo číslo.
2. Změřte dynamickou viskozitu olivového a ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Pro jednu kapalinu proveďte měření s více typy kuliček. Výsledky porovnejte.
4. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

## 2 Teoretická část

### 2.1 Stokesova metoda měření viskozity

Na kuličku padající ve viskózní kapalině působí tři síly: tíhová síla  $G$ , vztlaková síla  $F_{vz}$  a odporová hydrodynamická síla  $F_x$ . Pro malé rychlosti lze odporovou hydrodynamickou sílu vyjádřit jako

$$F_x = 6\pi\eta r v, \quad (1)$$

kde  $\eta$  je dynamická viskozita kapaliny,  $r$  je poloměr kuličky a  $v$  je rychlost pádu. Tento vzorec platí pro kuličku padající v neohraničeném prostředí malou rychlostí, tedy při laminárním obtékání. Vztah (1) platí pro rychlosti, pro které je Reynoldsovo číslo  $Re \ll 1$ . To se vypočítá podle vztahu

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta}, \quad (2)$$

kde  $\rho$  je hustota prostředí. Pokud kulička padá v ohraničeném prostředí, je třeba započítat korekci na konečné rozměry nádoby

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_T - \rho)g}{9v(1 - 2,4r/R)}, \quad (3)$$

kde  $\rho_T$  je hustota kuliček,  $R$  je poloměr válcové nádoby a  $g$  je místní tíhové zrychlení. Podmínkou platnosti této rovnice je rovnoměrný pohyb kuličky.

Kuličku budeme pouštět odměrným válcem a budeme měřit dobu pádu  $t$  mezi dvěma body o vzdálenosti  $l$ . Tyto dva body budeme volit tak, aby se mezi těmito dvěma body kulička pohybovala rovnoměrně. To nastane, když bude výslednice všech tří sil (tíhové, vztlakové a odporové) nulová. Z těchto údajů potom vypočítáme rychlost pádu ze vzorce  $v = l/t$

Každou kuličku změříme dílenským mikroskopem ve dvou osách. Dílenský mikroskop měří s přesností na 0,01mm. Čas budeme měřit ručními stopkami. Přesnost měření nejvíc ovlivní naše reakční doba, kterou odhadujeme na 0,7s (0,35s pro započnutí a 0,35s pro ukončení měření). Hustotu kuličky  $\rho_T$  změříme pyknometrickou metodou (viz dále).

### 2.2 Měření hustoty pyknometrickou metodou

Pyknometr je nádobka se zátkou určená k přesnému měření objemu, nebo k měření hustoty kapalin, nebo drobných nenasákavých tělísek. Při měření naplníme pyknometr, přebytečnou kapalinu necháme odtéct kapilárou v zátku a pyknometr pečlivě osušíme.

Při měření hustoty  $\rho_T$  kuliček nejprve změříme hmotnost prázdného pyknometru  $m_1$ , poté hmotnost pyknometru s kuličkami  $m_2$ , pak doplníme pyknometr s kuličkami kapalinou o známé hustotě  $\rho$  a změříme jeho hmotnost  $m_3$  a nakonec změříme hmotnost  $m_4$  pyknometru naplněného kapalinou o známé hustotě  $\rho$ . Hustotu kuliček pak spočteme dle vzorce

$$\rho_T = \rho \frac{m_2 - m_1}{m_4 - m_3 + m_2 - m_1}. \quad (4)$$

Tabulka 1: Naměřené hmotnosti při určování hmotnosti pyknometrickou metodou a vypočtené hodnoty hustoty

	$m_1[\text{g}]$	$m_2[\text{g}]$	$m_3[\text{g}]$	$m_4[\text{g}]$	$\rho_T[\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}]$
žluté	$(9,44 \pm 0,01)$	$(16,62 \pm 0,01)$	$(23,76 \pm 0,01)$	$(19,44 \pm 0,01)$	2505,983
zelené	$(9,43 \pm 0,01)$	$(19,50 \pm 0,01)$	$(25,70 \pm 0,01)$	$(19,42 \pm 0,01)$	2651,223
bílé	$(9,45 \pm 0,01)$	$(18,16 \pm 0,01)$	$(24,72 \pm 0,01)$	$(19,44 \pm 0,01)$	2534,800

Tabulka 2: Naměřené střední hodnoty poloměru  $\bar{r}$  a času  $\bar{t}$  a vypočtená dynamická viskozita  $\eta$  při teplotě 23,9°C pomocí Stokesova vzorce

kulička/olej	$\bar{r}[\text{mm}]$	$\bar{t}[\text{s}]$	$l[\text{mm}]$	$\eta[\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}]$
žlutá/ricinový	$(2,9 \pm 0,2)$	$(10,0 \pm 0,7)$	$(68 \pm 1)$	$(4,6 \pm 2,6)$
zelená/ricinový	$(2,1 \pm 0,2)$	$(15,9 \pm 0,7)$	$(68 \pm 1)$	$(4,1 \pm 2,5)$
bílá/olivový	$(1,6 \pm 0,2)$	$(5,3 \pm 0,7)$	$(146 \pm 1)$	$(0,3 \pm 0,2)$

### 3 Výsledky měření

Měření probíhalo za teploty  $t = (23,9 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ , vzdušné vlhkosti  $(25 \pm 3)\%$  a atmosférického tlaku  $(979 \pm 2)$  hPa. Měření jsme prováděli se třemi typy skleněných kuliček, se žlutými (největší), zelenými (střední velikost) a bílými (nejmenší). Pro tyto tři typy kuliček jsme nejprve vypočítali Reynoldsovo číslo. Z [3] jsme převzali hustoty olivového oleje  $\rho_{ol} = (913 \pm 2)\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a ricinového oleje  $\rho_{ric} = (962 \pm 2)\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a dynamické viskozity olivového  $\eta_{ol} = 0,084\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$  a ricinového oleje  $\eta_{ric} = 0,986\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ . Teplotu olejů jsme odhadli stejnou jako byla teplota místnosti. Průměr odměrných válců jsme změřili pásovým měřidlem ( $R = 60 \pm 2$ ) mm. Chybu jsme určili na 2 mm, protože válec nebyl dokonale kulatý.

Pro žlutou kuličku byl aritmetický průměr změřených hodnot poloměru roven  $\bar{r} = (1,50 \pm 0,01)\text{mm}$ . Reynoldsova číslo vyšlo pak  $Re_{ol} = 2$  pro olivový olej a  $Re_{ric} = 0,02$  pro ricinový olej. Pro zelenou kuličku byly hodnoty poloměru  $\bar{r} = (1,07 \pm 0,01)\text{mm}$  a Reynoldsova čísla  $Re_{ol} = 1$  a  $Re_{ric} = 0,005$ . Pro skleněnou kuličku pak  $\bar{r} = (0,80 \pm 0,01)\text{mm}$  pro poloměr,  $Re_{ol} = 0,47$  a  $Re_{ric} = 0,0035$  pro Reynoldsova čísla. Na základě vypočítaných Reynoldsových čísel jsme se rozhodli, že budeme měřit dynamickou viskozitu olivového oleje pomocí bílých kuliček a dynamickou viskozitu ricinového oleje pomocí žlutých kuliček. Měření ricinového oleje ještě jednou zopakujeme se zelenými kuličkami.

V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty naměřených hmotností při určování hustoty pyknometrickou metodou a vypočtené hodnoty hustoty. Váha, kterou jsme používali měla rozlišení na tisícinu gramu, jako chybu měření jsme však zvolili setinu gramu. Zejména proto, že při vážení prázdného pyknometru se hodnoty lišily. Vysvětlujeme si to nedokonalým osušením. Pro výpočet jsme použili vztah (4) a hodnotu hustoty destilované vody  $998,205\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$  [3].

V tabulce 2 jsou uvedeny střední naměřené hodnoty poloměru kuličky, času, dráhy, po kterou jsme měřili pád kuličky a vypočtená dynamická viskozita. Tato je v tabulce uvedena i s vypočítanou chybou. Chybu jsme vypočítali pomocí přenosu chyb podle vzorce

$$s_\eta = \sqrt{3 \frac{s_r}{r} + \frac{s_{\rho_T}}{\rho_t} + \frac{s_t}{t} + \frac{s_l}{l} + \frac{s_R}{R} \frac{2\bar{r}^2 (\rho_T - \rho) g}{9\bar{v} (1 - 2,4\bar{r}/R)}}, \quad (5)$$

kde  $s_x$  značí chybu veličiny  $x$  a  $\bar{x}$  značí střední hodnotu veličiny  $x$ . Chybu určení poloměru jsme určili na 0,2mm. Dílenský mikroskop sice měří velmi přesně, ale kuličky nejsou dokonale kulaté. Chybu měření délky  $l$  jsme odhadli na 1 mm, protože hranice dráhy byly označeny poměrně silnými gumičkami, které jsme navíc nebyli schopni nasadit dokonale vodorovně.

### 4 Diskuze výsledků

Naměřené hodnoty dynamické viskozity v rámci chyby neodpovídají tabelovaným hodnotám. Vychází nám ve všech případech vyšší hodnota, než tabelovaná, což ukazuje na systematickou chybu. Příčinou by mohlo být to, že kuličky nebyly dokonale kulaté. Chybu určení průměru jsme sice odhadli dostatečně velkoryse, vzorec však byl odvozen pro kulový předmět, nejsme schopni odhadnout, jak výslednou viskozitu ovlivní asymetrie. Změřené

hodnoty dynamické viskozity ricínového oleje pomocí dvou typů kuliček se v rámci chyby shodují. Změřená hodnota hustoty skleněných kuliček pyknometrickou metodou se také shoduje s tabelovanými hodnotami. Hustota skla je uváděna podle [3]  $\rho_{sklo} = 2400 - 2800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Největší vliv na chybu měření dynamické viskozity měla nepřesnost měření poloměru kuliček, respektive jejich nepravidelnost a chyba měření času, respektive naše reakční doba. Při měření hustoty pyknometrickou metodou byla největším zdrojem chyby tabulková hodnota hustoty destilované vody.

Naše výsledky by šlo zpřesnit, pokud bychom měli k dispozici dokonaleji kulatější kuličky. Měření času by šlo provádět pomocí kamery. Měřenou dráhu bychom raději vyznačili tenkou nití, nežli gumičkami.

## 5 Závěr

Zjistili jsme, pro které kombinace kuliček a olejů jsou splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce. Spočítali jsme hodnoty Reynoldsova čísla. vyšly nám tyto hodnoty:

žluté	$Re_{ol} = 2$	$Re_{ric} = 0,02$
zelené	$Re_{ol} = 1$	$Re_{ric} = 0,005$
bílé	$Re_{ol} = 0,47$	$Re_{ric} = 0,0035$

Změřili jsme dynamickou viskozitu olivového oleje  $\eta_{ol} = (0,3 \pm 0,2)\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$  a ricínového oleje  $\eta_{ric} = (4,6 \pm 2,6)\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$  Stokesovou metodou.

Pro ricínový olej jsme provedli měření pomocí žlutých a zelených kuliček. Při použití žlutých kuliček vyšla dynamická viskozita  $\eta_{ric} = (4,6 \pm 2,6)\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ , při použití zelených  $\eta_{ric} = (4,1 \pm 2,5)\text{m}^{-1}\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ . Obě hodnoty si velmi dobře odpovídají.

Provedli jsme měření hustoty kuliček pyknometrickou metodou. Dospěli jsme k následujícím výsledkům:

žluté	$\rho_T = (2505,983 \pm 0,001) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
zelené	$\rho_T = (2651,223 \pm 0,001) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
bílé	$\rho_T = (2534,800 \pm 0,001) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$

## 6 Seznam použité literatury

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I., úloha XIV, [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_119.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_119.pdf) [10. 4. 2018]
- [2] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I., Pyknometrická metoda pro určení hustoty kapalin a pevných látek, [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_119\\_pyknometr.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_119_pyknometr.pdf) [10.4.2018]
- [3] BROŽ J., ROSKOVEC V. a VALOUCH M: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, 1. vyd. Praha 1980