

Oddělení fyzikálních praktik při Kabinetu výuky obecné fyziky MFF UK

PRAKTIKUM I

Úloha č.: XVI.

Název: Studium Brownova pohybu

Vypracoval: Mária Šoltésová stud. sk. F – 16 dne 9.3.2005

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne: vráceno:

Odevzdal dne:

Posuzoval:dne výsledek klasifikace

Připomínky:

Pracovní úloha:

1. Experimentálně overte platnost Einsteinova vztahu pro středné kvadratické posunutie $\overline{s^2}$ částice při Brownovom pohybe.
2. Určte aktivitu Brownovho pohybu A částic latexu vo vode za izbovej teploty.
3. Vypočítajte Avogadrovu konštantu N_A .

Teoretická časť:

Brownov pohyb:

Brownovým pohybom sa nazýva neustály neusporiadaný pohyb malých častíc rozptýlených v kvapaline alebo v plyne. Tento pohyb je spôsobený fluktuáciami tepelného pohybu molekúl prostredia. Pre stredné kvadratické posunutie častice pri Brownovom pohybe za čas t platí einsteinov vzťah

$$\overline{s^2} = At$$

(1)

kde A je tzv. aktivita Brownovho pohybu. Pre postupný Brownov pohyb guľovej častice môžeme konštantu A vyjadriť vzťahom [4]

$$A = \frac{RT}{3\pi\eta r N_A}$$

(2)

kde R je molová plynová konštanta, N_A je Avogadrova konštanta, r je polomer častice, η je viskozita prostredia a T je teplota prostredia. Po dosadení z (2) do (1) môžeme získať výsledný vzťah pre výpočet Avogadrovej konštanty metódou pozorovania Brownovho pohybu.

Výpočtom aritmetického priemeru kvadrátov nameraných vzdialeností S získame $\overline{S^2}$. Pretože je v rovine zaostrenia mikroskopu rovnaká pravdepodobnosť zastúpenia všetkých smerov, je

$$\overline{S^2} \approx 2\overline{s^2}$$

(3)

z relácie (1). Ak označíme vzdialenosti susedných bodov S_i , vzdialenosti bodov i a $i+2$ ako S_{2i} , vzdialenosti bodov i a $i+3$ ako S_{3i} , potom, ak je splnený Einsteinov vzťah, musí podľa vzťahu (1) platiť

$$\overline{S_i^2} : \overline{S_{2i}^2} : \overline{S_{3i}^2} = t : 2t : 3t.$$

(4)

Ak je zhoda dostatočná, môžeme namerané hodnoty použiť na výpočet aktivity Brownovho pohybu a Avogadrovej konštanty.

Viskozita suspenzie závisí na koncentrácii častíc. Pre zriedenú suspenziu tuhých guľí môžeme relatívnu viskozitu η_{rel} (podiel viskozity suspenzie k viskozite čistej kvapaliny) odhadnúť ako

$$h_{rel} = 1 + 2,5j$$

(5)

kde j je objemový podiel častíc.

Použité pomôcky a prístroje:

projekčný mikroskop Biolar, kamera Mintron s napájaním, televízny prijímač, zvuková signalizácia času, teplomer, latexová emulzia, lieh, transparentná fólia, liehové fixky, podložné sklíčko, krycie sklíčko

merací prístroj	najmenší dielik
kalibračné sklíčko	0,01 mm
dĺžkové meradlo	1 mm
elektronické stopky	0,01 s
teplomer	1°C

Postup:

1. Pod mikroskop umiestnime kalibračné sklíčko a dĺžkovým meradlom odmeriame vzdialenosť desiatich dielikov stupnice kalibračného sklíčka a vypočítame zväčšenie mikroskopu.
2. Na podložné sklíčko umiestnime dve krycie sklíčka tak, aby medzi nimi bola medzera. Do medzery kvapneme kvapku latexovej suspenzie a prikryjeme tretím krycím sklíčkom tak, aby v kvapaline nevznikli vzduchové bubliny.
3. Podložné sklíčko so suspenziou umiestnime pod mikroskop. Na obrazovku televízneho prijímača prilepíme priehľadnú fóliu a zaostríme na vhodnú časticu. Fixkou zaznamenáme polohu častice v pravidelných intervaloch určených zvukovou signalizáciou času. Záznam polôh urobíme pre viaceré častice, aby sme mohli vybrať najvhodnejšie pozorovanie.
4. Zaznačené polohy častice prenesieme do počítača a spracujeme pomocou programu Brown.
5. Pomocou elektronických stopiek určíme presný časový interval medzi akustickými znameniami zvukovej signalizácie času.

Výsledky meraní:

Podmienky experimentu:

teplota vzduchu v miestnosti: 24 °C

1. Overenie platnosti Einsteinovho vzťahu pre stredné kvadratické posunutie

Odmeraním vzdialenosti desiatich dielikov kalibračného sklíčka na obrazovke sme dostali hodnotu $(16,5 \pm 0,3)$ cm (odchýlka je odhadnutá z podmienok merania), zväčšenie mikroskopu je teda $z = 1650 \pm 30$. Polohu sme zaznamenali pre tri častice. Zaznamenané hodnoty boli spracované programom Brown, výsledky sú v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 1: Hodnoty stredného kvadratického pohybu častíc v časoch t až $4t$

		t	2t	3t	4t
častica 1	$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2}$	1: 1,57 (0,28): 2,63 (0,51): 2,36(0,54)			
	$\overline{V_i^2}$ [mm ²]	38 ± 4	59 ± 9	99 ± 16	89 ± 18
častica 2	$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2}$	1: 1,48 (0,26): 1,67 (0,29): 2,53 (0,49)			
	$\overline{V_i^2}$ [mm ²]	33 ± 3	48 ± 8	54 ± 9	83 ± 15
častica 3	$\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2}$	1:1,83 (0,47): 2,57 (0,63): 2,96 (1,05)			
	$\overline{V_i^2}$ [mm ²]	34 ± 6	63 ± 12	88 ± 16	102 ± 32

Čísla v zátvorkách udávajú odchýlky jednotlivých hodnôt. Stredné kvadratické vzdialenosti $\overline{V_i^2}$ súvisia s hodnotami stredného kvadratického posunutia $\overline{S_i^2}$ vzťahom $\overline{V_i^2} = z^2 \overline{S_i^2}$ kde z je zväčšenie mikroskopu. Udávané chyby sú štatistické chyby vypočítané programom Brown.

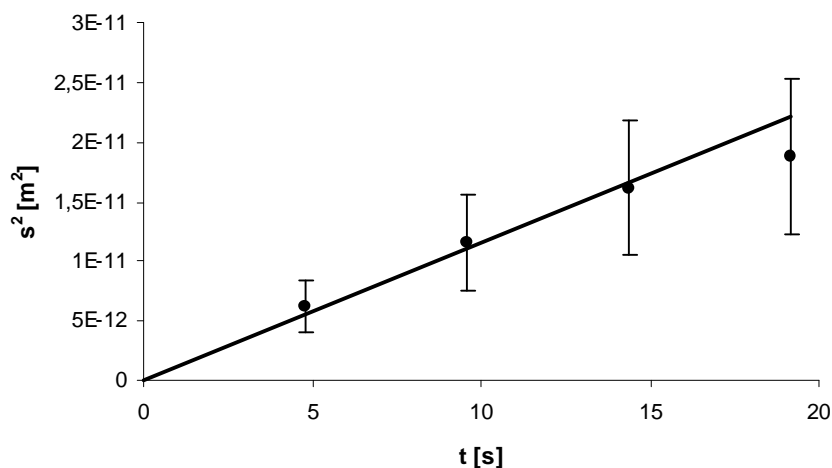
Pre ďalšie spracovanie boli použité hodnoty zistené pre časticu 3, pretože hodnoty $\overline{S_i^2}$ najlepšie vyhovujú vzťahu (4), ktorý musí byť splnený za predpokladu, že platí Einsteinov vzťah.

Vektory posunutia pre časticu 3 sú znázornené v grafe 1a. Z grafu vidno, že neprevláda nijaký smer v pohybe častice, častica teda konala neusporiadaný pohyb. Jednotlivé polohy častice 3 sú znázornené v grafe 1b. Mierka osí grafov je v zväčšení, pre zistenie skutočných vzdialeností je potrebné deliť ju zväčšením mikroskopu z .

2. Aktivita Brownovho pohybu

Elektronickými stopkami sme určili časový interval t medzi akustickými signálmi ako $t = 4,79 \pm 0,02$ s. Aktivitu Brownovho pohybu určuje vzťah (1), môžeme ju určiť lineárnou regresiou hodnôt $\overline{s_1^2}$ až $\overline{s_4^2}$ pre časticu 3. Z tabuľky 1. je zrejmé, že chyby týchto veličín nemôžeme pokladať za konštantné, preto sme pre regresiu použili ten vzťah pre metódu najmenších štvorcov, ktorý zahŕňa aj chyby hodnôt $\overline{s_i^2}$ [2]. Ku štatistickým chybám veličín $\overline{s_i^2}$ je potrebné pripočítať chyby, ktoré vznikli pri zaznamenávaní polohy častice na fóliu a chyby, ktoré vznikli pri zadávaní hodnôt do počítača (hrúbka fixky, možná nepozornosť, ...). Tieto chyby odhadujeme ako asi 15%. Ostatné chyby, ako chyba v určení zväčšenia a chyba v určení časového intervalu sú v porovnaní s touto chybou zanedbateľné. S využitím rovnosti $\overline{s_i^2} = \frac{\overline{V_i^2}}{2z^2}$ dostaneme hodnotu aktivity Brownovho pohybu $A = (1,16 \pm 0,29)10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ s relatívnou chybou $d_A = 25\%$. Závislosť hodnôt $\overline{s_i^2}$ od času preložená regresnou priamkou je vynesená v grafe 1c.

Graf 1c: Závislosť stredného kvadratického posunutia na čase



Chybové úsečky predstavujú štatistickú chybu spojenú s chybou, ktorá vzniká pri zaznamenávaní polôh častíc.

3. Určenie Avogadrovej konštanty

Veličiny potrebné na určenie Avogadrovej konštanty sú zapísané v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 2: veličiny potrebné na určenie Avogadrovej konštanty

veličina	hodnota
molová plynová konštantá R [$\text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]	$8,314 \pm 0,001$
viskozita vody pri 25°C η_v [$\text{Pa} \cdot \text{s}$]	$(0,891 \pm 0,001)10^{-3}$
objemový podiel častíc latexu φ	1: 600
teplota suspenzie T [K]	297 ± 1
polomer latexových častíc r [nm]	$425 \pm 0,5$
aktivita Brownovho pohybu A [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$]	$(1,16 \pm 0,29)10^{-12}$

Hodnoty polomeru r a objemového podielu latexových častíc podľa [3], viskozita vody η_v je uvedená v [1] a molová plynová konštantá v [4]. Teplotu suspenzie sme uvažovali rovnakú ako bola teplota vzduchu v miestnosti.

Hodnoty dosadíme do vzťahov (5) a (2) a dostaneme hodnotu Avogadrovej konštanty $N_A = (4,9 \pm 1,4)10^{23} \text{ mol}^{-1}$, s relatívnou chybou $d_{NA} = 29\%$. Odchýlka je určená prenesením chýb z veličín použitých pre výpočet.

Diskusia:

Z tabuľky 1. vidno, že nie všetky častice splňujú Einsteinov vzťah, k rozdielu dochádza hlavne pre hodnoty v čase $4t$. To je pravdepodobne spôsobené možným tečením, pri ktorom sa častica nepohybovala chaoticky, ale v jej pohybe prevládal jeden smer. Bolo obtiažne nájsť časticu, ktorá by vykazovala pohyb bez preferovaného jedného smeru. Pre ďalšie spracovanie boli použité hodnoty namerané pre časticu 3, lebo pomery $\overline{S_t^2} : \overline{S_{2t}^2} : \overline{S_{3t}^2} : \overline{S_{4t}^2}$ sa najviac približujú k predpokladanému 1: 2: 3: 4.

Hodnoty aktivity Brownovho pohybu aj Avogadrovej konštanty sú určené s dosť veľkými relatívnymi odchýlkami. Na nepresnosti ich určenia sa podieľa hlavne nepresnosť odčítania polôh častíc, ktorá sa ešte zväčšuje pri zadávaní do počítača. Táto chyba je odhadnutá ako 15%, ak uvažíme, že vzdialenosť zakresľovaných bodov na fóliu bola okolo 6-7 mm a chybu vzniknutú nepresným zakreslením odhadujeme ako 1 mm. Toto je pravdepodobne aj dôvod, prečo hodnoty posunutia pre časticu 2 nezodpovedajú Einsteinovmu vzťahu napriek tomu, že z sa grafu 2a a 2b javí, že konala neusporiadaný pohyb bez tečenia.

Meranie mohlo byť zaťažené aj inými systematickými chybami, napríklad mohlo dôjsť k zahrievaniu preparátu, keďže bol umiestnený nad lampou mikroskopu. Vplyvom toho mohla byť jeho teplota vyššia ako teplota v miestnosti, čo sa mohlo odraziť na nepresnom určení viskozity suspenzie.

Hodnota Avogadrovej konštanty je udávaná v [1] ako $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, ktorá sa v rámci chyby merania zhoduje s nami určenou hodnotou.

Záver:

Z troch skúmaných častíc splňuje Einsteinov vzťah najpresnejšie častica 2 pre časy t až $4t$. Z hodnôt nameraných pre túto časticu sme určili aktivitu Brownovho pohybu ako $A = (1,16 \pm 0,29)10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ s relatívnou chybou $d_A = 25\%$ a Avogadrovu konštantu ako $N_A = (4,9 \pm 1,4)10^{23} \text{ mol}^{-1}$ s relatívnou chybou $d_{NA} = 29\%$. Veľké relatívne odchýlky sú

spôsobené hlavne nepresnosťami v určení polôh častíc. Zistená hodnota N_A sa v rámci chyby zhoduje s tabuľkovou hodnotou.

Použitá literatúra:

[1] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch, Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980

[2] J. English, prezentácia k semináru Úvod do praktickej fyziky, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/mereni.zip>

[3] Zadanie úlohy fyzikálneho praktika I, úloha XVI, <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/116.htm>

[4] D. Slavínská prom.fyz., CSc., I. Stulíková , CSc., P. Vostrý, CSc.: Fyzikální praktikum I., SPN Praha 1989