

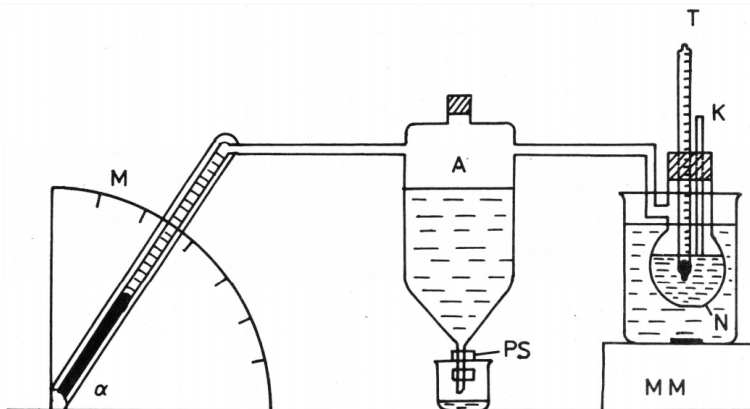
1 Pracovní úkoly

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ v rozsahu teplot od 23°C do 70°C metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky, do grafu vynesete chybové úsečky a tabulkové hodnoty. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

2 Teoretická část

Povrchovým napětím nazýváme tendenci povrchu kapaliny minimalizovat svou plochu. Vzniká v důsledku působení sil mezi molekulami kapaliny. V důsledku povrchového napětí se povrch kapaliny chová jako tenká pružná blána, což umožňuje na povrch kapaliny umístit lehké předměty s větší hustotou než je hustota kapaliny. V přírodě například povrchové napětí umožňuje bruslačkám pohybovat se po hladině vody.

Povrchové napětí jsme měřili metodou bublin. Nákres měřící aparatury je vidět na obrázku 1. Měřená kapalina je v nádobě N , do které je zaveden teploměr T a kapilára K ústící přímo pod hladinu měřené kapaliny, abychom mohli zanedbat hydrostatický tlak, kterým působí kapalina na bublinu. Nádoba N je ponořena do vodní lázně, která je míchána a zahřívána magnetickou míchačkou MM . Vzduch nad měřenou kapalinou je spojen se vzduchem v aspirátoru A a s mikromanometrem M , který je skloněn o úhel α . Z aspirátoru vypouštíme vodu pomocí přitlačných svorek PS , čímž snižujeme tlak nad měřenou kapalinou a zároveň zvětšujeme rozdíl mezi tímto a atmosférickým tlakem.



Obrázek 1: Nákres měřící aparatury, převzato a upraveno [1]

Při vytlačování vzduchových bublin kapilárou do vody vzniká v bublině kapilární přetlak vyvolaný povrchovým napětím. Platí

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r}, \quad (1)$$

kde Δp je kapilární přetlak vytvořený povrchovým napětím σ a r je poloměr bubliny. Maximální kapilární přetlak nastane, když bude mít bublina svůj minimální poloměr. To nastane pro

$$r = \frac{d}{2}, \quad (2)$$

kde d je průměr kapiláry. Z toho vyplývá, že maximální kapilární přetlak je roven

$$\Delta p_{max} = \frac{4\sigma}{d} \quad (3)$$

Tento přetlak vytlačuje v mikromanometru vodu a my odečítáme výšku jejího sloupce. Naměřený přetlak je roven

$$\Delta p_m = h\rho_m g \sin \alpha, \quad (4)$$

kde h je výška vodního sloupce v mikromanometru, ρ_m je hustota kapaliny v mikromanometru, g je tíhové zrychlení a α je úhel sklonění mikromanometru. Bublina se z kapiláry uvolní právě tehdy, je-li přetlak naměřený

Tabulka 1: Naměřené hodnoty vodního sloupce h při teplotách kapaliny T a vypočtená povrchová napětí σ .

T	h	σ
24,5	112,75	$71,8 \pm 2,8$
28,5	112,00	$71,3 \pm 2,8$
32,5	110,50	$70,3 \pm 2,7$
36,5	109,75	$69,8 \pm 2,7$
40,5	108,75	$69,2 \pm 2,7$
44,5	107,75	$68,6 \pm 2,7$
48,5	106,75	$67,9 \pm 2,6$
53,6	104,75	$66,7 \pm 2,6$
57,5	103,50	$65,9 \pm 2,6$
61,5	102,50	$65,2 \pm 2,5$
65,5	101,00	$64,3 \pm 2,5$
69,0	99,67	$63,4 \pm 2,5$

manometrem roven maximálnímu kapilárnímu přetlaku. Z (3) a (4) pak vyplývá vzorec pro výpočet povrchového napětí z výšky sloupce v mikromanometru

$$\sigma = \frac{\Delta p_{max} d}{4} = \frac{\Delta p_m d}{4} = \frac{h \rho_m g d \sin \alpha}{4} \quad (5)$$

Při měření jsme používali aparaturu popsanou výše. Zahřívání jsme měřenou kapalinu. Pomocí přítlačných svorek jsme vypouštěli vodu z aspirátoru tak, aby se vždy po několika vteřinách uvolnila bublina. Hladina v mikromanometru kolísala v řádu několika milimetrů. Pro každý stupeň teploty mezi 23°C a 70°C jsme odečetli maximální hodnotu na mikromanometru, protože právě při maximálním přetlaku má bublina průměr rovný průměru kapiláry. Mikromanometr měřil s přesností na 0,5 mm. Teploměr měřil s přesností na 0,5 °C

Naměřené hodnoty povrchového napětí mají být proloženy kvadratickou křivkou. Tu lze obecně zapsat jako

$$\sigma(T) = AT^2 + BT + C \quad (6)$$

3 Výsledky měření

Měření probíhalo za teploty $t = (21,9 \pm 0,1) \text{ }^\circ\text{C}$, vzdušné vlhkosti $(17,5 \pm 1) \%$ a atmosférického tlaku vzduchu $p = (993 \pm 2) \text{ hPa}$. Tabulka 1 obsahuje naměřené hodnoty výšky vodního sloupce v mikromanometru h v závislosti na teplotě T . Nejsou použity všechny naměřené hodnoty, do tabulky je vždy zanesen aritmetický průměr čtyř po sobě jdoucích hodnot. Hodnota pro $T = 51^\circ\text{C}$ byla vyřazena ze zpracování, neboť jde zřejmě o hrubou chybu. Z každé hodnoty výšky vodního sloupce h je potom vypočítáno příslušné povrchové napětí σ podle vzorce uvedeného výše. Tabulkové hodnoty hustoty destilované vody $\rho = 997 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ pro teplotu 25°C (teplota vody v mikromanometru) a gravitačního zrychlení $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ pro naši zeměpisnou šířku jsme převzali z [2]. Průměr kapiláry byl zadán $d = (0,52 \pm 0,02) \text{ mm}$.

V tabulce 1 je povrchové napětí uvedeno s chybou měření, která byla počítána metodou přenosu chyb. Vzorec pro výpočet chyby jedné veličiny f je

$$s_f = \sqrt{s_s^2 + s_m^2}, \quad (7)$$

kde s_s statistická chyba (kterou neuvažujeme) a s_m je chyba měření. Metoda přenosu chyb potom říká, že pro chybu veličiny f vypočtenou z n jiných veličin platí

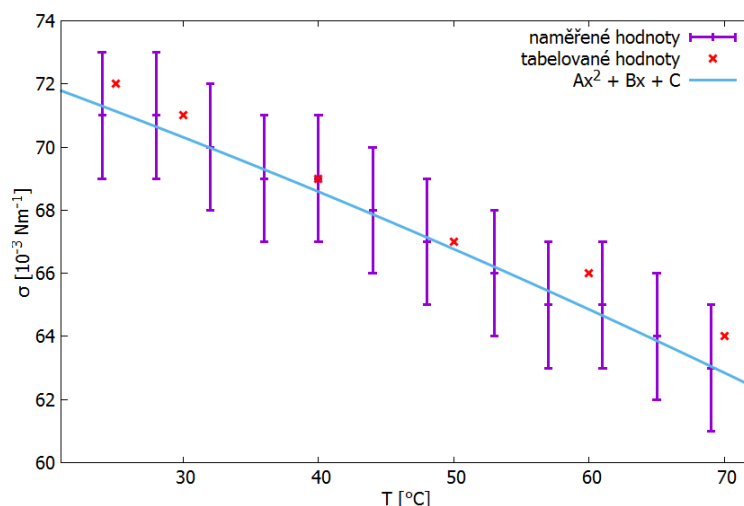
$$s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s_{x_i}^2} \quad (8)$$

Pro výpočet lze ale také použít relativní chybu η_f veličiny f , která se vypočítá

$$\eta_f = \frac{s_f}{\bar{f}}, \quad (9)$$

kde \bar{f} je střední hodnota veličiny. Z (5), (8) a (9) potom vyplývá konkrétní vzorec pro náš případ.

$$s_\sigma = \sqrt{\left(\frac{s_h}{h} \right)^2 + \left(\frac{s_{\rho_m}}{\rho_m} \right)^2 + \left(\frac{s_g}{g} \right)^2 + \left(\frac{s_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{s_{\sin \alpha}}{\sin \alpha} \right)^2} \bar{\sigma} \quad (10)$$



Obrázek 2: Graf závislosti povrchového napětí na teplotě

Hodnotu $\sin \alpha$ budeme považovat za přesnou, neboť mikromanometr byl vyvážen třemi vodováhami. Stejně tak budeme za přesné uvažovat tabulkové hodnoty ρ_m a g . Z těchto předpokladů dostáváme

$$s_\sigma = \sqrt{\left(\frac{s_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{s_d}{d}\right)^2} \frac{\bar{h} \rho_m g \bar{d} \sin \alpha}{4} \quad (11)$$

V grafu 2 jsme vykreslili hodnoty povrchového napětí v závislosti na teplotě podle tabulky 1 včetně chybových úseček. Výsledný graf jsme fitovali křivkou podle rovnice (6) Vykreslili jsme do něj také tabelované hodnoty povrchového napětí převzaté z [2]. Pro koeficienty křivky (6) nám vyšly hodnoty

$$\begin{aligned} A &= (-4,7 \pm 5,1) \cdot 10^{-7} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-2}, \\ B &= (-1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-1}, \\ C &= (7,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ N m}^{-1}. \end{aligned}$$

4 Diskuze výsledků

Jak je vidět z grafu, naměřené výsledky v rámci chyby odpovídají tabelovaným hodnotám. Ze zjištěných hodnot koeficientů rovnice (6) vyplývá, že závislost povrchového napětí na teplotě je v intervalu teplot od 23°C do 70°C lineární. Problémem u měření bylo zejména rychlé zahřívání, které tvořilo v nádobě N teplotní gradient, který mohl zkreslit měření a zejména komplikovalo odečítání povrchového napětí při konkrétní teplotě. Mezi odečtením teploty na teploměru a odečtením výšky vodního sloupce v mikromanometru vystoupala teplota až o čtvrt stupně. Stávalo se tak zejména z důvodu čekání na maximální výšku sloupce. Napříště by bylo vhodnější nejprve odečíst výšku vodního sloupce a až poté odečíst teplotu. Největším zdrojem nepřesnosti byla chyba určení průměru kapiláry.

5 Závěr

Naměřili jsme hodnoty povrchového napětí vody pro rozsah teplot od 23°C do 70°C. Zapsali jsme je do tabulky 1. Z těchto hodnot jsme vytvořili graf 2, který jsme proložili kvadratickou závislostí. Proložená kvadratická závislost má tyto koeficienty:

$$\begin{aligned} A &= (-4,7 \pm 5,1) \cdot 10^{-7} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-2}, \\ B &= (-1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ N m}^{-1} \text{ K}^{-1}, \\ C &= (7,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ N m}^{-1}. \end{aligned}$$

Porovnali jsme naměřené hodnoty povrchového napětí s tabulkami. V rámci chyby se naše měření shoduje s tabelovanými hodnotami.

6 Seznam použité literatury

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I., úloha XIV, http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_114.pdf [7.3.2018]
- [2] BROŽ J., ROSKOVEC V. a VALOUCH M: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, 1. vyd. Praha 1980