

1 Pracovní úkoly

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ v rozsahu teplot od 23°C do 70°C metodou bublin
2. Měřenou závislost znázorněte graficky, do grafu vynesete chybové úsečky a tabulkové hodnoty. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

2 Teoretická část

Při vytlačování vzduchu z kapiláry do kapaliny působí proti vytlačování kromě hydrostatického tlaku i povrchové napětí kapaliny na rozhraní kapalina vzduch. Toto povrchové napětí σ vytváří uvnitř kulové plochy o poloměru r kapilární přetlak[1]. Ten nabývá maximální hodnoty v okamžiku, kdy je poloměr vznikající bubliny nejmenší, tedy když je rovný poloměru kapiláry r_0 . Tento přetlak je definován jako

$$\Delta p_{\sigma\max} = \frac{2\sigma}{r_0}. \quad (1)$$

Bublina následně zvětšuje svůj poloměr, kapilární tlak klesá a bublina se samovolně rozpíná a odtrhává se od kapiláry. Bublina vznikají v momentě, kdy je tlak vzduchu v kapiláře vzhledem k tlaku vzduchu u hladiny kapaliny vyšší o hodnotu

$$\Delta p_{\max} = \frac{2\sigma}{r_0} + h\rho g, \quad (2)$$

kde h představuje hloubku ponoru kapiláry, ρ hustotu kapaliny a g tíhové zrychlení.

Pro eliminaci členu $h\rho g$, představujícího hydrostatický tlak, umístíme v naší měřící aparatuře kapiláru těsně pod hladinu měřené kapaliny. Tlak v aparatuře budeme snižovat vypouštěním vody z aspirátoru, dokud se nezmění o hodnotu Δp_{\max} vůči tlaku v kapiláře, pak se začnou tvořit bubliny a tlak v aparatuře se opět zvýší.

Hodnotu Δp_{\max} odečteme pomocí mikromanometru, pro který platí

$$\Delta p = v\rho g \sin\alpha, \quad (3)$$

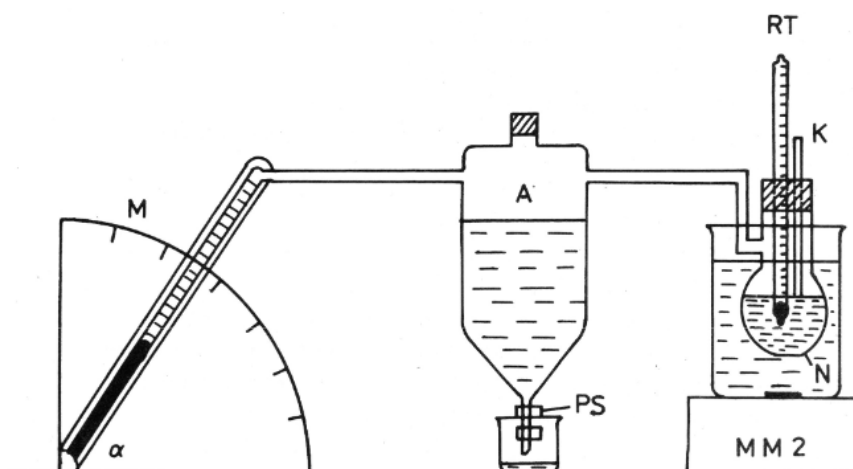
kde v je odečtená hodnota, ρ hustota vody v mikromanometru, g tíhové zrychlení, a α je sklon manometrické trubice.

Po odečtení nejvyšší hodnoty na mikromanometru za příslušné teploty dopočteme povrchové napětí měřené kapaliny podle rovnice

$$\sigma = \frac{1}{2}v\rho g r_0 \sin\alpha. \quad (4)$$

Naměřené hodnoty nakonec proložíme křivkou odpovídající rovnici

$$\sigma(t) = at^2 + bt + c, \quad (5)$$



Obrázek 1: Měřicí aparatura, převzato z [1]

3 Výsledky měření

Laboratorní podmínky

Při měření byla teplota v místnosti $T_{RT} = (25,8 \pm 0,4) \text{ }^\circ\text{C}$, tlak $p_{rp} = (986,8 \pm 0,2) \text{ hPa}$.

Měření

Teplota byla měřena rtuťovým teploměrem, chybu měření uvažují $\sigma_t = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$, což odpovídá nejmenšímu dílku na teploměru. Chybu měření na mikromanometru uvažují $\sigma_v = 1 \text{ mm}$. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 1.

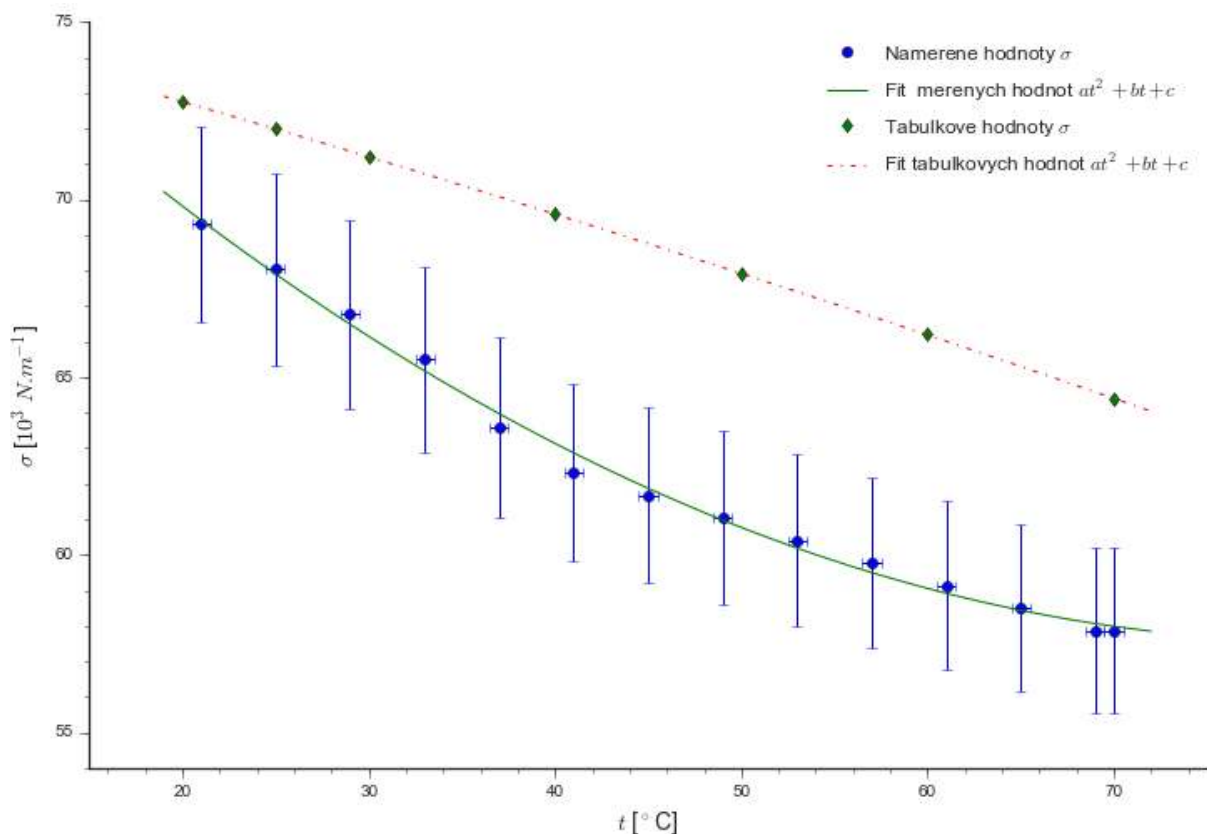
Tabulka 1: Naměřené hodnoty na mikromanometru pro příslušné teploty

$t \text{ [}^\circ\text{C]}$	$v \text{ [mm]}$	$t \text{ [}^\circ\text{C]}$	$v \text{ [mm]}$
21	109	49	96
25	107	53	95
29	105	57	94
33	103	61	93
37	100	65	92
41	98	69	91
45	97	70	91

Z těchto hodnot byly následně dopočteny hodnoty povrchového napětí.

Průměr kapiláry byl zadán jako $d = (0,52 \pm 0,02)$ mm, počítáme tedy $r_0 = (0,26 \pm 0,01)$ mm. Jako hustotu destilované vody v manometrické trubici a tíhové zrychlení uvažujeme tabulkové hodnoty $\rho = 996,8399 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ [2] a $g = 9,8137 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ [3]. Sklon trubice byl 30° , tedy $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Chyba dopočtené hodnoty povrchového napětí je pak pro každé měření definována jako $\sigma_{\sigma_i} = \sigma_i \sqrt{\left(\frac{\sigma_v}{v_i}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{r_0}}{r_0}\right)^2}$, kde σ_i je dopočtená hodnota povrchového napětí pro i -té měření. V Grafu 1 je vynesena naměřená závislost povrchového napětí na teplotě a tabulkové hodnoty[2]. Proložená křivka odpovídá rovnici (5). Chyba na ose x, tedy chyba určení teploty, je vůči chybě všech určených hodnot povrchového napětí zanedbatelná, určené hodnoty tedy lze aproximovat metodou nejmenších čtverců[4].

Graf 1: Závislost povrchového napětí na teplotě, měřené i tabulkové hodnoty



Koeficienty fitu podle rovnice (5) byly určeny metodou nejmenších čtverců pomocí knihovny scipy. Odchylky koeficientů byly dopočteny jako odmocniny z hodnot na diagonále kovarianční matice získané při fitování.

Tabulka 2: Koeficienty fitu podle (5)

	a	σ_a	b	σ_b	c	σ_c
Fit naměřených hodnot	$3,2 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	-0,53	0,03	79,1	0,8
Fit tabulkových hodnot	$-2,9 \cdot 10^{-4}$	$0,2 \cdot 10^{-4}$	-0,141	0,002	75,69	0,04

Residuální chyba kvadrátů fitu naměřených dat, určená jako podíl sumy kvadrátů minimalizovaných residuí a stupně volnosti (rozdíl počtu proložených bodů a počtu parametrů fitované funkce) byla dopočtena $\frac{\chi^2}{\langle \chi^2 \rangle} = 0,013$.

4 Diskuze

Naměřené hodnoty se od tabulkových výrazně liší, jak hodnotově, tak i trendem, což je vidět z odlišnosti koeficientů získaných regresemi. To ukazuje na systematickou chybu.

Vliv podmínek v místnosti zanedbáváme, teplotní změny mimo aparaturu nehrají při tomto měření velkou roli, dochází k výkyvům maximálně několika stupňů, mikromanometr měří rozdíl tlaku v aparatuře vůči atmosferickému, vliv tlaku v místnosti nemusíme zohledňovat.

I když byla kapilára ponořena těsně pod hladinou, zanedbání hydrostatického tlaku mohla být jednou z příčin vzniklé systematické chyby. Korekce lze provést odhadem hloubky ponoru kapiláry v aparatuře.

Průměr kapiláry nebyl přeměřován, je možné, že uvedená hodnota neodpovídá realitě, což by pak byl další možný důvod vzniku systematické chyby.

Hodnota hustoty vody v manometrické trubici odpovídá hustotě při naměřené teplotě v místnosti, ale při tlaku 10^5 Pa. Změny tlaku v mikromanometru ale vnáší chybu zanedbatelnou, hustota destilované vody se při změně tlaku 100 Pa změní o $0,05 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Teplota vzorku byla zvyšována pomocí lázně, ve která byla voda míchána magnetickou míchačkou, lze tedy předpokládat, že byl vzorek ze stran ohříván rovnoměrně, ale mohl být malý rozdíl mezi místem měření teploty a kapilárou. Také měření maximální výšky sloupce v manometrické trubici a odečtení teploty neprobíhalo v ten samý okamžik. Chyba měření teploty odpovídá celému dílku na stupnici, lze předpokládat, že oba výše zmíněné vlivy se do této chyby vejdou. I tak je odchylka oproti odchylce dopočítaných hodnot povrchového napětí malá a pro účely regrese je možné ji zanedbat.

Při určování maximální výšky sloupce mohlo dojít k nepřesnému odečtení hodnoty, tvorba bublin po dosažení příslušného tlaku byla rychlá a ke zvýšení tlaku došlo poměrně rychle, proto chyba měření této veličiny odpovídá celému nejmenšímu dílku na aparatuře. Mikromanometr měřil tlak v aspirátoru, můžeme ale předpokládat že stejný tlak byl v celé aparatuře, tedy i nad hladinou měřené kapaliny.

Také předpokládáme, že vzorek je destilovaná voda bez nečistot, tento předpoklad ale nemusí být reálně splněn, protože nevíme, jak dlouho byla voda vystavena vnějšímu prostředí, nečistoty na hladině mohou mít vliv na naměřenou závislost.

Residuální chyba kvadrátů při fitování naměřených dat ukazuje, že aproximace je v intervalu měřených teplot velmi dobrá, jejího zpřesnění by šlo ještě dosáhnout využitím metody zahrnující chyby i v hodnotách teploty. Protože je chyba v hodnotě teploty pro všechny měřené body stejná a můžeme jí považovat za malou, bylo by zpřesnění nepatrné.

5 Závěr

Naměřené hodnoty i koeficienty aproximace závislosti povrchového napětí na teplotě se neshodují s tabelovanými hodnotami.

Koeficienty fitu kvadratickou funkcí byly určeny pomocí regrese jako $a = (3,2 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$, $b = (-0,53 \pm 0,03)$, $c = (79,1 \pm 0,8)$.

Při měření zřejmě došlo k systematické chybě, možné příčiny a možnosti korekce byly diskutovány.

6 Literatura

- [1] Teplotní závislost povrchového napětí. Studijní text k fyzikálnímu praktiku. Fyzikální Praktikum [online]. [cit. 2018-05-01]. http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_114.pdf
- [2] BROŽ, J., V. ROSKOVEC a M. VALOUCH: Fyzikální a matematické tabulky. 1. vyd. Praha: SNTL, 1980.
- [3] Kolektív WIKIMEDIA project. Wikipedie: Tíhové zrychlení [online]. [cit. 2018-05-01]. https://cs.wikipedia.org/wiki/Tíhové_zrychlení.
- [4] J. Englich, Úvod do praktické fyziky I. 1. vyd. MATFYZPRESS, Praha 2006, ISBN 80-86732-93-2.