

UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM

FYZIKÁLNÍ PRAKTIKUM I.  
PRO OBOR OBECNÁ FYZIKA

---

## **XII. Meranie viskozity**

---

*Autor:*  
Samuel Kočišćák

11. mája 2016

## 1 Pracovné úlohy

1. Odmerajte dynamickú viskozitu destilovanej vody pri izbovej teplote metódou výtoku kvapaliny kapilárkou z *Mariottovej* fľaše.
2. Určte teplotnú závislosť kinematickej viskozity destilovanej vody v obore teplôt od 20°C do 60°C pomocou *Ubbelohdeovho* viskozimetra.
3. Zostojte graf teplotnej závislosti kinematickej viskozity. Určte aktivačnú energiu deja.

## 2 Teoretická časť

### 2.1 Viskozita

Dynamická viskozita<sup>[St]</sup>  $\eta$  vyjadruje úmeru medzi tangenciálnym napätím  $\tau$  medzi vrstvami kvapaliny a rýchlostným gradientom  $\nabla v$ , ktorý je, z definície tangenciálneho napätia na toto napätie kolmý:

$$\eta = \frac{\tau}{\nabla v} \quad (1)$$

Kinematická viskozita  $\nu$  je<sup>[St]</sup> dynamická viskozita  $\eta$  normovaná hustotou kvapaliny  $\rho$ :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \Leftrightarrow \eta = \rho\nu \quad (2)$$

Závislosť viskozity na teplote môžeme<sup>[St]</sup> charakterizovať vzťahom:

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{\epsilon_A}{k_B T}\right), \quad (3)$$

kde  $k_B$  je Boltzmanova konštanta,  $T$  je termodynamická teplota kvapaliny a  $\eta_0$  je konštanta. TODO MOZNO LN NEBUDE TREBA Aktivačnú energiu  $\epsilon_A$  vieme určiť logaritmovaním rovnice (3):

$$\epsilon_A = k_B T \ln\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right) \quad (4)$$

Všetky uvedené vzťahy zo statí 2.1 a 2.2 platia v priblížení laminárneho prúdenia, ktoré dobre platí, ak *Reynoldsovo* číslo<sup>[Zfm]</sup>:

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta} = \frac{2rv}{\nu} \quad (5)$$

prislúchajúce danému deju nepresiahne<sup>[St]</sup> hodnotu 2000.

## 2.2 Kapilárne viskozimetre

Meranie viskozity kapilárnymi viskozimetrami využíva *Poiseuillov* vzťah:

$$V = \frac{\pi r^4 p \tau}{4 \eta l}, \quad (6)$$

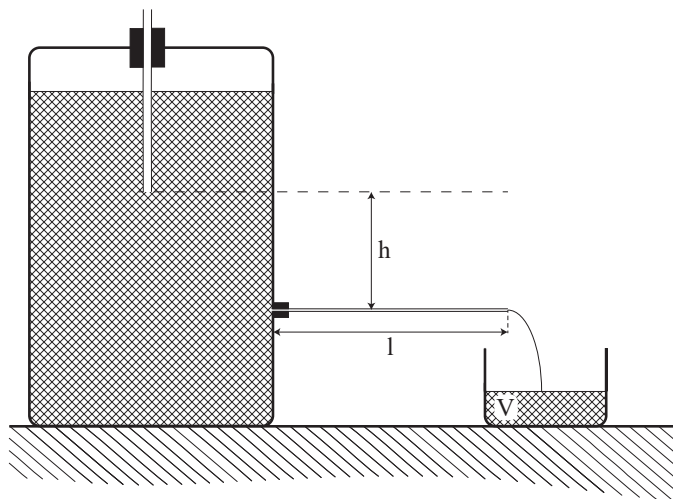
Kde  $r$  je polomer kapiláry,  $p$  rozdiel tlakov na jej koncoch,  $l$  jej dĺžka a  $\tau$  čas, za ktorý kapilárou pretečie objem  $V$ .

V prípade merania pomocou *Mariottovej* fľaše <sup>[Zfm2]</sup> (ako vidno na obrázku 1), spojíme vzťah na výpočet hydrostatického tlaku  $p$ :

$$p = h \rho g, \quad (7)$$

kde  $h$  je hĺbka,  $\rho$  hustota kvapaliny a  $g$  miestne tiažové zrýchlenie so vzťahom 6 a získame vzťah, pomocou ktorého zo znalosti parametrov kapiláry, hĺbky kapiláry od spodku trubice na udržiavanie konštantného tlaku (obrázok 1) a času  $\tau$ , za ktorý vytečie do odmernej nádoby objem  $V$  určíme  $\eta$ :

$$\eta = \frac{\pi r^4 h \rho g \tau}{8 V l} \quad (8)$$

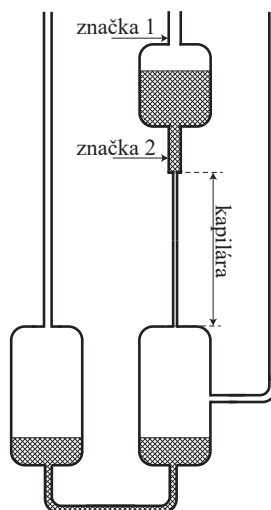


Obr. 1: Meranie viskozity Mariottovou fľašou

Pri meraní *Ubbelohdovym* viskozimetrom <sup>[Zfm2]</sup> znázorneným na obrázku 2 stačí na určenie kinematickej viskozity  $\nu$  poznať čas  $\tau$ , ktorý trvá, kým hladina kvapaliny nad kapilárou klesne od značky 1 po značku 2 a konštantu  $k$ , zohľadňujúcu parametre viskozimetra, potom pre kvapalinu tejto hustoty platí:

$$\nu = k \tau \quad (9)$$

Ubbelohdov viskozimeter je užitočný na meranie teplotnej závislosti viskozity, keďže je možné celú aparatúru (obrázok 2) ponoriť do termostatovaného kúpeľa istej teploty  $T$ .



Obr. 2: Meranie viskozity Ubbelohdovym viskozimetrom

### 3 Výsledky merania

Meranie prebehlo v laboratóriu pri teplote vzduchu na začiatku merania  $24,5(4)^\circ\text{C}$  a na konci merania  $26,5(4)^\circ\text{C}$ . K týmto hodnotám sa vrátíme neskôr. Tlak v laboratóriu bol  $998(2)\text{hPa}$  a na jeho presnej hodnote experimentálne výsledky nezávisia. Vlhkosť v laboratóriu bola  $\approx 27\%$  a namerané hodnoty na nej taktiež nezávisia. Pri všetkých meraniach sme používali destilovanú vodu.

#### 3.1 Meranie pomocou Mariottovej fľaše

Hodnotu  $h$  sme určili pomocou katetometra, ako rozdiel výšok  $h_1$  vzdušného konca kapiláry nad podlahou a  $h_2$  ponoreného konca zavzdušňovacej trubice nad podlahou na  $h = (58 \pm 1)10^{-3}\text{m}$ . Pri určovaní tohto parametra sme sa obmedzili na presnosť  $\sigma_h = 1\text{mm}$ , keďže podlaha v laboratóriu je nerovná a mäkká, prehýbala sa, keď sa po miestnosti presúvali ľudia.

Stopovali sme čas  $\tau$ , ktorý trvalo, kým sa odmerný valec naplnil na  $50\text{ml}$ . Nepresnosť určenia tohto času môže zohrať významnú rolu, preto sme sa (aj napriek tomu, že použité stopky merali čas s presnosťou na  $10^{-2}\text{s}$ ) obmedzili na presnosť určenia času  $\sigma_\tau = 1\text{s}$ . Samotný objem sme určili s presnosťou  $\sigma_V = 0,5\text{ml}$ .

Vnútorň priemer kapiláry bol  $d = (1,29 \pm 0,03)\text{mm}$ , teda polomer bol  $r = (0,65 \pm 0,02)\text{mm}$  a dĺžka kapiláry bola  $l = (0,146 \pm 0,002)\text{m}$ . Budeme potrebovať aj tiažové zrýchlenie v Prahe<sup>[Wg]</sup>:  $g = 9,814\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Odmerali sme teplotu vody vytečenej cez kapiláru do odmerného valca, aby sme zstili, pri akej teplote viskozitu určujeme. Teplota tejto vody bola  $t_{H_2O} = 25,4^\circ\text{C}$ . Hustota vody  $\rho$  pri teplote  $25^\circ\text{C}$  je podľa [Th]:  $\rho = (997 \pm 1) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  (obmedzili sme sa na nižšiu presnosť, keďže nemáme dáta pre vodu presne našej teploty).

Pre úsporu priestoru a prehľadnosť tu neuvádzame všetky namerané hodnoty času  $\tau$ , iba výsledný priemerný čas zohľadňujúci disperziu nameraných hodnôt a nepresnosť určenia času 1 s:

$$\tau = (217 \pm 2) \text{ s} \quad (10)$$

Zo znalosti  $V$ ,  $\tau$ ,  $h$ ,  $\rho$ ,  $l$ ,  $g$  a  $r$  vieme pomocou 8 určiť  $\eta$  na:

$$\eta = (1,18 \pm 0,15) 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}, \quad (11)$$

čo je mierne viac, než tabuľková hodnota pri  $25^\circ\text{C}$  podľa [Th]:  $\eta_{25} = 0,891 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$ , k tejto nezhode sa vrátíme v diskusii. Chybu sme preniesli ako:

$$\sigma_\eta^2 = \eta^2 \left( \left(4 \frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 \right) \quad (12)$$

a takmer celá táto chyba pochádza z nepresnosti určenia polomeru kapiláry, k čomu sa vrátíme v diskusii. K diskusii sa vrátíme aj k presnejšiemu určeniu teploty, pri ktorej bola hodnota  $\eta$  nameraná.

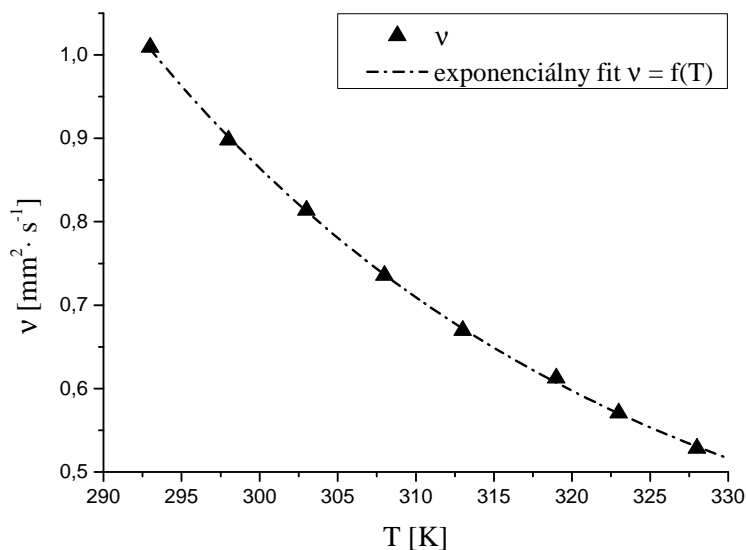
### 3.2 Meranie pomocou Ubbelohdovho viskozimetra

Na určenie závislosti  $\eta = f(T)$  potrebujeme pomocou nameraných hodnôt  $\tau$  pri teplote  $T$  zistiť pomocou vzťahu 9 a znalosti  $k = 0,003003 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-2}$  hodnoty  $\nu$  a tie previezť na  $\eta$ , čo vieme pomocou vzťahu 2 a za znalosti hustoty vody (podľa [Th], obmedzme sa na prenosť  $\sigma_\rho = 0,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) pri danej teplote. Namerané hodnoty a prevod z kinematickej na dynamickú viskozitu možno vidieť v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Kinematická a dynamická viskozita

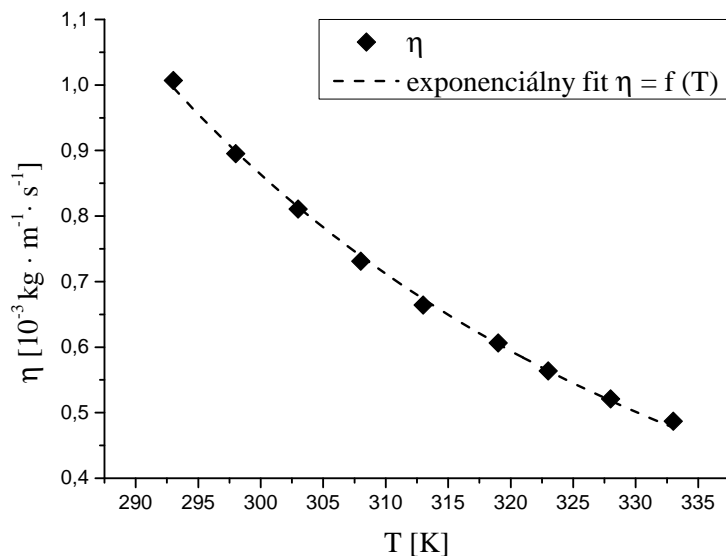
$T$ [ $^\circ\text{C}$ ]	$\tau$ [s]	$\nu$ [ $10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ ]	$\rho$ [ $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ]	$\eta$ [ $10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$ ]
$293 \pm 0,5$	$336 \pm 1$	$10,09 \pm 0,03$	$998 \pm 0,5$	$10,10 \pm 0,03$
$298 \pm 0,5$	$299 \pm 1$	$8,98 \pm 0,03$	$997 \pm 0,5$	$8,95 \pm 0,03$
$303 \pm 0,5$	$271 \pm 1$	$8,14 \pm 0,03$	$996 \pm 0,5$	$8,11 \pm 0,03$
$308 \pm 0,5$	$24 \pm 15$	$7,36 \pm 0,03$	$994 \pm 0,5$	$7,31 \pm 0,03$
$313 \pm 0,5$	$223 \pm 1$	$6,70 \pm 0,03$	$992 \pm 0,5$	$6,64 \pm 0,03$
$319 \pm 0,5$	$204 \pm 1$	$6,13 \pm 0,03$	$990 \pm 0,5$	$6,06 \pm 0,03$
$323 \pm 0,5$	$190 \pm 1$	$5,71 \pm 0,03$	$988 \pm 0,5$	$5,64 \pm 0,03$
$328 \pm 0,5$	$176 \pm 1$	$5,29 \pm 0,03$	$986 \pm 0,5$	$5,21 \pm 0,03$
$333 \pm 0,5$	$165 \pm 1$	$4,95 \pm 0,03$	$983 \pm 0,5$	$4,87 \pm 0,03$

Graf závislosti  $\nu = f(T)$  možno vidieť v grafe na obrázku 3. Hodnotami je preložená závislosť podľa predpisu  $\nu = a - bc^T$ , s koeficientmi  $a = 0,30 \pm 0,02$ ,  $b = -9 \cdot 10^3 \pm 3 \cdot 10^3$  a  $c = 0,968 \pm 0,001$ , no tento fit je čisto fenomenologický a nefyzikálny, nevychádza zo žiadnej teórie a koeficienty  $a$ ;  $b$ ;  $c$  majú nefyzikálne jednotky. Vysoká relatívna nepresnosť koeficientu  $b$  taktiež naznačuje, že fit je preparametrizovaný, každopádne sedí na dáta pekne a ukazuje približnú závislosť na meranom úseku.



Obr. 3: Graf nameranej závislosti  $\nu = f(T)$

Závislosť  $\eta = f(T)$  možno vidieť v grafe na obrázku 4. V grafe nevidno chybové úsečky, pretože by boli príliš malé a neprehľadné, no fit ich zohľadňuje. V grafe na obrázku 4 taktiež nevidno tabuľkové hodnoty, pretože sú veľmi blízke nameraným hodnotám a graf by iba zneprehľadnili.

Obr. 4: Graf nameranej závislosti  $\eta = f(T)$ 

Cez dáta je podľa vzťahu 3 preložená krivka závislosti

$$\eta(T) = a \exp\left(\frac{1}{b \cdot T}\right), \quad (13)$$

ktoerj koeficienty vidno v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Koeficienty fitu závislosti  $\eta(T) = a \exp\left(\frac{1}{b \cdot T}\right)$ 

	$a[10^{-3} \text{ gm}^{-1} \text{ s}^{-1}]$	$b[10^{-4} \text{ s}^{-1}]$
hodnota	2,2	5,57
odchýlka	0,2	0,09

Aktivačnú energiu určíme z koeficientu  $b$ , keďže podľa vzťahov 3 a 13 platí

$$\epsilon_A = k_B/b, \quad (14)$$

tak (po prenesení relatívnej chyby bezozmeny):

$$\epsilon_A = (2,48 \pm 0,23)10^{-20} \text{ J} \quad (15)$$

## 4 Diskusia výsledkov

Pri meraní *Mariottovou* fľašou možno použiť vzťah 6 iba v priblížení laminárneho prúdenia. To, či bol tento predpoklad splnený overíme výpočtom približnej hodnoty  $Re$  pre náš dej. Potrebujeme určiť rýchlosť, čo nebude problém, keďže poznáme polomer kapiláry  $r$  a čas  $\tau$ , za ktorý vytekla voda objemu  $V$ , potom zjavne platí:

$$v = \frac{l}{\tau} = \frac{V}{\tau S} = \frac{V}{\tau \pi r^2}, \quad (16)$$

potom priamo podľa 5:

$$Re = \frac{2\rho V}{\eta \tau \pi r} \approx 191, \quad (17)$$

čo je oveľa menej, ako 2000, teda vidno, že vzťah 6 sme mohli použiť.

Teplota v laboratóriu sa počas merania menila, od začiatku do konca merania sa zmenila o približne  $2^\circ\text{C}$ . Teplota vody v *Mariottovej* fľaši sa však pravdepodobne tak výrazne nemenila, keďže v nej bolo značné množstvo vody s pomerne malým povrchom, teda mala veľkú tepelnú kapacitu a zle prijímala teplo od okolia. Určili sme teplotu vytečenej vody (pri poslednom meraní okamžite po vytečení z fľaše, v prakticky rovnaký moment, ako sme určili teplotu v laboratóriu na konci merania) a tá mala teplotu  $t_{H_2O} = (25,4 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ , teda nižšiu, ako okolitý vzduch, ale medzi teplotou na začiatku a na konci merania, čo naznačuje, že voda vo fľaši naozaj menila teplotu pomaly, každopádne toto mohlo byť zdrojom istej chyby. V rozmedzí teplôt  $1^\circ\text{C}$  sa  $\eta$  mení tak málo, že možno tvrdiť, že sme merali pri konštantnej teplote, za ktorú považujeme  $t_{H_2O}$ .

Overili sme, že kapilára je vodorovne. Určili sme výšku oboch jej koncov nad podlahou pomocou katetometru, rozdiel týchto výšok bol na hranici presnosti meradla. Vo výpočtoch je použitá výška na konci kapiláry, v tomto prípade je chyba spôsobená nepresne vodorovnou kapilárou chybou vyššieho rádu a nezaoberali sme sa ňou, v porovnaní s ostatnými nepresnosťami nezohrala žiadnu rolu.

Nameraná hodnota  $\eta$  sa od tabuľkovej mierne líši. Pravdepodobným zdrojom tejto nepresnosti je nepresné určenie vnútorného polomeru kapiláry  $r$ , čo je niečo, čo sme pri meraní nemohli ovplyvniť. Prešnejšie určenie  $r$  by taktiež významne znížilo chybu  $\sigma_\eta$ .

Použitím hodnôt  $\eta$  z tabuľky [Th] pre teploty  $20^\circ\text{C}$ ,  $30^\circ\text{C}$ ,  $40^\circ\text{C}$ ,  $50^\circ\text{C}$  a  $60^\circ\text{C}$ . Sme (rovnako, ako pre namerané hodnoty  $\eta$  vypočítané z nameraných hodnôt  $\nu$ ) určili fitom funkciou zo vzťahu 13 určili koeficient  $b_{tab} = 5,2810^{-4}\text{s}^{-1}$  a z neho sme pomocou vzťahu 14 dopočítali  $\epsilon_{A-tabuka} = 2,6110^{-20}\text{J}$ . Chybu sme neurčovali, keďže nepoznáme presnosť údajov v tabuľke. Vidno však dobrú zhodu nameraného  $\epsilon_A$  s "tabuľkovou" hodnotou  $\epsilon_{A-tabuka}$ .



## 5 Záver

Podarilo sa nám pomocou *Mariottovej* fľaše odmerať dynamickú viskozitu  $\eta$  vody pri teplote  $t_{H_2O} = 25,4^\circ\text{C}$  na  $\eta = (1,18 \pm 0,15)10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$ , čím sme dosiahli čiastočnú zhodu s tabuľkovou<sup>[Th]</sup> hodnotou  $\eta_{25} = 0,891 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{ms}}$ .

Podarilo sa nám pomocou *Ubbelohdovho* viskozimetra určiť a graficky znázorniť teplotnú závislosť kinematickej aj dynamickej viskozity  $\nu$ , resp.  $\eta$  v obore teplôt  $20^\circ\text{C}$  až  $20^\circ\text{C}$  a určiť aktivačnú energiu deja na  $\epsilon_A = (2,48 \pm 0,23)10^{-20} \text{J}$ , čo je v dobrej zhode s aktivačnou energiou určenou z tabuľkových<sup>[Th]</sup> hodnôt viskozity:  $\epsilon_{A\text{-tabuľka}} = 2,6110^{-20} \text{J}$ .

## 6 Zoznam použitej literatúry

- [St] Kolektív ZFP KVOF MFF UK. *Študijný text k meraniu: Teplotní roztažnost pevných látek*. [cit. 2016-28-04]. URL: <[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/\\_media/zadani/texty/txt\\_124.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_124.pdf)>.
- [Zfm1] BROŽ, Jaromír et al. 1983. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983. s. 155-156.
- [Zfm2] BROŽ, Jaromír et al. 1983. *Základy fyzikálních měření (I)*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1983. s. 145-147.
- [Wg] Kolektív WIKIMEDIA project. *Wikipedie: Tíhové zrychlení* [cit. 2016-05-03]. URL: <[https://cs.wikipedia.org/wiki/T%C3%ADhov%C3%A9\\_zrychlen%C3%AD](https://cs.wikipedia.org/wiki/T%C3%ADhov%C3%A9_zrychlen%C3%AD)>.
- [Th] MESSE, Jean Yves. *Therm Excel: Physical characteristics of water at the atmospheric pressure* [cit. 2016-05-07]. URL: <[http://www.thermexcel.com/english/tables/eau\\_atm.htm](http://www.thermexcel.com/english/tables/eau_atm.htm)>.