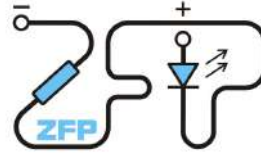


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum ...



Úloha č.

Název úlohy:

Jméno: Obor: FOF FAF FMUZV

Datum měření:

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

Pracovní úkoly

1. Změřte dynamickou viskozitu destilované vody při pokojové teplotě metodou výtoku kapaliny kapilárou z Mariotteovy láhve.
2. Určete teplotní závislost kinematické viskozity destilované vody v oboru teplot od 20°C do 60°C pomocí Ubbelohdeova viskozimetru.
3. Sestrojte graf teplotní závislosti kinematické viskozity. Určete aktivační energii děje.
4. Před měřením odlehlosti se přesvědčte, zda je v Mariotteově lahvi dostatek destilované vody pro všechna měření. Pokud budete vodu v průběhu měření dolévat, je třeba odlehlost určit znovu.
5. Při měření katetometrem lze dosáhnout přesnosti měření 0,01 mm. Aby však hledaná délka byla s touto přesností skutečně změřena, je třeba naprosto pevného podstavce. Přesnost měření v laboratoři je 1 mm.
6. Protože u obou částí úlohy vznikají při měření časové prostoje (delší doba měření v případě Mariotteovy lahve, doba potřebná ke stabilizaci zvolené teploty u Ubbelohdeova viskozimetru), je vhodné po zvládnutí jedné metody začít současně měřit i druhou část úlohy a měření provádět paralelně. Začněte měřením teplotní závislosti!
7. Vyjádříte-li graficky teplotní závislost kinematické viskozity v souřadnicích $\ln \nu$ vs. $1/T$, lze směrnice takto linearizované závislosti určit aktivační energii tohoto transportního procesu.

[1]

Teorie

Práce sestává ze dvou simultánně prováděných experimentů. V prvním z nich se měří dynamická viskozita vody pomocí Mariotteovy lahve. Mariotteova lahev v našem experimentu byla navržena tak, aby udržovala stálý hydrostatický tlak - vzduch je do ní přiváděn trubičkou, která je stále ponořená pod hladinou vody. Hydrostatický tlak v místě výtokové kapiláry je potom určen vztahem

$$p = h\rho g, \quad (1)$$

kde h je vzdálenost od spodního kraje zavzdušňovací trubičky po osu výtokové kapiláry, ρ hustota vody a g tíhové zrychlení [2]. Pro dynamickou viskozitu při laminárním proudění platí vzorec

$$\eta = \frac{\pi r^4 p t}{8 V l} \quad (2)$$

kde V je objem vody, který protekl za čas t , p je hydrostatický tlak v místě kapiláry, r je poloměr trubice a l její délka [algebraickou úpravou z 2]. Pro turbulentní proudění poté přidáváme korekční člen a celá rovnice vypadá takto:

$$\eta = \frac{\pi r^4 p t}{8 V l} - n \frac{\rho V}{8 \pi l t} \quad (3)$$

kde $n \approx 1,1$ [2]. Zda jde o laminární, resp. turbulentní proudění, poznáme podle toho, zda je Reynoldsovo číslo Re menší, resp. větší než 2000.

$$Re = \frac{2r\rho u}{\eta}, \quad (4)$$

kde $u = \frac{V}{\pi r^2 t}$ je střední rychlost proudění v trubici [2], po dosazení do (4) tedy dostaneme

$$Re = \frac{2\rho V}{\eta\pi r t} \quad (5)$$

Druhá polovina práce spočívá v měření kinematické viskozity vody v závislosti na teplotě s pomocí Ubbelohdeova viskozimetru (popsaný ve zdroji [2]) ponořeného ve vodní lázni. Kinematická viskozita je definována tímto vztahem

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad [2]. \quad (6)$$

Z viskozimetru se potom odečítá pomocí tohoto vzorce

$$\nu = kt, \quad (7)$$

kde k je kalibrační konstanta viskozimetru a t čas, za jaký se sníží hladina vody od první rysky po druhou [2]. Postup měření Ubbelohdeovým viskozimetrem spočívá v několika krocích:

- Nastavení žádané teploty na termostatu vodní lázně
- Vyčkání, až se teplota u viskozimetru ustálí (je opatřen vlastním teploměrem)
- Uzavření zavzdušňovací trubice
- Pozvolné nasávání vody skrz kapiláru do horní nádoby až nad horní rysku
- Otevření zavzdušňovací trubice
- Spuštění stopek v okamžiku, kdy se hladina zarovná s horní ryskou
- Zastavení stopek v okamžiku, kdy se hladina zarovná se spodní ryskou

Tepelná závislost η jde charakterizovat vztahem

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{\epsilon_A}{k_B T}\right), \quad \text{nebo} \quad \nu = \frac{\eta_0}{\rho} \exp\left(\frac{\epsilon_A}{k_B T}\right) \quad (8)$$

kde ϵ_A je aktivační energie, k_B Boltzmannova konstanta, T termodynamická teplota a η_0 konstanta [2]. Pro zjištění ϵ_A a η_0 je vhodné celou rovnici zlogaritmovat

$$\ln(\eta) = \ln(\eta_0) + \frac{\epsilon_A}{k_B} \cdot \frac{1}{T}, \quad (9)$$

čímž dostaneme rovnici přímky parametrů $\ln(\eta)$ a $\frac{1}{T}$ [2], na té už lze provést lineární regresi. Konkrétně provedeme regresi s parametry a a b :

$$\ln(\eta) = a\frac{1}{T} + b, \quad (10)$$

z parametrů si potom můžeme vyjádřit

$$\eta_0 = \exp(b) \quad (11)$$

$$\epsilon_A = ak_B \quad (12)$$

Výsledky měření

Pomůcky

- Mariotteova lahev
- Zásobník destilované vody
- Odměrný válec
- Stopky
- Katetometr
- Ubbelohdeův viskozimetr
- Vodní lázeň s termostatem
- Teploměr
- Stopky

Podmínky měření

teplota	24,9°C
tlak	995,8 hPa
vlhkost vzduchu	25,3 %
místo měření	Praha

Zavedené veličiny a notace

r	poloměr kapiláry
d	průměr kapiláry
l	délka kapiláry
h	výšková odlehlost mezi zavzdušňovací trubicí a osou kapiláry
t	čas
Δt	reakční doba člověka
g	tíhové zrychlení
ρ	hustota vody
η	dynamická viskozita vody
ν	kinematická viskozita vody
T	(termodynamická) teplota
Re	Reynoldsovo číslo
ϵ_A	aktivační energie
ν_0	hypotetická hodnota dyn. visk. pro $T \rightarrow \infty$
k	konfigurační konstanta Ubbelohdeova viskozimetru
k_B	Boltzmannova konstanta
a	směrnice lineární regrese
b	absolutní člen lineární regrese
$u(X)$	střední směrodatná odchylka veličiny X
$a \pm b_m$	spodní index „m“ značí mezní odchylku, jinak jde vždy o směrodatnou

Hodnoty z externích zdrojů

Z externích zdrojů jsem získal hodnoty veličin:

$$g = 9,83 \pm 0,01 \text{ m/s}^2 \quad [3] \quad (13)$$

$$\Delta t = 0,627 \pm 0,0695 \text{ s} \quad [4] \quad (14)$$

Vzhledem k tomu, že reakční doba vždy opožďuje reakci a oba experimenty jsou navrženy tak, aby se od sebe zpoždění odečetla, zajímá nás pouze směrodatná odchylka reakční doby. V kombinaci s přesností stovek 0,01 s dostáváme

$$u(t) = \sqrt{2 \cdot 0,0695^2 + \frac{0,01^2}{3}} \approx 0,1 \text{ s}, \quad (15)$$

což budeme odteď považovat za směrodatnou odchylku všech časových měření.

Boltzmannova konstanta má hodnotu

$$k_B = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad [5]. \quad (16)$$

K experimentu jsem také dostal informace o Mariotteově lahvi – délku l a průměr d její výtokové trubice, ty jsem zapsal do tabulky /1/ – a o Ubbelohdeově viskozimetru – kalibrační konstantu k , poloměr trubice r a výsledek kalibračního měření pro $T = 20^\circ\text{C}$, které jsem zapsal do tabulky /4/.

Naměřené hodnoty

Pro experiment s Mariotteovou lahví jsem nejprve pomocí katetometru naměřil výšku (od nuly na stupnici) spodního okraje zavzdušňovací trubice h_1 , potom výšku horního h_2 a dolního h_3 okraje kapiláry. Tyto jsem společně se zadanými l a d zapsal do tabulky /1/. V této tabulce jsem následně vypočítal h a r . Poté jsem měřil průtok kapiláry Mariottevy lahve pomocí odměrného válce a stopek. Vždy jsem začínal měřit na $V_1 = 10$ ml a měřil do nějaké zvolené hodnoty V_2 , nejčastěji 50 ml, což je největší možná hodnota válce, který jsem měl k dispozici – tím jsem dosáhnul co nejmenší relativní systémové chyby. Při jímání vody do odměrného válce jsem vždy na začátku a na konci každého měření umístil válec tak, aby voda z kapiláry stékala co nejvíce po stěně válce a nerozechvívala tak hladinu při odečítání hodnoty; v průběhu experimentu jsem potom naopak posunul válec tak, aby voda kapala blízko středu a nehrozilo tak, že jí významná část skončí mimo odměrný válec. Naměřené hodnoty t a V (již vypočítané z V_1 a V_2) jsem zapsal do tabulky /3/, u hodnot času jsem zapisoval naměřené výsledky v minutách a sekundách přesně tak, jak jsou na displeji stopky, abych minimalizoval riziko zapsání špatné hodnoty; v tabulce potom převádím časy na standardní jednotku – sekundy. V průběhu měření průtoku jsem ještě měřil a zapisoval teplotu vytékající vody, data v tabulce /2/, z této jsem vypočítal p podle (1) a zjistil odpovídající ρ pro danou teplotu z [6]. Nakonec jsem v tabulce /3/ podle vzorců (2) a (5) vypočítal η a Re . Jelikož bylo Reynoldsovo číslo výrazně nižší než je kritická hodnota, proudění bylo laminární a nebylo třeba použít vzorec (3). Při teplotě $T = 22,6 \pm 0,07^\circ C$ mi tedy vyšla dynamická viskozita $\eta = 0,91 \pm 0,01$ mPa s.

Také jsem měřil závislost viskozity destilované vody na teplotě Ubbelohdeovým viskozimetrem podle postupu popsaného v teorii (ukázalo se, že ustálení teploty je velice pomalé a zabere velkou část experimentu). Naměřené teploty a časy jsem zapisoval do tabulky /5/. Z časů jsem podle (7) vypočítal kinematickou viskozitu. Ze zdrojů [6] a [8] jsem teplotám přiřadil odpovídající hustoty, které jsem použil pro výpočet dynamické viskozity. Následně jsem vytvořil tabulku /6/ s převrácenými hodnotami termodynamické teploty a s logaritmy dynamické viskozity (protože lze logaritmovat jen bezrozměrné hodnoty, vydělil jsem napřed obě strany rovnice (8) hodnotou 1 Pa s. Poté jsem provedl lineární fit vztahu (10), který jsem spolu s naměřenými daty zanesl do grafu č. 1. Parametry fitu a konstanty η_0 a ϵ_A z nich vypočítané podle (12) jsem zapsal do tabulky /6/. Hodnoty konstant vyšly:

$$\begin{aligned}\eta_0 &= (2,61 \pm 0,52) \mu\text{Pa s} \\ \epsilon_A &= (2,41 \pm 0,09) \cdot 10^{-20} \text{ J}\end{aligned}$$

Nakonec jsem pomocí těchto konstant vytvořil modelovou funkci závislosti $\nu(T)$ a tu jsem společně s naměřenými daty z tabulky /5/, kalibračním měřením z tabulky /4/ a tabulkovými hodnotami ze zdroje [7] zanesl do grafu č. 2.

/1/ Parametry Mariott. lahve	
	$\pm 1_m$ [mm]
h_1	911
h_2	857
h_3	850
h	58
$l \pm 2$ [mm]	146
$d \pm 0,03$ [mm]	1,29
$r \pm 0,02$ [mm]	0,645

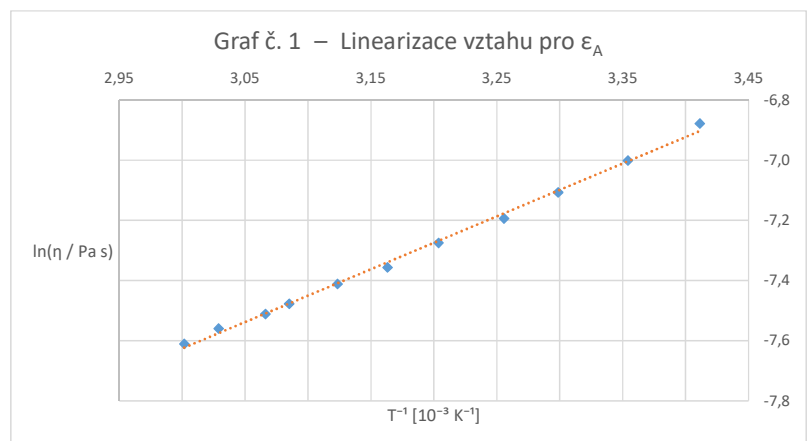
/2/ Teplota Mariott. lahve	
$T \pm 0,05_m$ [°C]	22,8
	22,5
	22,5
	22,7
$T_{prům.} \pm 0,07$ [°C]	22,6
$\rho \pm 0,02$ [kg m ⁻³]	997,63
$p \pm 6$ [Pa]	569

/3/ Měření Mariotteovy lahve				
$V \pm 0,7$ [ml]	$t \pm 0,1$ [min' s'']	$t \pm 0,1$ [s]	$\eta \pm 0,04$ [mPa s]	Re
30	01' 45,47''	105,47	0,93	301 ± 17
40	02' 22,54''	142,54	0,94	293 ± 16
20	01' 08,52''	68,52	0,91	317 ± 20
40	02' 16,52''	136,52	0,90	319 ± 18
30	01' 43,65''	103,65	0,91	312 ± 18
40	02' 17,57''	137,57	0,91	314 ± 18
40	02' 16,88''	136,88	0,91	318 ± 18
40	02' 18,42''	138,42	0,92	311 ± 17
40	02' 17,37''	137,37	0,91	315 ± 18
40	02' 17,37''	137,37	0,91	315 ± 18
40	02' 17,82''	137,82	0,91	313 ± 18
40	02' 15,89''	135,89	0,90	322 ± 18
40	02' 15,97''	135,97	0,90	322 ± 18
40	02' 16,11''	136,11	0,90	321 ± 18
40	02' 16,49''	136,49	0,90	319 ± 18
40	02' 14,92''	134,92	0,89	327 ± 19
—	—	— průměr:	0,91 ± 0,01	315 ± 7

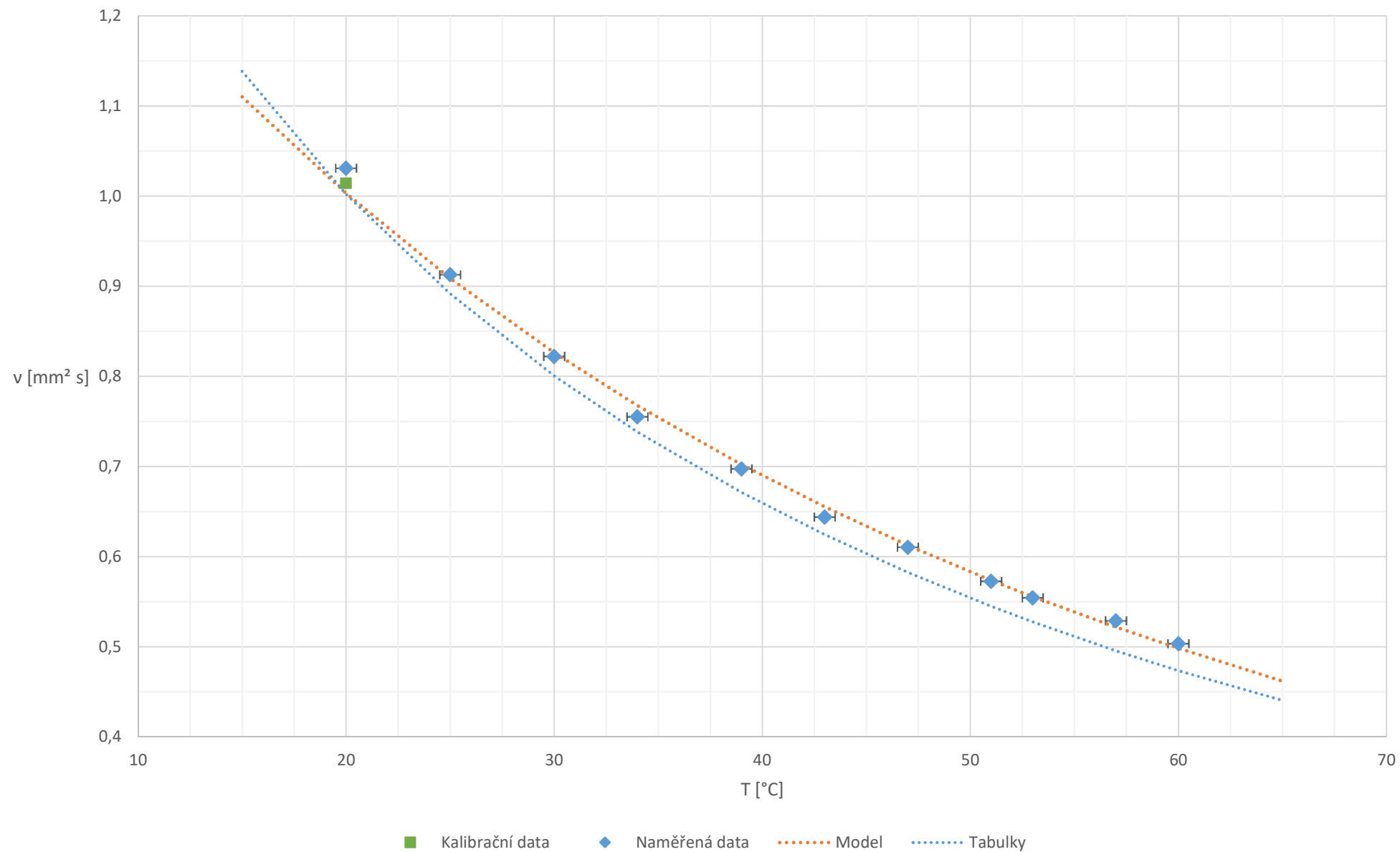
/4/ Parametry viskozimetru	
$r \pm 0,005$ [mm]	0,46
$k \pm 0,0005$ [10 ⁻³ mm ² s ⁻²]	3,003
kalibrační měření dest. H ₂ O:	
T [°C]	20
t [s]	337,83

/5/ Měření viskozimetrem					
$T \pm 0,5_m$ [°C]	$t \pm 0,1$ [min' s'']	$t \pm 0,1$ [s]	ρ [kg m ⁻³]	$v \pm 3 \cdot 10^{-4}$ [mm ² s]	$\eta \pm 3 \cdot 10^{-4}$ [mPa s]
20	05' 43,29''	343,29	998,2 ± 0,1	1,0309	1,0290
25	05' 03,94''	303,94	997,0 ± 0,1	0,9127	0,9100
30	04' 33,80''	273,80	995,6 ± 0,2	0,8222	0,8186
34	04' 11,47''	251,47	994,4 ± 0,2	0,7552	0,7509
39	03' 52,21''	232,21	992,6 ± 0,2	0,6973	0,6922
43	03' 34,42''	214,42	991,1 ± 0,2	0,6439	0,6381
47	03' 23,29''	203,29	989,4 ± 0,2	0,6105	0,6040
51	03' 10,73''	190,73	987,6 ± 0,3	0,5728	0,5657
53	03' 04,56''	184,56	986,7 ± 0,3	0,5542	0,5468
57	02' 56,13''	176,13	984,7 ± 0,3	0,5289	0,5208
60	02' 47,68''	167,68	983,2 ± 0,3	0,5035	0,4951

/6/ Linearizace vztahu pro aktivaci energii	
T^{-1} [K ⁻¹]	$\ln(\eta / \text{Pa s})$
0,003411 ± 0,000012	-6,8791 ± 0,0006
0,003354 ± 0,000011	-7,0020 ± 0,0007
0,003299 ± 0,000011	-7,1079 ± 0,0007
0,003256 ± 0,000011	-7,1942 ± 0,0008
0,003204 ± 0,000010	-7,2757 ± 0,0009
0,003163 ± 0,000010	-7,3569 ± 0,0009
0,003124 ± 0,000010	-7,4119 ± 0,0010
0,003085 ± 0,000010	-7,4775 ± 0,0011
0,003066 ± 0,000009	-7,5114 ± 0,0011
0,003029 ± 0,000009	-7,5601 ± 0,0012
0,003002 ± 0,000009	-7,6108 ± 0,0012
a =	1745 ± 32
b =	-12,86 ± 0,10
η_0 [μPa s]	2,61 ± 0,52
ϵ_A [10 ⁻²⁰ J]	2,41 ± 0,09



Graf č. 2 – tepelná závislost kin. visk.



Diskuse výsledků

V pokusu s Mariotteovou lahví jsem pro teplotu $T = (22,6 \pm 0,07)^\circ\text{C}$ naměřil hodnotu $\eta = (0,91 \pm 0,01)$ mPa s. Pro stejný rozsah teplot se u destilované vody uvádí hodnota $\eta = (0,8579 \pm 0,0266)$ mPa s [7]. Tyto hodnoty nejsou v souladu s naměřenými, příčinou může být například to, že by hodnoty l a d , které byly zadány v pokynech k experimentu, nebyly dostatečně přesné, nebo že by výtoková trubice Mariotteovy lahve nebyla s dostatečnou přesností vodorovná. Nepřesnosti by také mohly být způsobeny nedostatečným otočením kohoutku na lahvi – to by ale způsobilo nižší průtok a tedy i nižší naměřenou viskozitu. Vzhledem k tomu, že jsem naměřil vyšší viskozitu, než je v tabulkách, nebude tato hypotéza příčinou pozorované chyby.

Ubbelohdeovým viskozimetrem jsem naměřil tyto hodnoty:

$$\eta_0 = (2,61 \pm 0,52) \mu\text{Pa s}$$

$$\epsilon_A = (2,41 \pm 0,09) \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

V souladu s tímto fitem je 8 bodů z celkových 11 a pokud bychom přiznali mírně vyšší odchylku bodů způsobenou např. vyšší než předpokládánou nepřesností měření času nebo měnící se teplotou v průběhu měření, počet by snadno stoupl i na 10 z 11. Kalibrační data jsou také v souladu s fitem. Ovšem pokud porovnáme naše data s tabulkovými hodnotami ze [7], zjistíme že se významně odchyľují doprava (k vyšší teplotě a viskozitě). Pokud provedeme fit i pro tabulková data, můžeme z nich vyčíst tyto hodnoty:

$$\eta_0 = (1,90 \pm 0,28) \mu\text{Pa s}$$

$$\epsilon_A = (2,54 \pm 0,06) \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Obě hodnoty se těsně míjí rozsahem, příčinou bude s nejvyšší pravděpodobností systematická chyba. Protože je nepravděpodobné, že bych opakovaně měřil delší časy (stopky spouštím i zastavuji při projití vodního sloupce přes značku – reakční doba by se měla odečíst), bude pravděpodobně chyba souviset s měřením teploty. Čekání, až se teplota u Ubbelohdeova viskozimetru ustálí, se ukázalo jako výrazně delší, než jsem očekával, proto jsem začal měřit vždy okamžitě poté, co jsem nebyl schopen indikovat žádnou změnu na stupnici teploměru u viskozimetru – že se ustálila teplota teploměru, ale vůbec nemusí znamenat, že už se ustálila i teplota viskozimetru. Tato hypotéza by znamenala, že voda měla při měření ve skutečnosti nižší teplotu, než teploměr, protože se ještě nestihla ohřát. To by vedlo k výsledkům, které by byly bližší tabulkovým hodnotám, proto považuji toto vysvětlení za pravděpodobné.

Závěr

Při experimentu s Mariotteovou byla naměřena hodnota $\eta = (0,91 \pm 0,01)$ mPa s o 6% větší, než tabulková, což je mimo rozsah standardní odchylky. Měření Ubbelohdeovým viskozimetrem bylo konzistentní, ale pravděpodobně ovlivněné systematickou chybou. Hodnota $\eta_0 = (2,61 \pm 0,52) \mu\text{Pa s}$ vyšla o 37% více než z tabulek, ale díky vysoké relativní chybě se oba intervaly neprotínají jen těsně. Hodnota $\epsilon_A = (2,41 \pm 0,09) \cdot 10^{-20} \text{ J}$ je o 5% nižší než tabulková a výsledky opět nejsou v souladu.

Literatura

- [1] VALENTOVÁ, Helena et al. (XII) Měření viskozity. *Základní fyzikální praktikum: ... vše o fyzikálním praktiku najdete právě na těchto stránkách* [online]. Praha, 3. 5. 2017 [cit. 2018-04-12]. Dostupné z: <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/112>
- [2] *XII. Měření viskozity* [online]. [cit. 2018-04-12]. Dostupné z: http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_112.pdf
- [3] *Gravity of Earth in Prague*. WolframAlpha [online]. [cit. 2018-03-16]. Dostupné z: <http://www.wolframalpha.com/input/?i=gravity+of+earth+in+prague>
- [4] NAGLER, Charles Arthur a William Merle NAGLER. Reaction time measurements. *Forensic Science* [online]. 1973, 2, 261-274 [cit. 2018-03-16]. DOI: 10.1016/0300-9432(73)90041-1. ISSN 03009432. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0300943273900411>
- [5] Základní fyzikální konstanty. *Příklady z fyzikální chemie online* [online]. [cit. 2018-04-13]. Dostupné z: <https://old.vscht.cz/fch/prikladnik/prikladnik/tab/konst.html>
- [6] DUNCAN, Jeremiah. Density of Water (g/mL) vs. Temperature (deg C). *Dr. Jeremiah Duncan's Homepage* [online]. [cit. 2018-03-19]. Dostupné z: http://jupiter.plymouth.edu/~jsduncan/courses/2012_Spring/Techniques/Exams/DensityOfWater-vs-Temp.pdf
- [7] Water – Dynamic and Kinematic Viscosity. *Engineering ToolBox* [online]. [cit. 2018-03-19]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/water-dynamic-kinematic-viscosity-d_596.html
- [8] Water – Density, Specific Weight and Thermal Expansion Coefficient. *Engineering ToolBox* [online]. [cit. 2018-03-19]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d_595.html