

# 1 Pracovní úkoly

1. Změřte dynamickou viskozitu destilované vody při pokojové teplotě metodou výtoku kapaliny kapilárou z Mariotteovy láhve.
2. Určete teplotní závislost kinematické viskozity destilované vody v oboru teplot od 20 °C do 60 °C pomocí Ubbelohdeova viskozimetru.
3. Sestrojte graf teplotní závislosti kinematické viskozity. Určete aktivační energii děje.

# 2 Teorie

Rozlišujeme dynamickou viskozitu a kinematickou viskozitu. Dynamická viskozita  $\eta$  je úměrností mezi tečným napětím mezi proudícími vrstvami reálné kapaliny a změnou rychlosti ve směru kolmém na směr proudění. Kinematická viskozita  $\nu$  je podíl dynamické viskozity a hustoty. Viskozita je transportním jevem, při kterém dochází k přenosu hybnosti mezi vrstvami proudící kapaliny. Tento proces je tepelně aktivovaný. Závislost dynamické viskozity na teplotě lze vyjádřit jako

$$\eta(T) = \eta_0 \exp\left(\frac{\varepsilon_A}{k_B T}\right), \quad (1)$$

kde  $\eta_0$  je konstanta,  $\varepsilon_A$  je aktivační energie,  $k_B$  Boltzmannova konstanta a  $T$  termodynamická teplota.

$$V = \frac{\pi r^4 p t}{8 \eta l} \quad (2)$$

Poiseuillův vztah (2) nám říká, jaký objem  $V$  kapaliny s dynamickou viskozitou  $\eta$  proteče při laminárním proudění za čas  $t$  kruhovou trubicí o poloměru  $r$  délky  $l$  při přetlaku  $p$ . To, jestli je proudění laminární nám říká hodnota Reynoldsova čísla  $Re$ ). Pokud je menší, než  $2 \cdot 10^3$ , můžeme proudění považovat za laminární.

$$Re = \frac{2r\rho u}{\eta} \quad (3)$$

Reynoldsovo číslo  $Re$  je definováno dle vzorce (3), kde  $u$  je střední rychlost proudění v trubici.

Dynamickou viskozitu jsme měřili způsobem naznačeným na obrázku (1). Z Mariotteovy lahve jsme nechali vytékat kapilárou  $K$  délky  $l$  o poloměru  $r$  kapalinu o hustotě  $\rho$  po čas  $t$ . Kapalina kvůli konstrukci lahve vytéká pod stálým přetlakem  $p = h\rho g$ , kde  $h$  je vzdálenost mezi koncem trubice  $T$  a osou kapiláry  $K$  a  $g$  je gravitační zrychlení. Hodnotu dynamické viskozity potom získáme výpočtem podle vzorce (4), který vznikne úpravou a dosazením do (2).

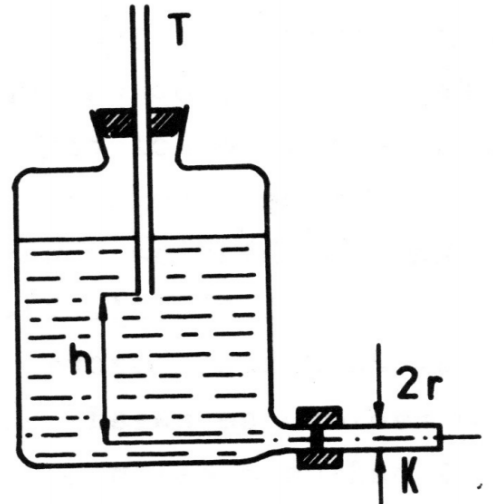
$$\eta = \frac{\pi r^4 h \rho g t}{8 V l} \quad (4)$$

Průměr  $d = 2r$  a délka kapiláry  $l$  byly zadány, vzdálenost  $h$  jsme měřili katetometrem s přesností na 1 mm, hodnoty  $\rho$  a  $g$  jsme získali z tabulek [2]. Objem  $V$  jsme měřili pomocí odměrného válce s chybou 1ml.

Závislost kinematické viskozity  $\nu$  na teplotě jsme určovali pomocí Ubbelohdeova viskozimetru (obr. 2). Do viskozimetru se nalije takové množství kapaliny, aby její hladina byla mezi ryskami  $c$  a  $d$ . Trubice 3 se uzavře a z trubice 2 je vyčerpán vzduch tak, že hladina kapaliny dosáhne až do baňky  $A$ . Uvolníme poté trubici 3 a měříme čas  $t$ , za jaký projde hladina kapaliny mezi ryskami  $a$  a  $b$ . Pro výpočet kinematické viskozity se používá vztah

$$\nu = kt, \quad (5)$$

kde  $k$  je tzv. kalibrační konstanta přístroje. Celý viskozimetr byl ponořen ve vodní lázni, kterou jsme postupně zahřívali. Měření jsme prováděli vždy po 5 °C. Přesnost měření času byla ovlivněna hlavně naší reakční dobou, odhadli bychom ji na 1s.



Obrázek 1: Měření viskozity pomocí Mariotteovy lahve [1]

Tabulka 1: Naměřené hodnoty objemu  $V$  a času  $t$  a vypočtená dynamická viskozita  $\eta$  při teplotě  $24,1^\circ\text{C}$  pomocí Mariotteovy lahve

$V[\text{ml}]$	$t[\text{s}]$	$\eta[10^{-3}\cdot\text{Pa}\cdot\text{s}]$
50	219,16	$1,2 \pm 0,5$
51	221,48	$1,1 \pm 0,5$
45	198,37	$1,2 \pm 0,5$
49	212,45	$1,1 \pm 0,5$
45	195,15	$1,1 \pm 0,5$

Tabulka 2: Naměřené hodnoty času a vypočtená hodnota kinematické viskozity při různých teplotách pomocí Ubbelohdeova viskozimetru

$T[^\circ\text{C}]$	$t[\text{s}]$	$\nu[10^{-6}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$
20	342,91	$1,03 \pm 0,05$
20	343,32	$1,03 \pm 0,05$
25	309,30	$0,93 \pm 0,06$
30	268,66	$0,81 \pm 0,06$
35	244,61	$0,73 \pm 0,06$
40	224,66	$0,67 \pm 0,07$
45	207,02	$0,62 \pm 0,07$
50	191,75	$0,58 \pm 0,07$
55	176,21	$0,53 \pm 0,08$
60	167,05	$0,50 \pm 0,08$

### 3 Výsledky měření

Měření probíhalo za teploty  $T = (24,7 \pm 0,4)^\circ\text{C}$ , vzdušné vlhkost  $(20 \pm 3)\%$  a atmosférického tlaku  $(998 \pm 2)$  hPa. V tabulce (1) jsou zaneseny naměřené hodnoty objemu a času a vypočtené dynamické viskozity při měření pomocí Mariotteovy lahve. Hodnoty dynamické viskozity jsou uvedeny s chybou měření, která byla spočítána metodou přenosu chyb vzorcem

$$s_\eta = \sqrt{4 \left(\frac{s_r}{\bar{r}}\right)^2 + \left(\frac{s_h}{\bar{h}}\right)^2 + \left(\frac{s_t}{\bar{t}}\right)^2 + \left(\frac{s_V}{\bar{V}}\right)^2 + \left(\frac{s_l}{\bar{l}}\right)^2} \frac{\pi \bar{r}^4 \bar{h} \rho g \bar{t}}{8 \bar{V} \bar{l}} \quad (6)$$

Střední hodnota činí  $\bar{\eta} = 1,1 \cdot 10^{-3}$  Pa·s. Studentův koeficient pro 5 měření činí 1,111. Dynamická viskozita vody, kterou jsme stanovili pomocí Mariotteovy lahve při teplotě  $24,1^\circ\text{C}$  činí  $\eta = (1,1 \pm 0,6)$  Pa·s. Byly použity tabelované hodnoty  $\rho = 998 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

Kalibrační konstanta Ubbelohdeova viskozimetru, který jsme používali činila  $k = 0,003003 \text{ mm}^2\cdot\text{s}^{-2}$ . V tabulce (2) jsou zaneseny naměřené hodnoty času a vypočtené hodnoty kinematické viskozity při teplotách od  $20^\circ\text{C}$  do  $60^\circ\text{C}$ . Hodnoty kinematické viskozity jsou uvedeny s chybou, která byla vypočítána

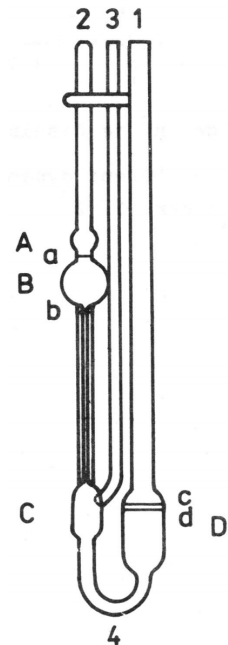
$$s_\nu = \sqrt{\left(\frac{s_t}{\bar{t}}\right)^2} k \bar{t} \quad (7)$$

Závislost kinematické viskozity na teplotě jsme vynesli do grafu 3. Naměřené hodnoty jsme proložili křivkou ve tvaru

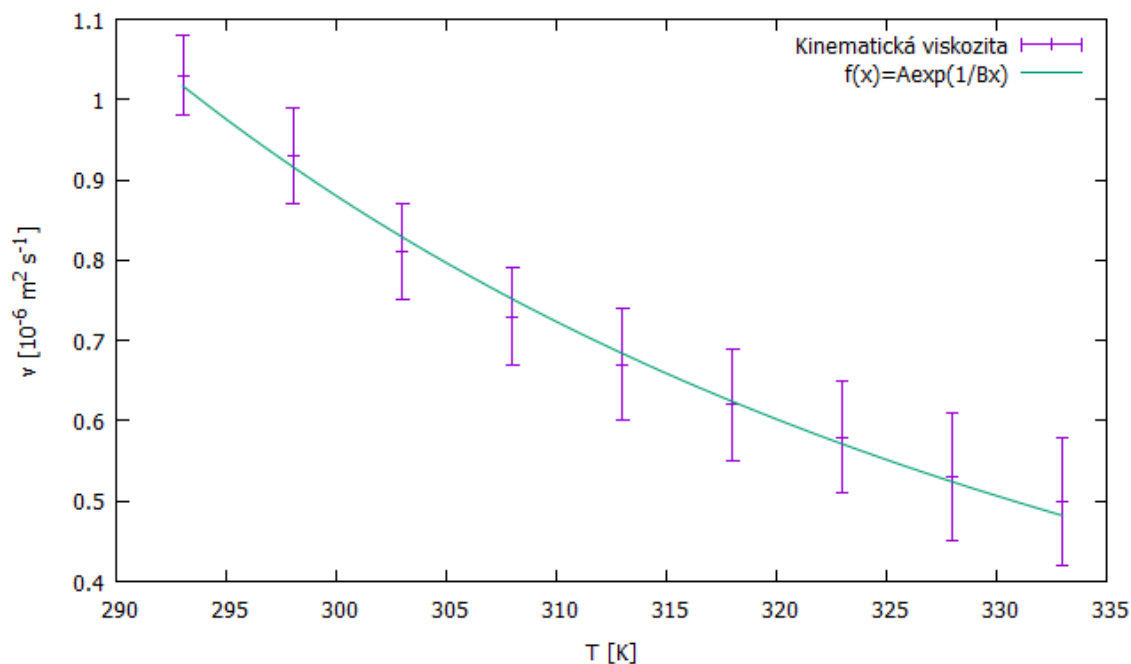
$$f(T) = A \exp\left(\frac{1}{BT}\right) \quad (8)$$

pro koeficienty  $A = (2,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  a  $B = (5,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ . Z  $B$  nyní můžeme vypočítat aktivační energii. Z (1) vyplývá, že

$$\varepsilon_A = \frac{b}{k_B} \quad (9)$$



Obrázek 2: Nákres Ubbelohdeova viskozimetru [1]



Obrázek 3: Graf závislosti kinematické viskozity na teplotě

Číselně potom dostáváme, že  $\varepsilon_A = (4 \pm 1) \cdot 10^{-20}$  J (při zachování relativní chyby).

## 4 Diskuze výsledků

Při měření Mariotteovou lahví jsme předpokládali, že proudění je laminární. Spočteme-li si Reynoldsovo číslo podle vzorce (3), zjistíme, že náš předpoklad byl oprávněný. Teplota byla po celou dobu měření konstantní, nedocházelo k nějaké změně podmínek. Při měření Ubbelohdeovým viskozimetrem nám vodní lázeň zahříval přístroj, bylo možné si nastavit požadovanou teplotu, kterou on potom udržoval. Hodnoty se v rámci chyby shodují s tabulkami, očekáváme tedy jejich správnost, žádné systematické chyby jsme se pravděpodobně nedopustili. Největším zdrojem nepřesnosti u měření Mariotteovou lahví byla nepřesnost způsobená určením poloměru kapiláry (80%). U měření Ubbelohdeovým viskozimetrem to byla naše reakční doba. Voda byla v Ubbelohdeově viskozimetru špatně vidět, případné obarvení by jistě pomohlo.

## 5 Závěr

Zjistili jsme, že dynamická viskozita vody při pokojové teplotě je  $\eta = 1,1 \pm 0,6$  Pa·s. To v rámci chyby odpovídá tabelovaným hodnotám.

Zjistili jsme klesající exponenciální závislost kinematické viskozity vody na teplotě. Jednotlivé hodnoty pro různé teploty velmi dobře odpovídají tabelovaným hodnotám. Tuto závislost lze aproximovat funkcí

$$f(T) = (2,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \exp\left(\frac{1}{(5,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-4} \cdot T}\right) \quad (10)$$

Určili jsme také aktivační energii tohoto děje  $\varepsilon_A = (4 \pm 1) \cdot 10^{-20}$  J. Tuto hodnotu se nám bohužel nepovedlo srovnat s tabelovanými hodnotami, v literatuře jsme tuto hodnotu nenašli.

## 6 Seznam použité literatury

- [1] Studijní text k Fyzikálnímu praktiku I., úloha XII, [http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/trt\\_112.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/trt_112.pdf) [26.3.2018]
- [2] BROŽ J., ROSKOVEC V. a VALOUCH M: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, 1. vyd. Praha 1980